



AP研究会  
2012.11.16

遅延の広がりがあるOFDMのガードインターバルを超える  
マルチパス環境における最大比合成ダイバーシチ特性の  
等価伝送路モデルによる解析

電気通信大学

鄭 鶯仙

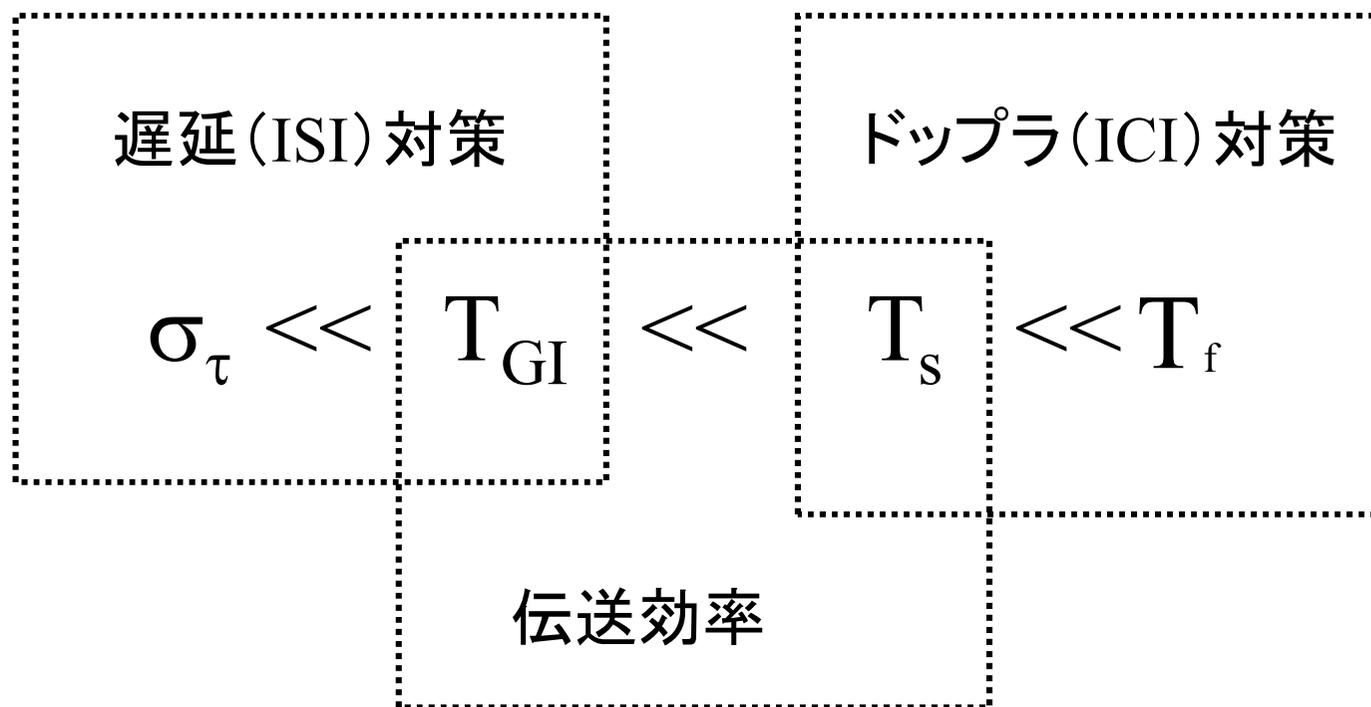
唐沢 好男

## 発表内容

- 研究背景
- 等価伝送路モデル(ETPモデル)とは
- SIMO-OFDM-MRC構成
  - ETPモデルでの定式化
  - 2波モデル近似
  - 最大比合成
- BERの統計的推定
  - 振幅比分布
  - 位相差分布
- 理論計算とシミュレーションの比較
- まとめと今後の課題



