



アンテナ・伝播研究会
(H27.02.19)

不完全MRCにおける 合成信号強度の厳密確率分布

唐沢 好男
電気通信大学

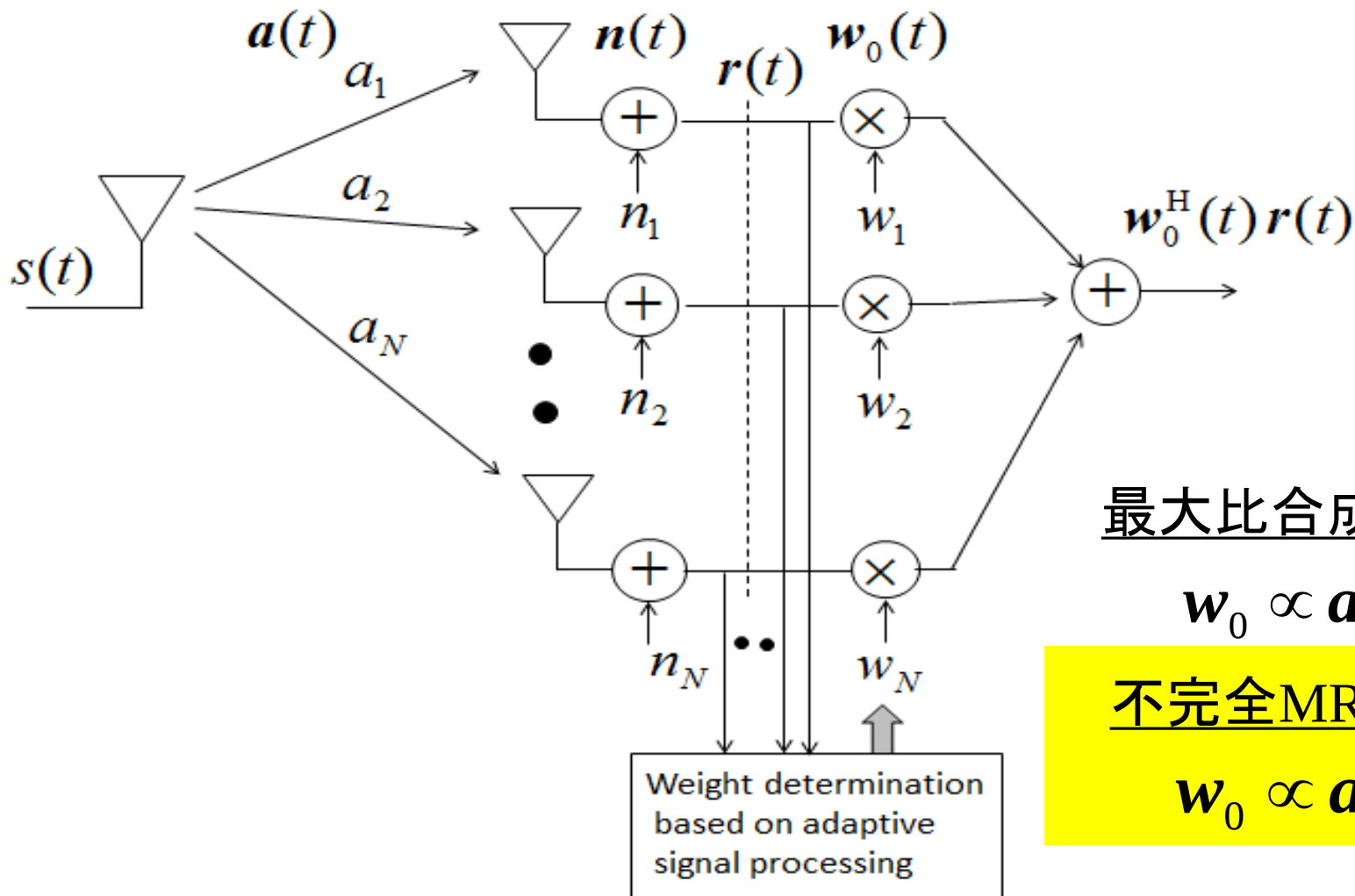


発表の内容

- 最大比合成とダイバーシチオーダ
- 不完全最大比合成とは
- 確率分布の厳密理論式の導出
- まとめ



スペースダイバーシチ合成



最大比合成 (MRC)

$$w_0 \propto \mathbf{a}$$

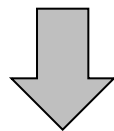
不完全MRC

$$w_0 \propto \mathbf{a} + \epsilon$$



i.i.d. フェージング環境下での(完全)MRC

受信信号のCNRの確率分布: 自由度 $2N$ の χ^2 乗分布 (ガンマ分布)



