AWCC

電気通信大学

アンテナ･伝播研究会
(H25.09.12)

# 不完全MRCのダイバーシチオーダについて

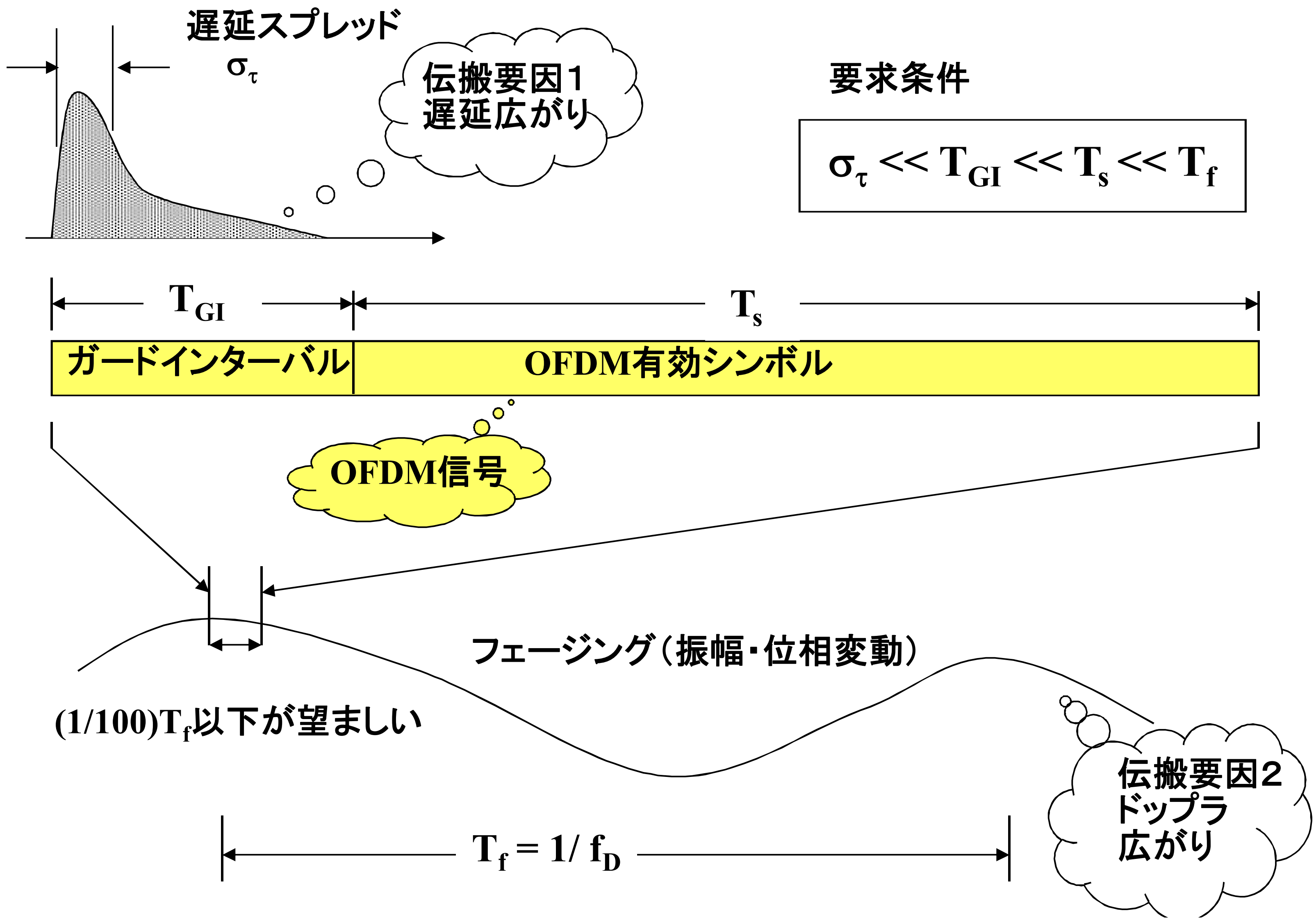
唐沢 好男
電気通信大学

# 発表の内容

- 本研究の端緒
- 最大比合成とダイバーシチオーダ
- 不完全最大比合成とは
- 理論式の導出
- まとめ

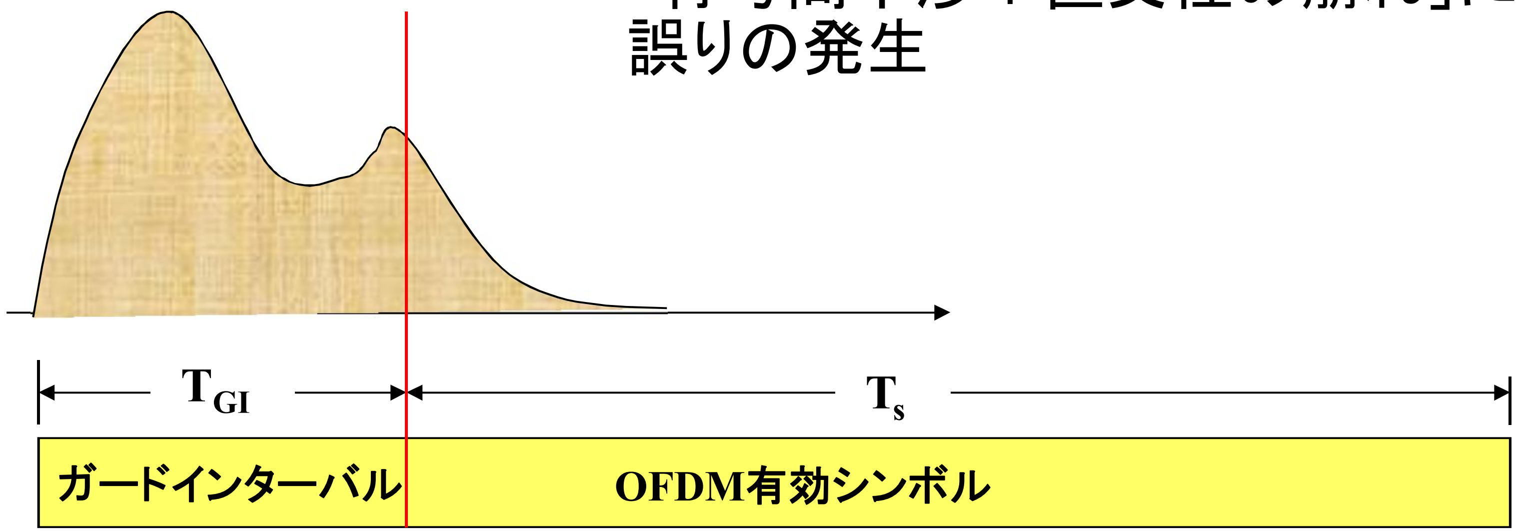
- 本研究の端緒
- 最大比合成とダイバーシチオーダ
- 不完全最大比合成とは
- 理論式の導出
- まとめ