## 研究背景:移動通信へのOFDM適用時その考慮すべきこと

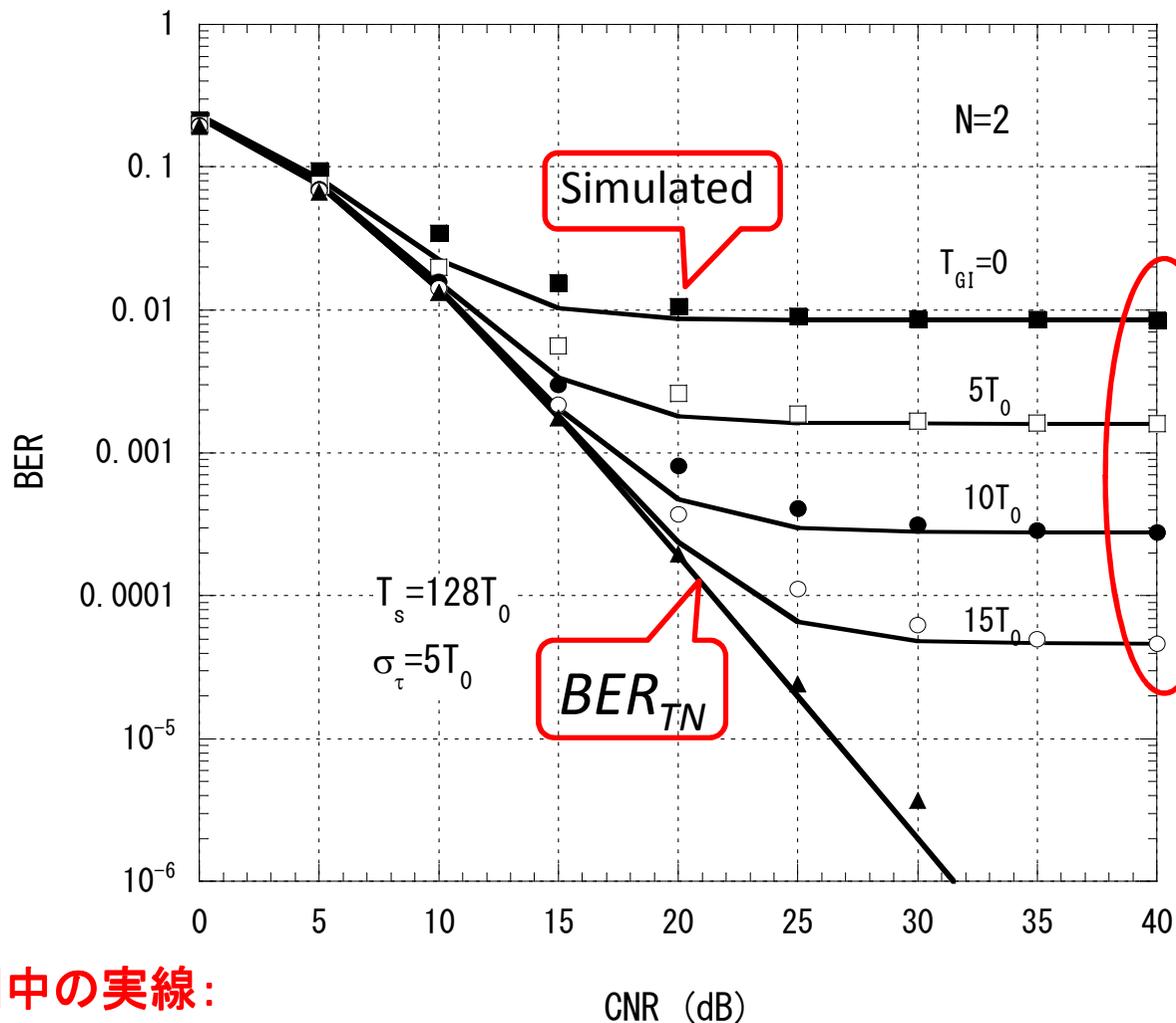


移動通信応用で、この全ての条件を満足するのは、結構難しい

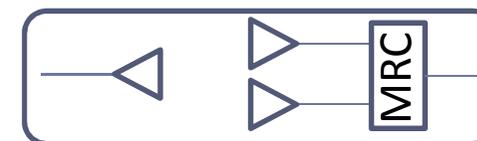
➡ OFDMのGIを超える遅延広がりを有するマルチパス環境の発生が現実的な問題になる(特に、高い周波数帯で、端末が高速移動する通信)

⇒ 劣化の定量的評価ができる解析モデルが必要

## 研究背景： 遅延の広がりがGIを超えると？



SIMO (N=2) の場合



$BER_{floor}$

図中の実線:

$$BER \approx BER_{TN} + BER_{floor}$$



## BER の推定

$$BER \approx \boxed{BER_{TN}} + BER_{floor}$$

$$BER_{TN} = \frac{1}{2(\Gamma_0/2 + 1)^N}$$

DQPSKでのNブランチMRCダイバーシチ  
 $\Gamma_0$ : 1ブランチでの平均CNR



BER推定には,  $BER_{floor}$ 推定がキーポイント

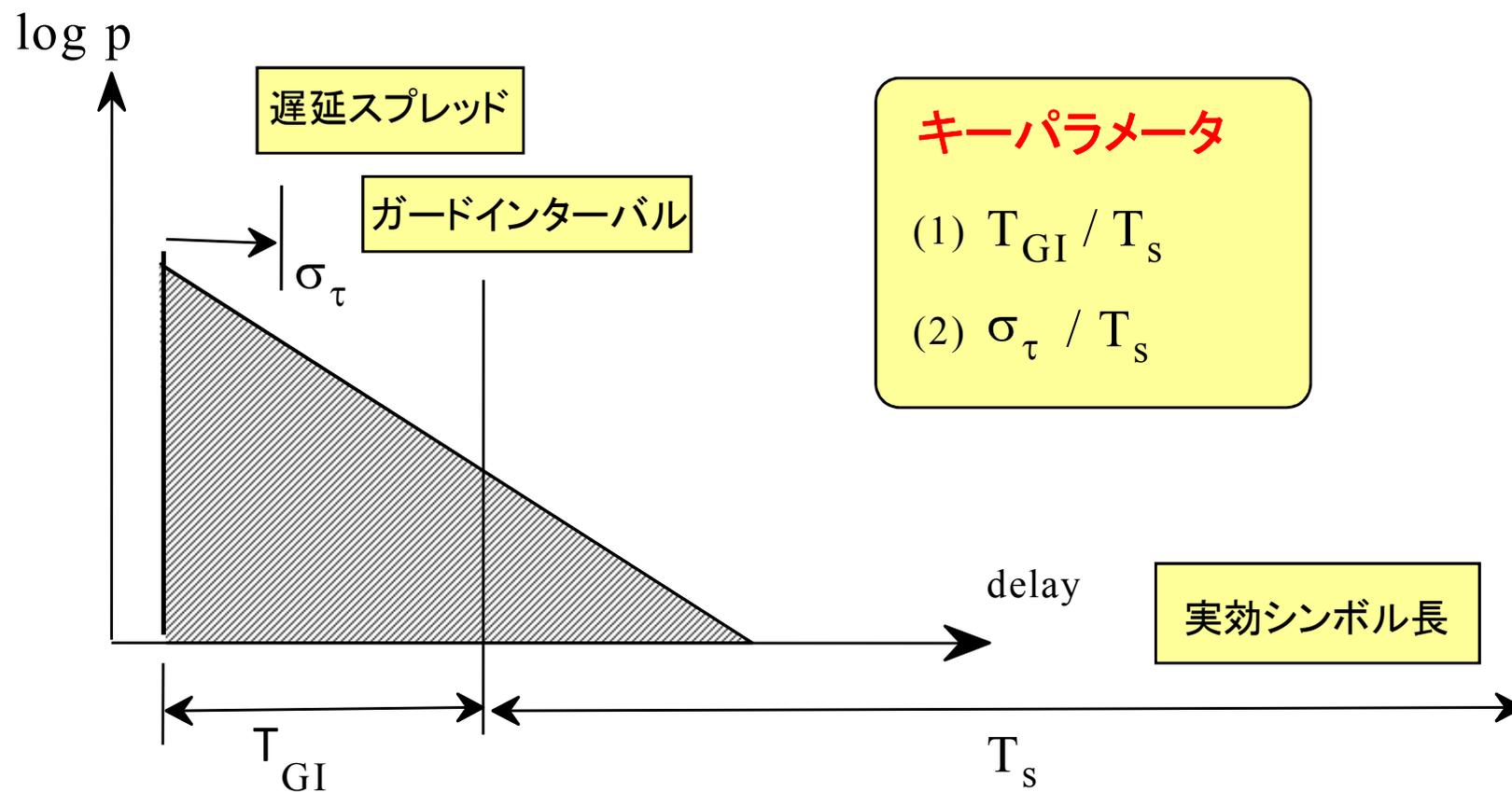
$BER_{floor}$ を簡易に精度よく推定するに, 等価伝送路モデル(ETPモデル)が役に立つ