信号成分の振幅の確率分布: 仲上 m 分布

$$f_{Nm}(r; m, \Omega) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{m}{\Omega} r^2\right)$$

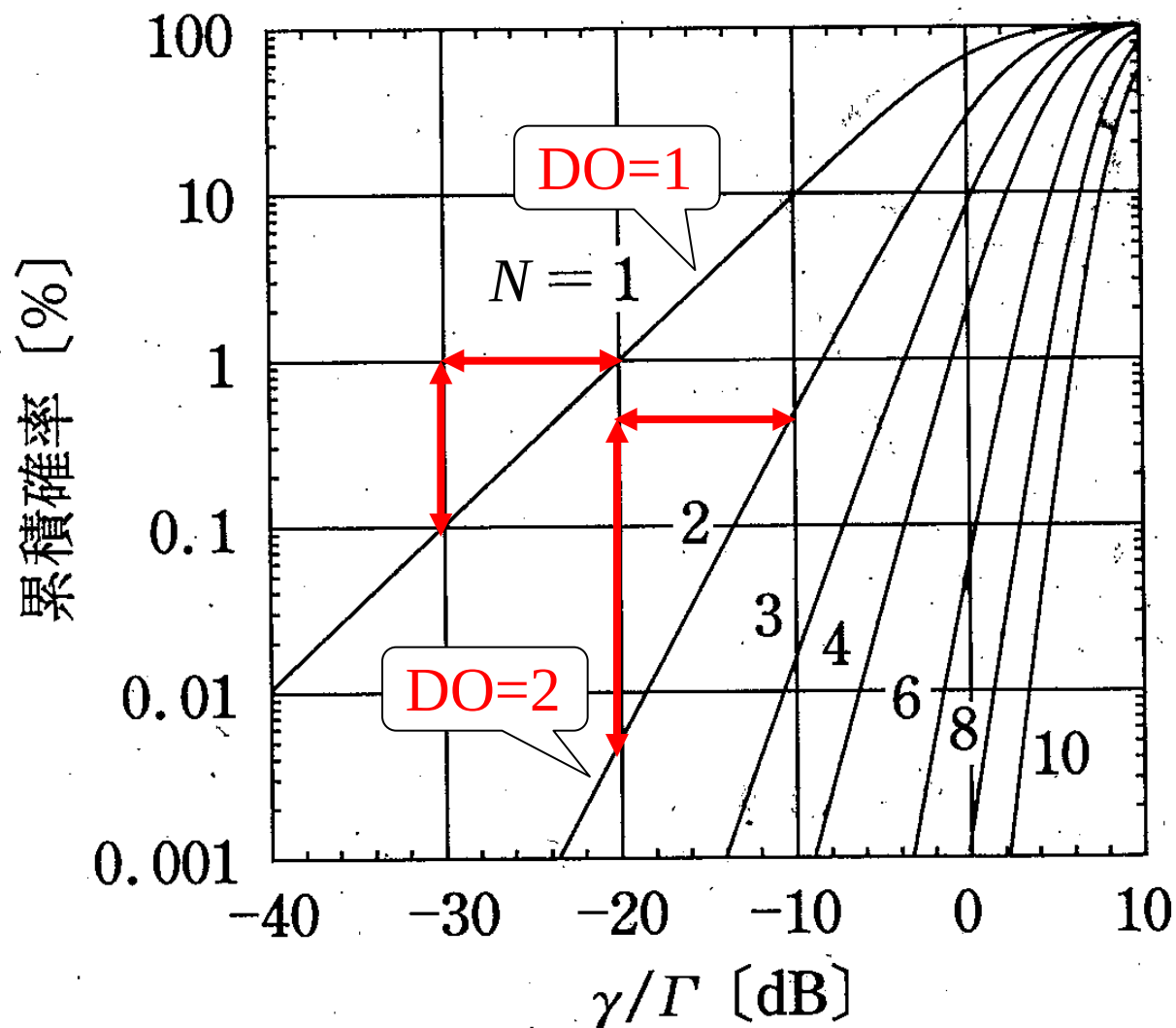
$$\Omega \equiv \langle r^2 \rangle$$

$$m \equiv \frac{\langle r^2 \rangle^2}{\langle (r^2 - \langle r^2 \rangle)^2 \rangle} = \frac{\langle r^2 \rangle^2}{\langle r^4 \rangle - \langle r^2 \rangle^2} = N$$

ダイバーシチ
オーダー (DO)



ダイバーシチ合成電力の累積分布





不完全MRC

合成ウェイト

$$\underbrace{\mathbf{w} \propto \mathbf{a} + \mathbf{b}}_{\text{合成ウェイト}} \quad (\mathbf{b} \text{ が誤差を与える項: i.i.d.})$$

合成ウェイトとチャネル特性との相関係数