# OFDM信号と電波伝搬パラメータとの関係

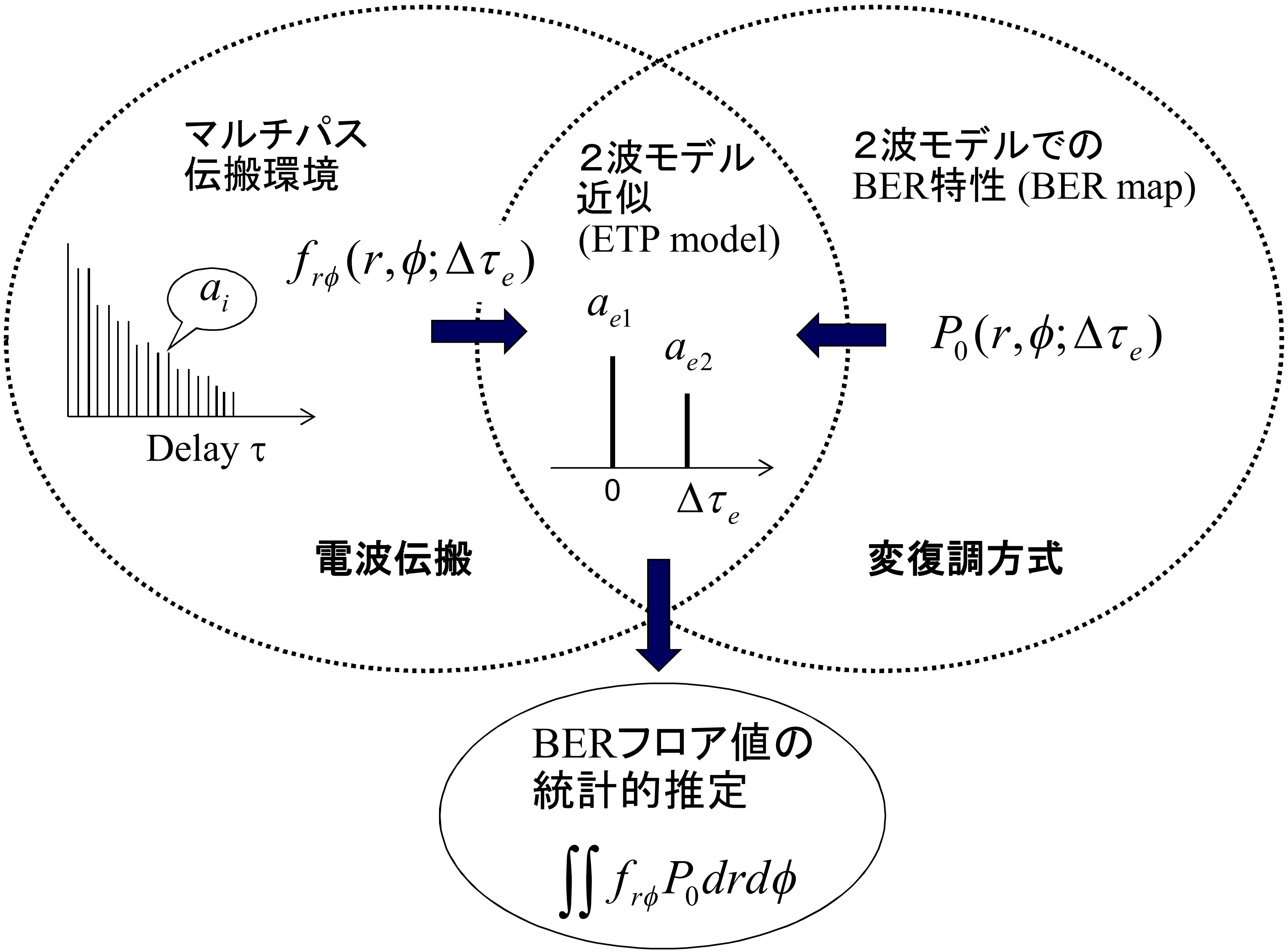


# 遅延の広がりがOFDMのGI長を超えると(＝GI 不十分問題)

Irreducible Error
「符号間干渉＋直交性の崩れ」による
誤りの発生



# 軽減困難な誤りの発生確率の等価伝送路モデルによる解析

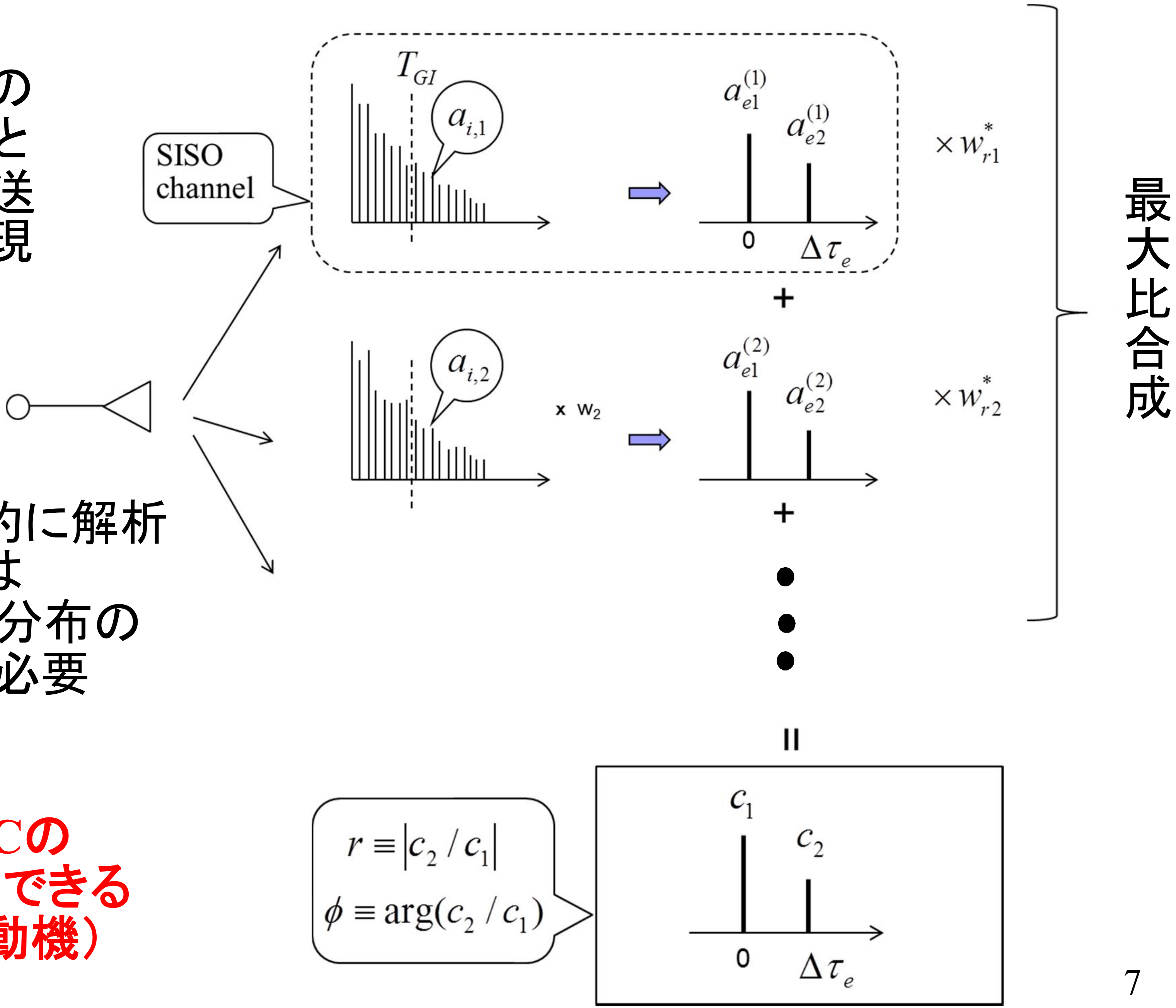


OFDM信号の最大比合成とその等価伝送路モデル表現

これを理論的に解析するためには $c_1$, $c_2$の確率分布の式の導出が必要

⇩

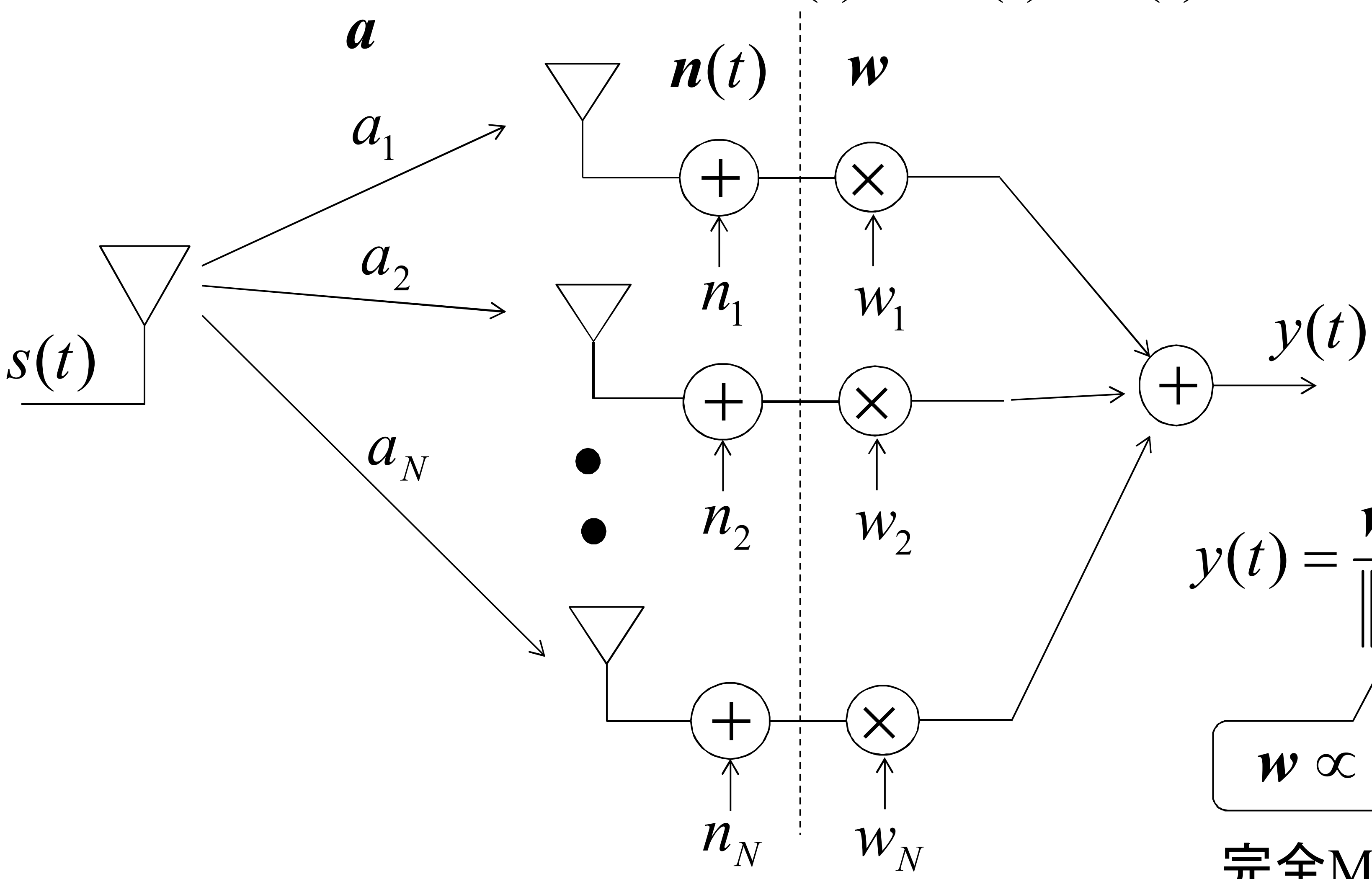
**不完全MRCの問題に帰着できる（本発表の動機）**



- 本研究の端緒
- 最大比合成とダイバーシチオーダ
- 不完全最大比合成とは
- 理論式の導出
- まとめ

# 最大比合成(MRC)ダイバーシチ

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{a}s(t) + \boldsymbol{n}(t)$$




$$y(t) = \frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}}{\|\boldsymbol{w}\|}\boldsymbol{u}(t)$$

$\boldsymbol{w} \propto \boldsymbol{a}$

完全MRC

# i.i.d. フェージング環境下での(完全)MRC

受信信号のCNRの確率分布 : 自由度 $2N$の$\chi$二乗分布(ガンマ分布)