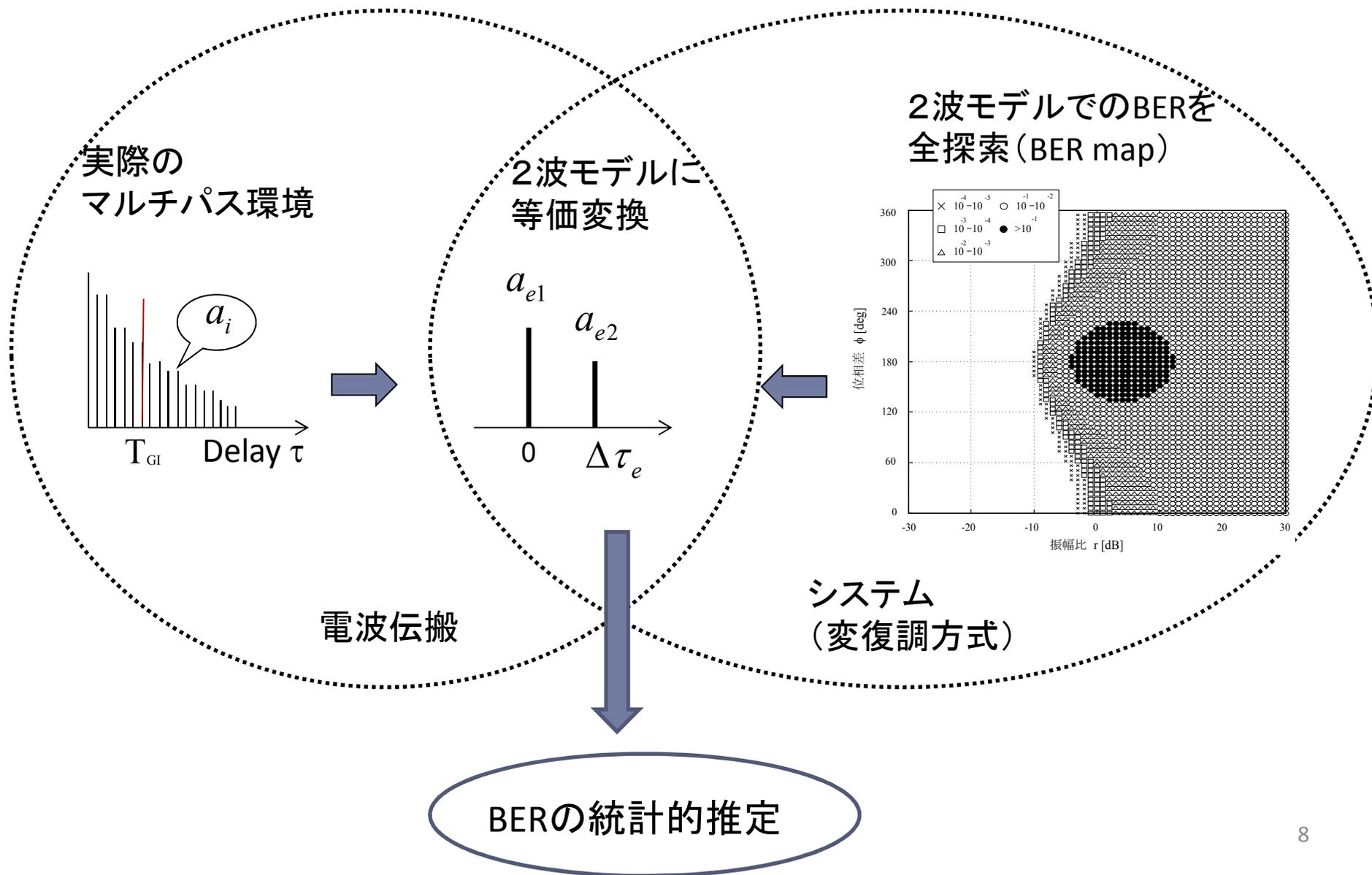
## 一等価伝送路モデル(ETPモデル)のOFDM応用

- OFDM伝送において、遅延の広がりGI時間を超える伝搬環境におけるBERの統計的推定手法
- SISOではETPモデルで特性解明済
- ⇒最大比合成ダイバーシチ(SIMO)特性は？
- ⇒今回の発表で
  
- 特徴:フェージングのキーパラメータのみに着目して伝送路を簡易化したモデル

## レイリーフェージングBER推定のキーパラメータ (指数関数型遅延プロファイル)

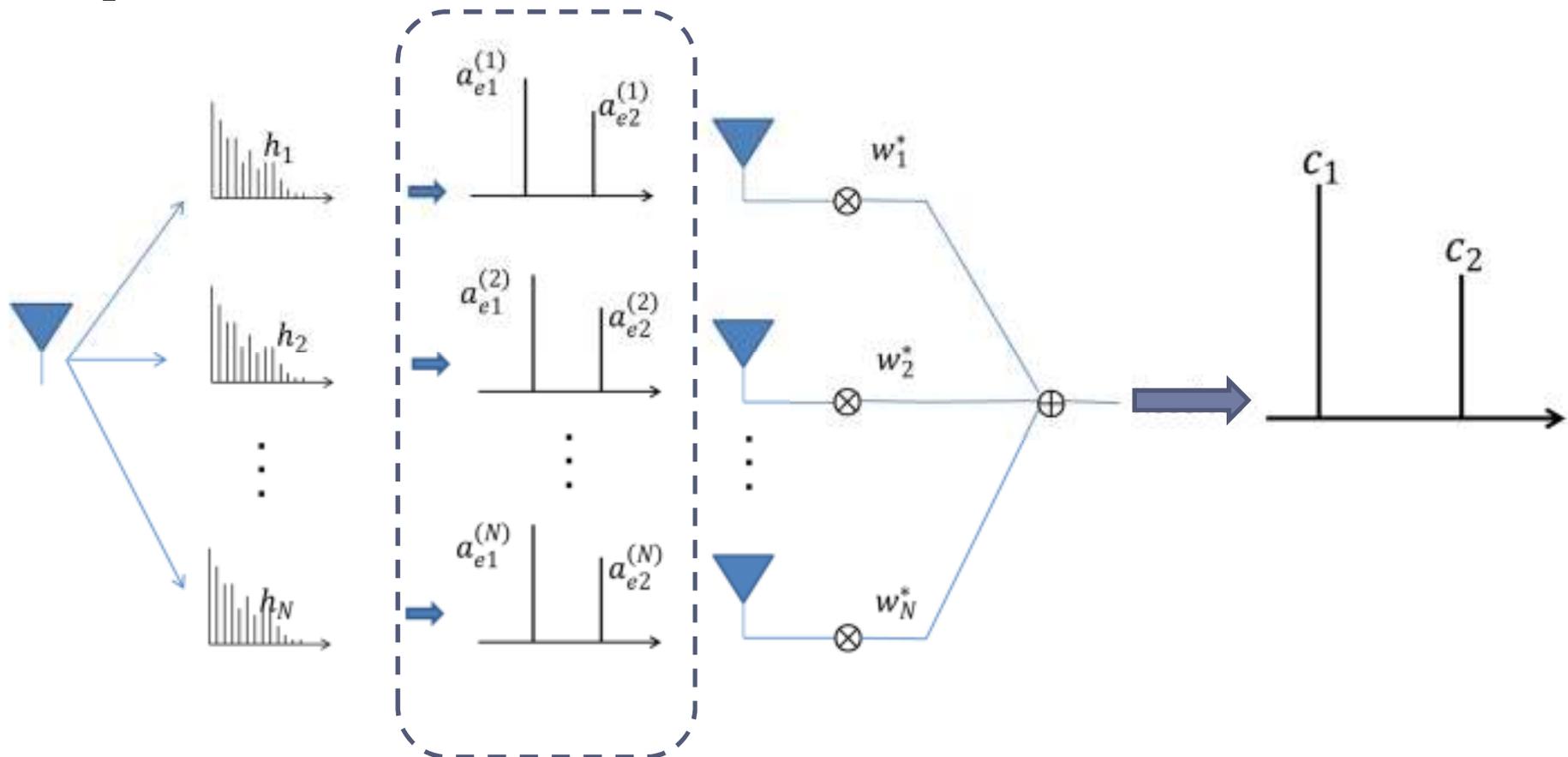


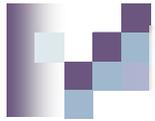
# 等価伝送路モデル (ETP model)



# SIMO-OFDM-MRC構成

SIMOの場合、各アンテナに得られたマルチパス伝送路をSISOと同様に、2波モデルに変換し、最大比合成の合成ウェイトを掛け、最終的に先行波 $c_1$ と遅延波 $c_2$ を得る





## SIMO-OFDM-MRC構成：－ETPモデルでの定式化－

## SIMO チャネル特性

## 瞬時環境表現

インパルス応答(@ f=0) 
$$h(\tau) = \sum_{i=1}^L a_i \delta(\tau - \tau_i)$$

伝達関数 
$$T(f) = \sum_{i=1}^L a_i e^{-j2\pi f\tau_i}$$

$$a_i \equiv \left( a_i^{(1)} \quad a_i^{(2)} \quad \dots \quad a_i^{(N)} \right)^T$$

## 統計的環境表現

遅延プロファイル 
$$p(\tau) = \sum_{i=1}^L \langle |a_i^{(1)}|^2 \rangle \delta(\tau - \tau_i)$$

平均電力の定義

$$P_R = \int_0^{\infty} p(\tau) d\tau \quad (\text{total})$$

$$P_{R,in} = \int_0^{T_{GI}} p(\tau) d\tau \quad (\text{within GI})$$

$$P_{R,out} = \int_{T_{GI}}^{\infty} p(\tau) d\tau \quad (\text{exceeding GI})$$



## SIMO-OFDM-MRC構成：－2波モデル近似－

インパルス応答(@ f=0)

$$\mathbf{h}_e(\tau) = \mathbf{a}_{e1}\delta(\tau) + \mathbf{a}_{e2}\delta(\tau - \Delta\tau_e)$$

$$\mathbf{a}_{e1} \equiv \left( a_{e1}^{(1)} \quad a_{e1}^{(2)} \quad \cdots \quad a_{e1}^{(N)} \right)^T$$

$$\mathbf{a}_{e2} \equiv \left( a_{e2}^{(1)} \quad a_{e2}^{(2)} \quad \cdots \quad a_{e2}^{(N)} \right)^T$$

伝達関数

$$\mathbf{T}_e(f) = \mathbf{a}_{e1} + \mathbf{a}_{e2} e^{-j2\pi f\Delta\tau_e}$$

ETPモデルによるOFDM通信路の表現(2波モデルへの近似変換)

Mandatory

$$\mathbf{T}(f) \Big|_{f=f_k} = \mathbf{T}_e(f) \Big|_{f=f_k}$$

Conditions

$$\frac{\partial \mathbf{T}(f)}{\partial f} \Big|_{f=f_k} = \frac{\partial \mathbf{T}_e(f)}{\partial f} \Big|_{f=f_k}$$

Optional

$$\langle \mathbf{a}_{e1}^* \mathbf{a}_{e2} \rangle = 0$$

上記条件より

$$\mathbf{a}_{e1} = \sum_{i=1}^L \mathbf{a}_i e^{-j2\pi f_k \tau_i} - \frac{\sum_{i=L_0+1}^L \mathbf{a}_i e^{-j2\pi f_k \tau_i} (\tau_i - T_{GI})}{\Delta\tau_e}$$

$$\mathbf{a}_{e2} = \frac{\sum_{i=L_0+1}^L \mathbf{a}_i e^{-j2\pi f_k \tau_i} (\tau_i - T_{GI})}{\Delta\tau_e}$$

 ( $L_0$ : GI以内のパス数)

$$\Delta\tau_e = (\tau_{m,out}^2 + \sigma_{\tau,out}^2) / \tau_{m,out}$$

GI超部分の平均遅延

$$\tau_{m,out} = \frac{1}{P_{R,out}} \int_{T_{GI}}^{\infty} (\tau - T_{GI}) p(\tau) d\tau$$

GI超部分の遅延スプレッド

$$\sigma_{\tau,out} = \sqrt{\frac{1}{P_{R,out}} \int_{T_{GI}}^{\infty} (\tau - T_{GI} - \tau_{m,out})^2 p(\tau) d\tau}$$

遅延プロフィールが指数関数型の場合

$$p(\tau) = \frac{P_R}{\sigma_\tau} \exp\left(-\frac{\tau}{\sigma_\tau}\right) \quad \Rightarrow \quad \tau_{m,out} = \sigma_{\tau,out} = \sigma_\tau \quad \Rightarrow \quad \Delta\tau_e = 2\sigma_\tau$$