⇩

信号成分の振幅の確率分布 :　仲上m分布

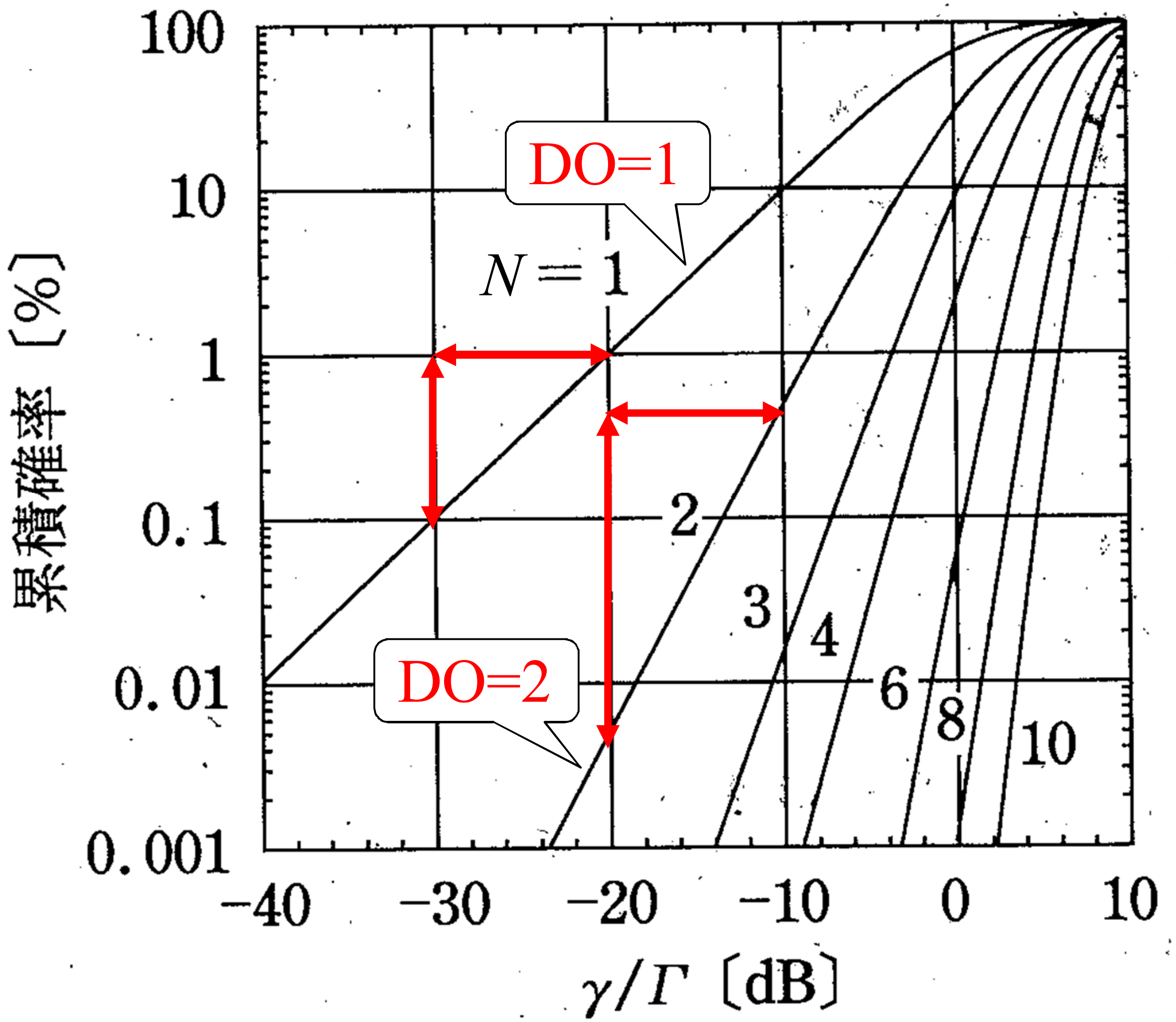
$$f_{Nm}(r;m,\Omega)=\frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m}\exp\left(-\frac{m}{\Omega}r^2\right)$$

$$\Omega\equiv\left\langle r^2\right\rangle$$

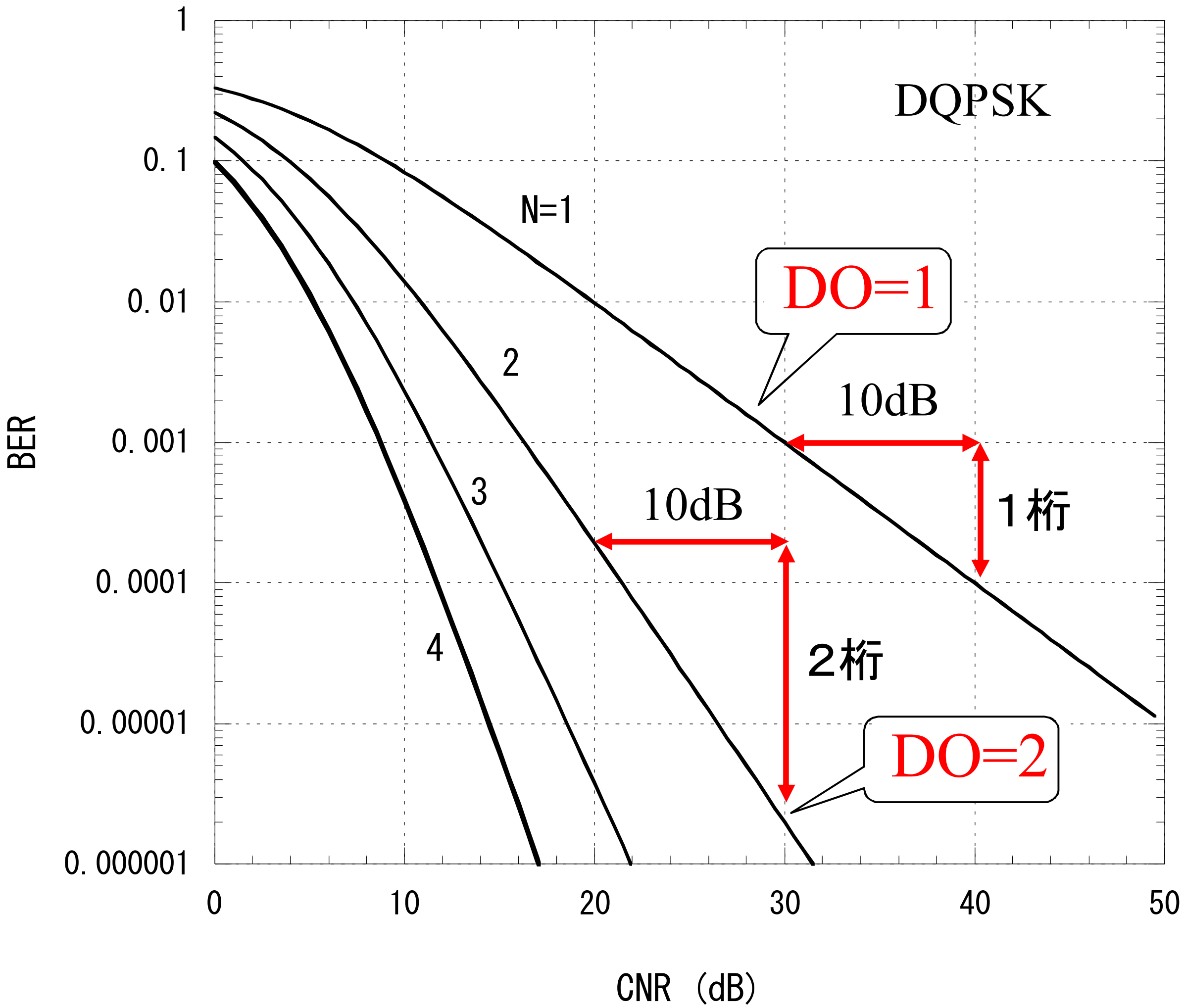
$$m\equiv\frac{\left\langle r^2\right\rangle^2}{\left\langle\left(r^2-\left\langle r^2\right\rangle\right)^2\right\rangle}=\frac{\left\langle r^2\right\rangle^2}{\left\langle r^4\right\rangle-\left\langle r^2\right\rangle^2}=N$$

ダイバーシチオーダ (DO)

# ダイバーシチ合成電力の累積分布



# BER特性とダイバーシチオーダ




*DO=N*

- 本研究の端緒
- 最大比合成とダイバーシチオーダ
- 不完全最大比合成とは
- 理論式の導出
- まとめ

# 不完全MRC

合成ウェイト

$$\boldsymbol{w} \propto \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$$

（$\boldsymbol{b}$ が誤差を与える項: i.i.d.）

信号成分の合成振幅

$$g = \frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}}{\|\boldsymbol{w}\|}$$

信号成分の合成電力

$$r^2 = |g|^2 = \frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}$$

不完全MRCの場合も、振幅分布は仲上m分布が維持されると仮定する

$$f_{Nm}(r;m,\Omega)=\frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m}\exp\left(-\frac{m}{\Omega}r^2\right)$$

$$\Omega\equiv\left\langle r^2\right\rangle=?$$

$$m\equiv\frac{\left\langle r^2\right\rangle^2}{\left\langle\left(r^2-\left\langle r^2\right\rangle\right)^2\right\rangle}=\frac{\left\langle r^2\right\rangle^2}{\left\langle r^4\right\rangle-\left\langle r^2\right\rangle^2}=?$$

ダイバーシチオーダ (DO)

⇒ ダイバーシチオーダを知るためには $\langle r^2\rangle$ と $\langle r^4\rangle$ を求めればよい

# $a$ と $w$ の相関係数（実数値を仮定）

$$\rho = \left\langle \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{a} \right\rangle / \sqrt{\left\langle \|\boldsymbol{w}\|^2 \right\rangle \left\langle \|\boldsymbol{a}\|^2 \right\rangle}$$

⇓

$\boldsymbol{w}$と無相関なi.i.d.ベクトル $\boldsymbol{x}$ を導入

$$\boldsymbol{a} = \rho \boldsymbol{w} + \sqrt{1-\rho^2}\,\boldsymbol{x}$$

ここで

$$\left\langle \|\boldsymbol{a}\|^2 \right\rangle = \left\langle \|\boldsymbol{w}\|^2 \right\rangle = \left\langle \|\boldsymbol{x}\|^2 \right\rangle = N$$