## ETPモデルの遅延プロファイル

$$p_e(\tau) = P_{e1}\delta(\tau) + P_{e2}\delta(\tau - \Delta\tau_e)$$

$$P_{e1} \equiv P_{R,in} + P_{R,out,1}$$

$$P_{e2} \equiv P_{R,out,2}$$

$$P_{R,out,1} = \frac{\sigma_{\tau,out}^2}{\tau_{m,out}^2 + \sigma_{\tau,out}^2} P_{R,out}$$

$$P_{R,out,2} = \frac{\tau_{m,out}^2}{\tau_{m,out}^2 + \sigma_{\tau,out}^2} P_{R,out}$$

2波の電力比の定義:  $\eta$

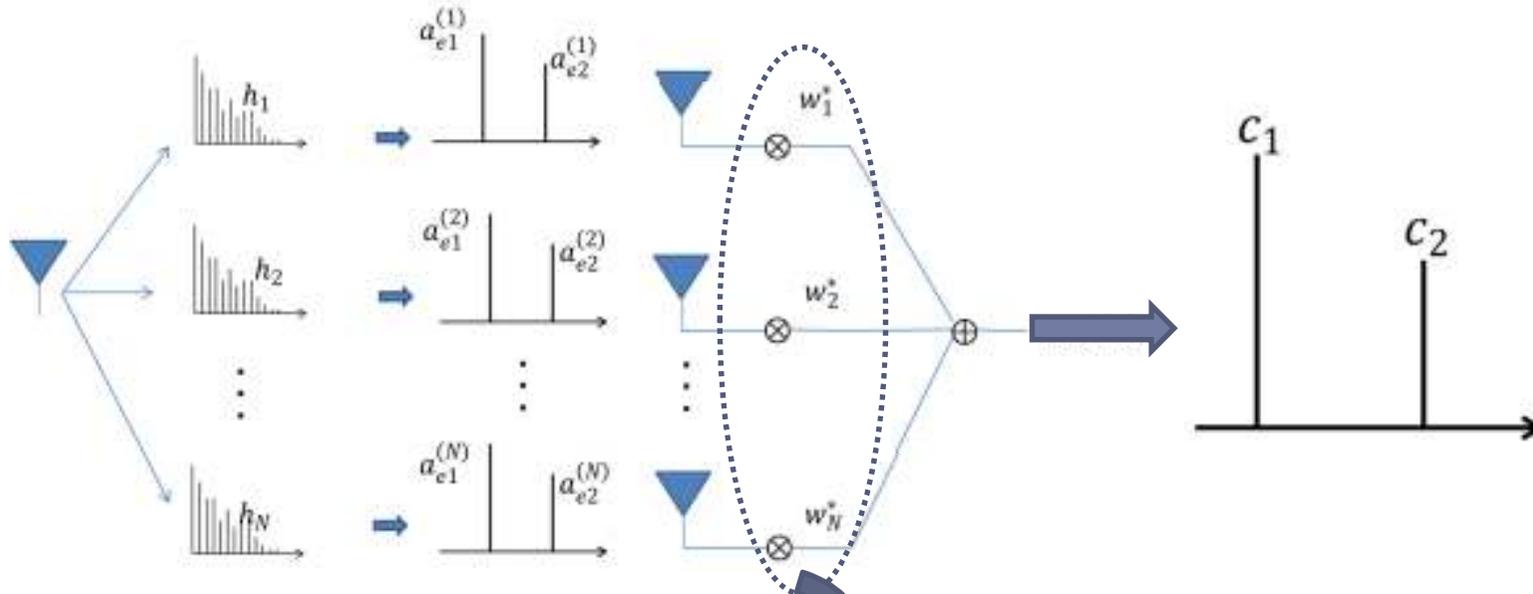
$$\eta \equiv \frac{P_{e2}}{P_{e1}}$$

## 指数関数型遅延プロファイルの場合

$$P_{e1} = \left\{ 1 - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right) \right\} P_R$$

$$P_{e2} = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right) P_R$$

## SIMO-OFDM-MRC構成: 最大比合成



MRCの合成ウェイト

$$\begin{aligned}
 \mathbf{w} &\equiv (w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_N)^T \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^L a_i \exp(-j2\pi f_k \tau_i)}{\left\| \sum_{i=1}^L a_i \exp(-j2\pi f_k \tau_i) \right\|} \\
 &= \frac{\mathbf{a}_{e1} + \mathbf{a}_{e2}}{\|\mathbf{a}_{e1} + \mathbf{a}_{e2}\|}
 \end{aligned}$$

MRC合成後の2波モデル

$$c_1 = \mathbf{w}^H \mathbf{a}_{e1} \quad c_2 = \mathbf{w}^H \mathbf{a}_{e2}$$

$$r_1 \equiv |c_1|, \quad r_2 \equiv |c_2|$$

$$\phi_1 \equiv \arg\{c_1\}, \quad \phi_2 \equiv \arg\{c_2\}$$

$$r \equiv \frac{r_2}{r_1}, \quad \phi \equiv \phi_2 - \phi_1$$



## 周波数選択性フェージング下でのISIによるBERの統計的推定

$$BER_{floor} = \iint f_{r\phi}(r, \phi : \Delta\tau_e) P_0(r, \phi : \Delta\tau_e) dr d\phi$$

電波伝搬環境の2  
波モデル確率表現

2波モデルでのBER  
マップ

$$r \equiv \frac{r_2}{r_1}$$

$$\phi \equiv \phi_2 - \phi_1$$

SISOでは

$$f_{r\phi}(r, \phi) = f_r(r) f_\phi(\phi)$$

$$f_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad f_r(r) = \frac{2\eta r}{(r^2 + \eta)^2}$$

SIMOでも、以下の変数分離ができるとしてモデル化  
モデル化の妥当性は、推定精度評価の結果で判断する

$$f_{r\phi}(r, \phi) \approx f_r(r) f_\phi(\phi)$$



$f_{r\phi}(r, \phi) \approx f_r(r) f_\phi(\phi)$  の  $f_r(r)$  を求める

- 仮定 1)  $r_1$ と $r_2$ の変動は独立  
 2) それぞれの分布は仲上m分布に近似できる  
 (ダイバーシチ合成振幅なので理論的合理性がある)

$r_i$  (i=1 or 2) の確率分布

$$f_i(r_i) = \frac{2m_i^{m_i} r_i^{2m_i-1}}{\Gamma(m_i)\Omega_i^{m_i}} \exp\left(-\frac{m_i}{\Omega_i} r_i^2\right)$$

$$\Omega_i \equiv \langle r_i^2 \rangle$$

$$m_i = \frac{\langle r_i^2 \rangle^2}{\langle (r_i^2 - \langle r_i^2 \rangle)^2 \rangle} = \frac{\langle r_i^2 \rangle^2}{\langle r_i^4 \rangle - \langle r_i^2 \rangle^2}$$