# $<r^2>$ の導出

$$r^2 = |g|^2 = \frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}$$

$$= \frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\left(\rho\boldsymbol{w} + \sqrt{1-\rho^2}\,\boldsymbol{x}\right)\left(\rho\boldsymbol{w} + \sqrt{1-\rho^2}\,\boldsymbol{x}\right)^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}$$

$$= \rho^2\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w} + \rho\sqrt{1-\rho^2}\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w} + \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\right) + \left(1-\rho^2\right)\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}$$

$$\left\langle r^2\right\rangle = \rho^2\left\langle\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}\right\rangle + (1-\rho^2)\left\langle\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}\right\rangle$$

$$= (N-1)\rho^2 + 1$$

$$\boxed{\left\langle r^2\right\rangle = (N-1)\rho^2 + 1}$$

## $\langle r^4 \rangle$ の導出

$$r^4=\left\{\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\left(\rho\boldsymbol{w}+\sqrt{1-\rho^2}\boldsymbol{x}\right)\left(\rho\boldsymbol{w}+\sqrt{1-\rho^2}\boldsymbol{x}\right)^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}\right\}^2$$

$$=\left\{\rho^2\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}+\rho\sqrt{1-\rho^2}\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}+\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\right)+\left(1-\rho^2\right)\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}\right\}^2$$

$$\left\langle r^4\right\rangle=\rho^4\left\langle\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}\right\rangle+2\rho^2(1-\rho^2)\left\langle\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}+\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\right\rangle+(1-\rho^2)^2\left\langle\left(\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}\right)^2\right\rangle$$

$$\left\langle\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}\right\rangle=N(N+1)$$

$$\left\langle\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}\right\rangle=\left\langle\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\right\rangle=N$$

$$\left\langle\left(\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}}\right)^2\right\rangle=2$$

$$\boxed{\left\langle r^4\right\rangle=(N^2-3N+2)\rho^4+4(N-1)\rho^2+2}$$

# 仲上m分布のパラメータ値

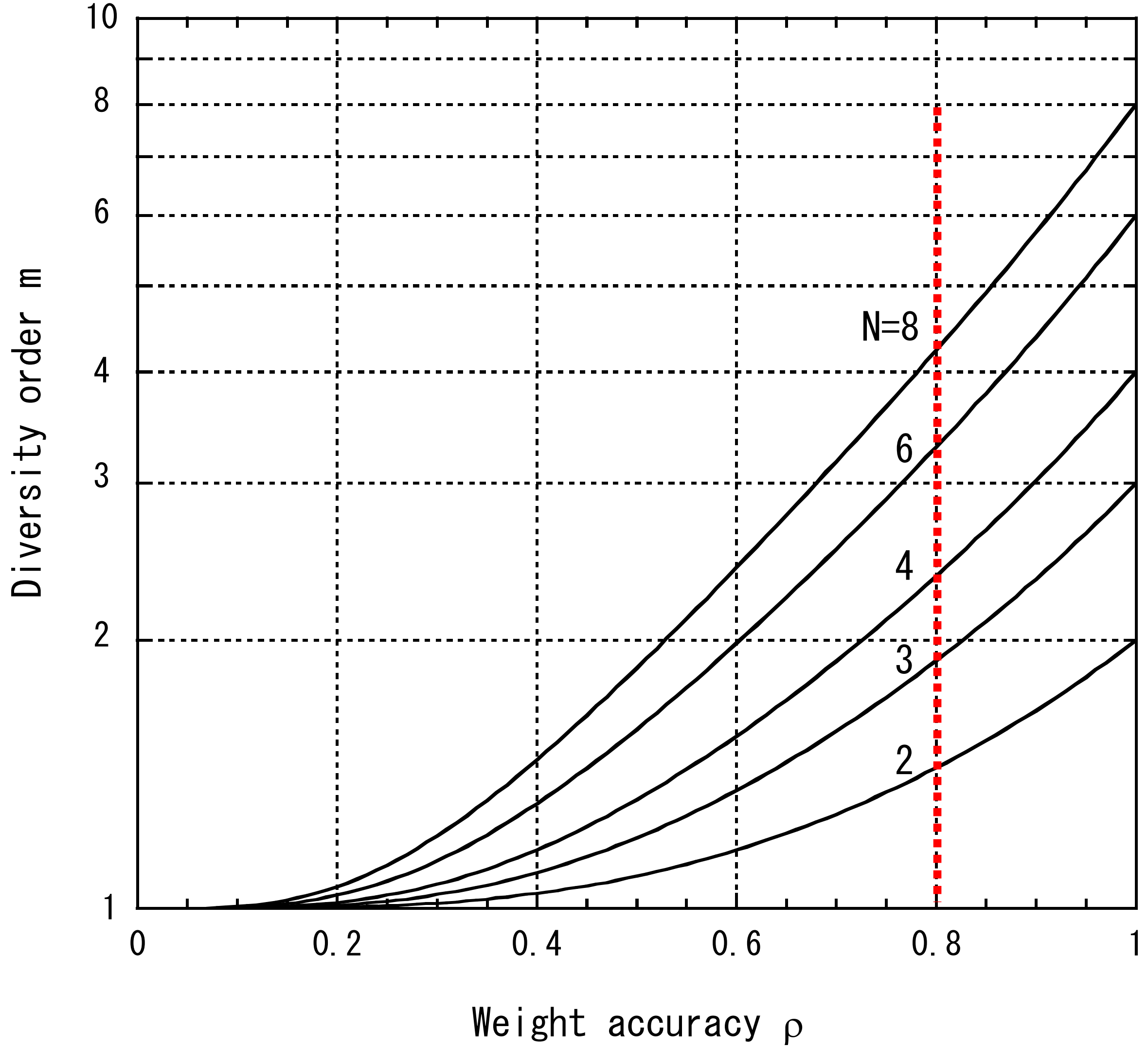
ダイバーシチオーダ

$$m = \frac{\left\langle r^2 \right\rangle^2}{\left\langle r^4 \right\rangle - \left\langle r^2 \right\rangle^2} = \frac{(N\rho^2 + 1 - \rho^2)^2}{N\rho^2(2-\rho^2) + (1-\rho^2)^2}$$

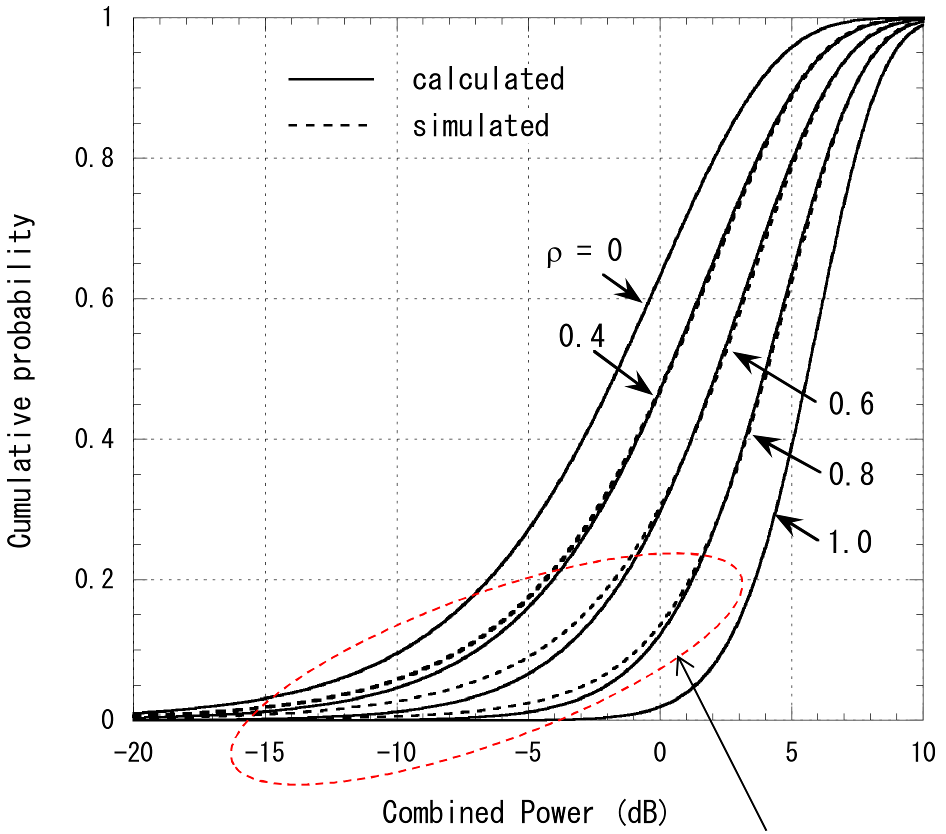
$$\Omega = \left\langle r^2 \right\rangle = (N-1)\rho^2 + 1$$

平均電力

# 不完全MRCのダイバーシチオーダ



# 計算値とシミュレーション値の比較




この部分に誤差が出ている
（仲上m分布からずれている）ので、
使用目的に注意

# 実際のMRCでの、相関係数の算定

$$\rho = \sqrt{\frac{M\Gamma_0}{1+M\Gamma_0}}$$

$\Gamma_0$ サンプル信号のCNR

$M$ 平均サンプル数

| $\Gamma_0$ \ $M$ | 1 | 3 | 10 |
|---|---|---|---|
| 0 dB | 0.71 | 0.87 | 0.95 |
| 5dB | 0.87 | 0.95 | 0.98 |
| 10dB | 0.95 | 0.98 | 0.99 |

注）これはあくまで大雑把な算定である

# まとめ

１）i.i.d.フェージング環境下での不完全MRCの理論解析を行った

２）ウェイトの不完全さを相関係数で与えるMRCにおける、ダイバーシチオーダの理論式を導いた

この解析結果をベースに、当初の目的である不完全GIのOFDM-MRCの解析モデル（等価伝送路モデル）の確立に進みたい