## 振幅比の分布

$$f_r(r) = \int_0^{\infty} f_1(t) f_2(rt) t dt$$

$$= A r^{2m_2-1} \int_0^{\infty} t^{a-1} \exp(-bt^2) dt$$

$$A \equiv \frac{4m_1^{m_1} m_2^{m_2}}{\Gamma(m_1)\Gamma(m_2)\Omega_1^{m_1}\Omega_2^{m_2}} \quad a \equiv 2(m_1 + m_2) \quad b \equiv \frac{m_1}{\Omega_1} + \frac{m_2}{\Omega_2} r^2$$

積分公式

$$\int_0^{\infty} x^{a-1} \exp(-bx^2) dx = \Gamma\left(\frac{a}{2}\right) / (2b^{a/2})$$

$$= \frac{2m_1^{m_1} m_2^{m_2} \Gamma(m_1 + m_2) \Omega_1^{m_2} \Omega_2^{m_1}}{\Gamma(m_1)\Gamma(m_2)} \cdot \frac{r^{2m_2-1}}{(m_1\Omega_2 + m_2\Omega_1 r^2)^{m_1+m_2}}$$

$$= \frac{2m_1^{m_1} m_2^{m_2} \Gamma(m_1 + m_2) \xi^{m_1}}{\Gamma(m_1)\Gamma(m_2)} \cdot \frac{r^{2m_2-1}}{(m_1\xi + m_2r^2)^{m_1+m_2}}$$

$$\left( \xi \equiv \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right)$$

$$= \frac{2\eta r}{(\eta + r^2)^2}$$

 [for SISO ( $m_1 = m_2 = 1$ )]



仲上m分布のパラメータ  $\Omega$  と  $m$  はどのように決まるか？

平均電力比  $\eta \equiv P_{e2} / P_{e1}$  の関数とすると

$$\langle r_1^2 \rangle = \frac{N + \eta}{1 + \eta} P_{e1}$$

$$\langle r_2^2 \rangle = \frac{1 + \eta N}{1 + \eta} P_{e2}$$

$$\langle r_1^4 \rangle = \frac{N(N + 1) + 4\eta N + 2\eta^2}{(1 + \eta)^2} P_{e1}^2$$

$$\langle r_2^4 \rangle = \frac{\eta^2 N(N + 1) + 4\eta N + 2}{(1 + \eta)^2} P_{e2}^2$$

となるので

$$\Omega_1 (\equiv \langle r_1^2 \rangle) = \frac{N + \eta}{1 + \eta} P_{e1}$$

$$\Omega_2 (\equiv \langle r_2^2 \rangle) = \frac{1 + \eta N}{1 + \eta} P_{e2}$$

$$m_1 \left( \equiv \frac{\langle r_1^2 \rangle^2}{\langle r_1^4 \rangle - \langle r_1^2 \rangle^2} \right) = \frac{(N + \eta)^2}{N + 2\eta N + \eta^2}$$

$$m_2 \left( \equiv \frac{\langle r_2^2 \rangle^2}{\langle r_2^4 \rangle - \langle r_2^2 \rangle^2} \right) = \frac{(\eta N + 1)^2}{\eta^2 N + 2\eta N + 1}$$

## 式の妥当性の計算機シミュレーションによる確かめ

$N=2, \sigma_\tau=5$

$\Omega, m$ : 式から,  $\Omega', m'$ : シミュレーション

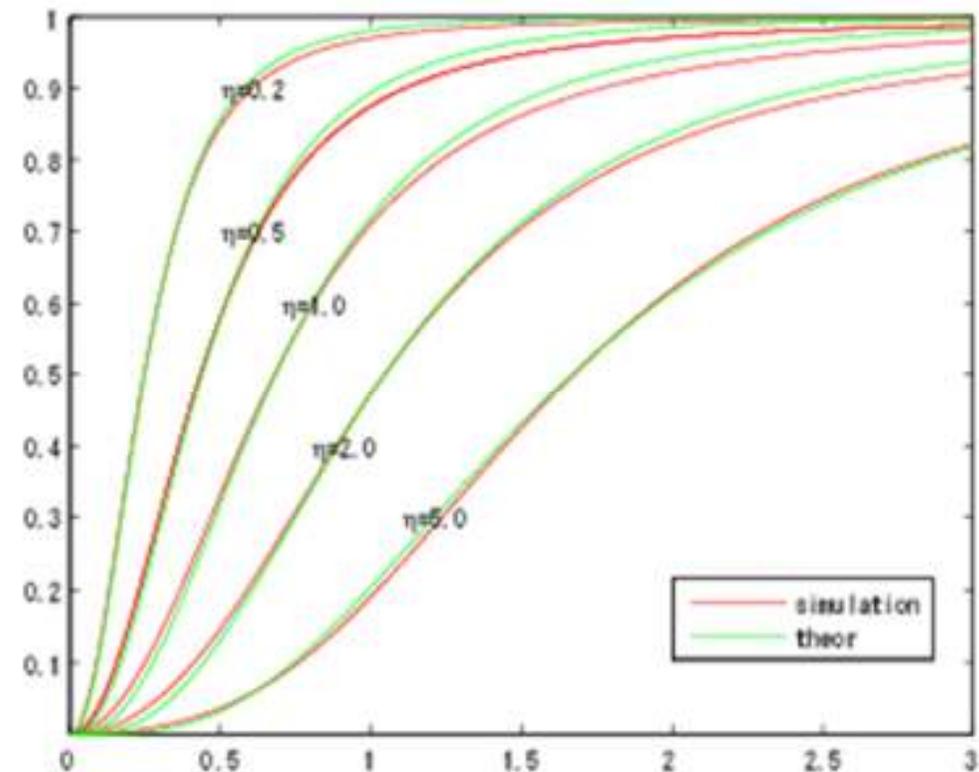
$T_{GI}/\sigma_\tau$	0	1	2	3	4
$\Omega_1$	0.75	1.4820	1.8016	1.9259	1.9726
$\Omega'_1$	0.7496	1.4830	1.8014	1.9257	1.9734
$\Omega_2$	0.75	0.2178	0.0722	0.0255	0.0092
$\Omega'_2$	0.7498	0.2177	0.0724	0.0255	0.0092

$T_{GI}/\sigma_\tau$	0	1	2	3	4
$m_1$	1.2857	1.6774	1.8712	1.9511	1.9818
$m'_1$	1.2859	1.6789	1.8734	1.9518	1.9834
$m_2$	1.2857	1.0507	1.0081	1.0012	1.0002
$m'_2$	1.2854	1.0500	1.0076	1.0005	0.9992



## 振幅比分布の妥当性の計算機シミュレーションによる確かめ

- 合成された信号(先行波, 遅延波)の振幅分布をm分布に近似した
- 仮定条件で, 振幅比分布のパラメータ $m$ ,  $\Omega$ を求め, 2波の振幅比分布 $f_r(r)$ を求めた
- 得られた振幅比分布と計算機シミュレーション結果を比較





$f_{r\phi}(r, \phi) \approx f_r(r) f_\phi(\phi)$  の  $f_\phi(\phi)$  を求める

- 仮定 1)  $\phi_1$ と $\phi_2$ の変動は独立  
2) それぞれの分布を正規分布に近似できる  
(近似の合理性を検証する)

MRC合成の振幅分布を仲上m分布に近似

⇒振幅が仲上m分布する物理現象から位相分布をイメージしにくい

⇒仲上m分布と仲上-ライス分布は近似関係がある

⇒振幅が仲上-ライス分布する物理現象(仲上-ライスフェージング)の位相の分布は、  
明確に定まる

⇒仲上-ライス分布への近似で考えてみたい

仲上m分布のパラメータmと、仲上-ライス分布のKファクタとの関係

$$m = \frac{(K+1)^2}{2K+1} \quad \longleftrightarrow \quad K = \sqrt{m^2 - m} + m - 1$$



## 仲上-ライスフェージングでの位相分布

$$f_{\phi_i}(\phi_i; K_i(m_i)) = \frac{1}{2\pi} \exp(-K_i) \left\{ 1 + \sqrt{\pi K_i} \cos \phi_i \exp(K_i \cos^2 \phi_i) \left[ 1 + \operatorname{erf}(\sqrt{K_i} \cos \phi_i) \right] \right\}$$

$(-\pi < \phi_i \leq \pi)$

$$= 0 \quad (\text{上記範囲外})$$

$\phi_1$ と $\phi_2$ の変動が独立と仮定、位相差  $\phi = \phi_2 - \phi_1$  の分布は

$$f_{\phi}(\phi) = \int_{-\pi}^{\pi} f_{\phi_1}(\phi_1; K_1) f_{\phi_2}(\phi_1 - \phi; K_2) d\phi_1$$

となるが、これ以上簡単にはできそうもない。積分のままでは、計算がしにくいので、使いたくない

⇒それぞれの位相( $\phi_1, \phi_2$ )および位相差( $\phi$ )の分布を正規分布に近似する



## 位相分布の近似

位相  $(\phi_1, \phi_2)$  の正規分布近似

$$f_{\phi_1}(\phi_1; K_1) \approx N\{0, \sigma_{\phi_1}^2(K_1)\}$$

$$f_{\phi_2}(\phi_2; K_2) \approx N\{0, \sigma_{\phi_2}^2(K_2)\}$$

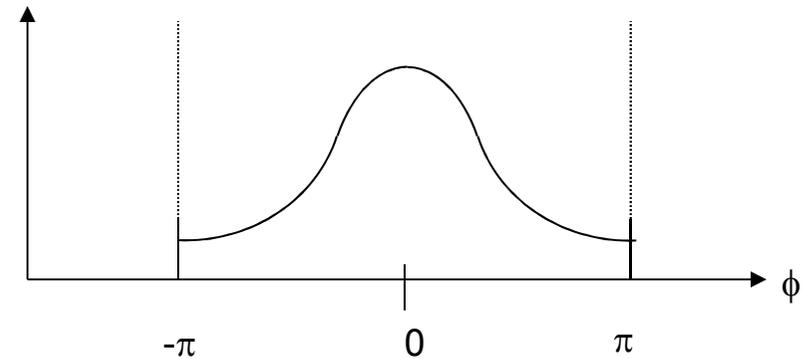


$$f'_\phi(\phi) \approx N\{0, (\sigma_{\phi_1}^2 + \sigma_{\phi_2}^2)\}$$

位相差  $(\phi)$  の打ち切り型正規分布近似

$$f_\phi(\phi) = \frac{1}{\gamma} f'_\phi(\phi) \quad (-\pi < \phi \leq \pi)$$

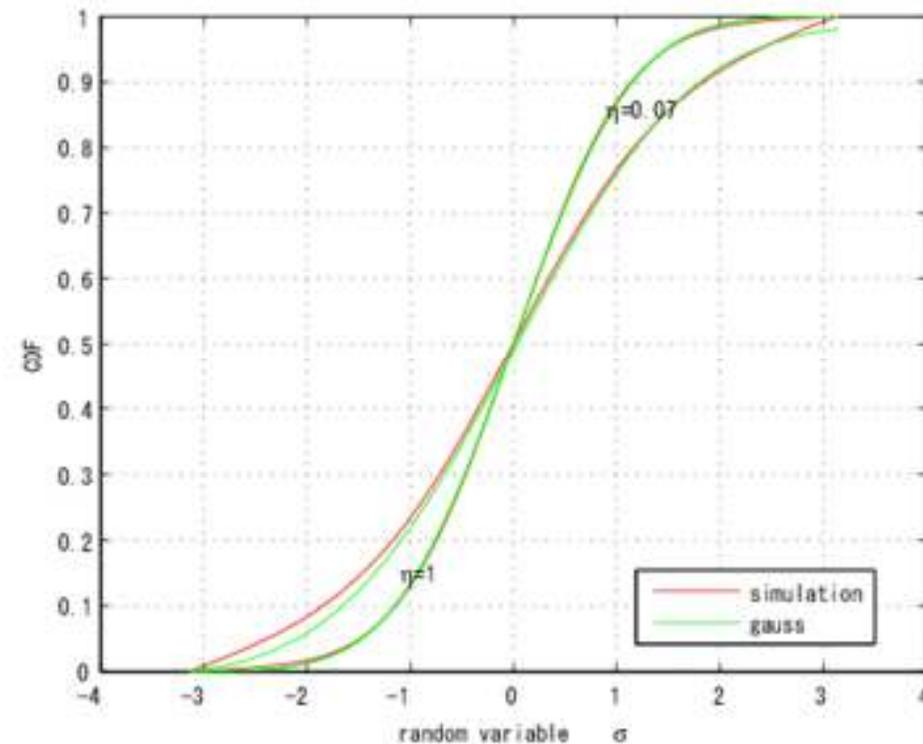
$$\gamma = \int_{-\pi}^{\pi} f'_\phi(\phi) d\phi = \text{erf}\left(\frac{\pi}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad \left(\sigma = \sqrt{\sigma_{\phi_1}^2 + \sigma_{\phi_2}^2}\right)$$





## 位相差分布の妥当性の計算機シミュレーションによる確かめ

- 位相分布を知りたいため、仲上m分布をライス分布へ近似した
- 更にそれぞれの位相を正規分布へ近似，位相差を打ち切り正規分布へ近似した
- 得られた位相差分布と計算機シミュレーション結果を比較



## BERマップを使用した実際の計算(これは、SISO, SIMOで共通)

$$BER_{floor} = \int_r f_r(r) \int_{\phi} f_{\phi}(\phi) E(r, \phi) d\phi dr$$

$$x \equiv 20 \log_{10} r$$

$$f_x(x) = \frac{1}{a} \exp\left(\frac{x}{a}\right) f_r \left\{ \exp\left(\frac{x}{a}\right) \right\}$$

$$(a \equiv 20 \log_{10} e)$$

$$BER_{floor} = \int_x f_x(x) \int_{\phi} f_{\phi}(\phi) E(x, \phi) d\phi dx$$

実際の計算式

$$BER_{floor} = \Delta\phi \Delta x \sum_x \left\{ f_x(x) \sum_{\phi} f_{\phi}(\phi) E(x, \phi) \right\}$$

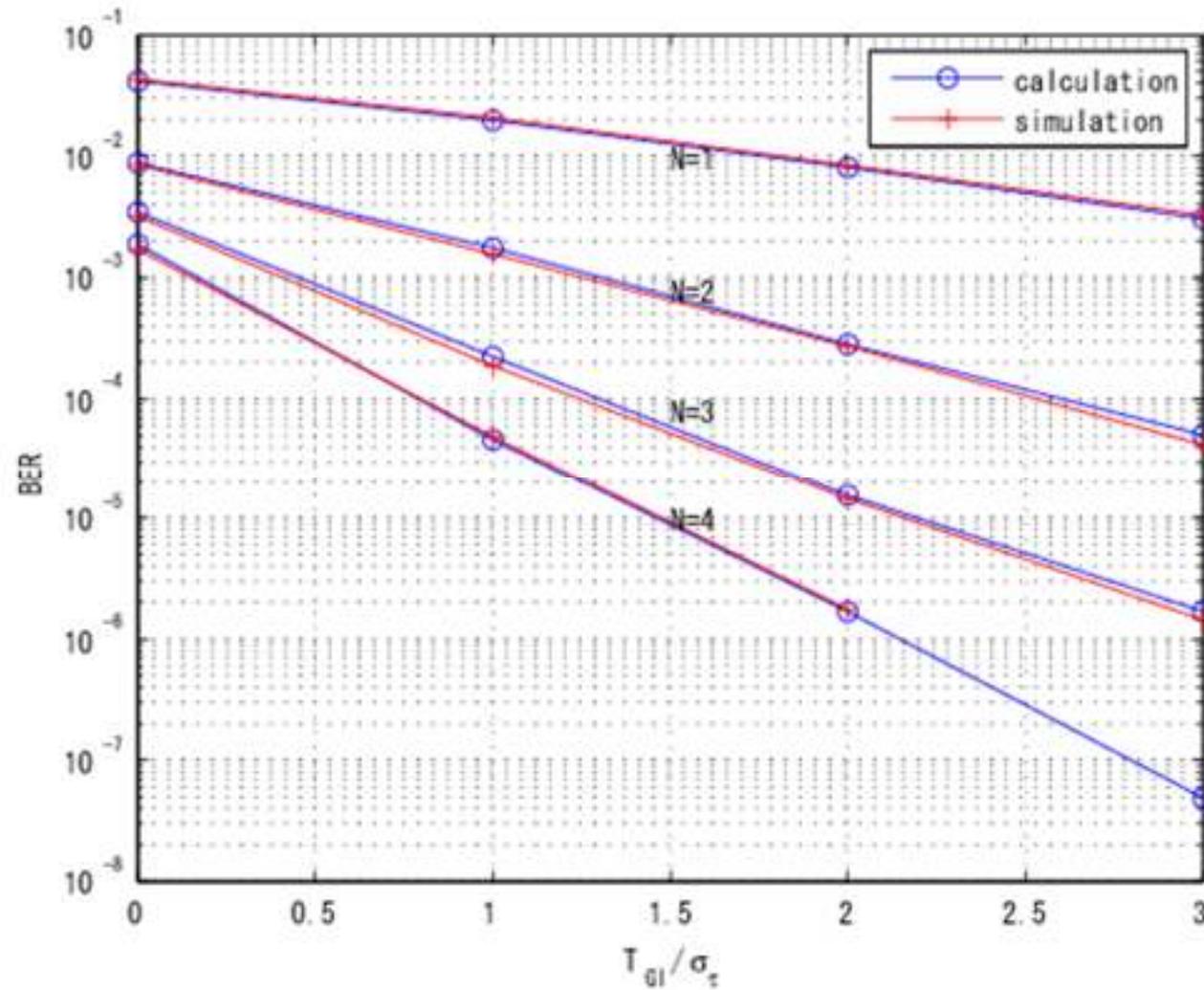
積分の離算化  
刻み幅 $\Delta x$ ,  $\Delta\phi$ は、  
BERマップの刻み幅

## OFDM-BER特性：シミュレーション条件

## Simulation Parameters

アンテナ構成	SIMO (N=1,2,3,4)
OFDMシンボル数	200000 (100 × 2000)
サブキャリア数 $K$	128
サブキャリア変復調方式	DQPSK
ガードインターバル(GI)長	$T_{GI} / \sigma_\tau = 0, 1, 2, 3$ , なるように値を変える
遅延スプレッド	$5T_0$ ( $T_0$ :一次変調データのシンボル)
マルチパス環境	レイリーフェージング (指数関数形遅延プロファイル)
マルチパス数 $L$	50

## 理論計算とシミュレーション比較



## —まとめ—

- OFDM伝送において、遅延の広がりGI時間を超える伝搬環境におけるSIMO構成の最大比合成ダイバーシティ特性のETPモデルができた
- モデルにより高精度な推定が可能であることを明らかにした

## —今後の課題—

- 今回は、限られた通信方式・限られた電波環境での評価であるので、より広範囲なパラメータで、精度を評価したい。
- 同様に、MIMOについても、等価伝送路モデルの構築を進めたい