$$\rho = \langle \mathbf{w}^H \mathbf{a} \rangle / \sqrt{\langle \|\mathbf{w}\|^2 \rangle \langle \|\mathbf{a}\|^2 \rangle}$$

$$\langle \mathbf{a}^H \mathbf{b} \rangle = 0$$



以前のAP研(2013.09)での発表

不完全MRCの場合も、振幅分布は仲上m分布が維持されると仮定

$$f_{Nm}(r; m, \Omega) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{m}{\Omega} r^2\right)$$

その時のパラメータ値(近似の無い理論式)

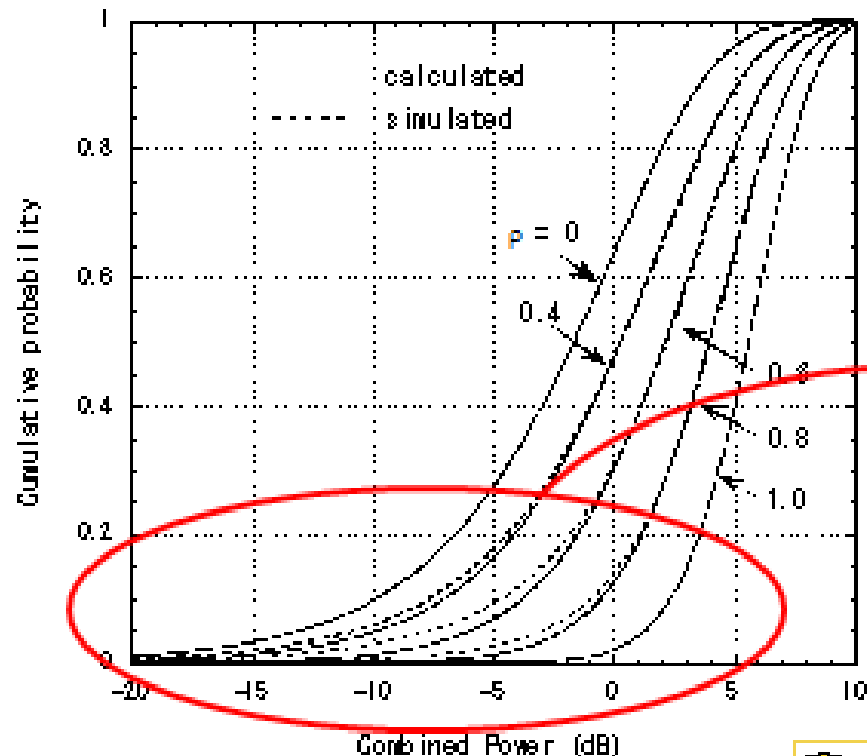
ダイバーシチオーダ

$$m = \frac{\langle r^2 \rangle^2}{\langle r^4 \rangle - \langle r^2 \rangle^2} = \frac{(N\rho^2 + 1 - \rho^2)^2}{N\rho^2(2 - \rho^2) + (1 - \rho^2)^2}$$

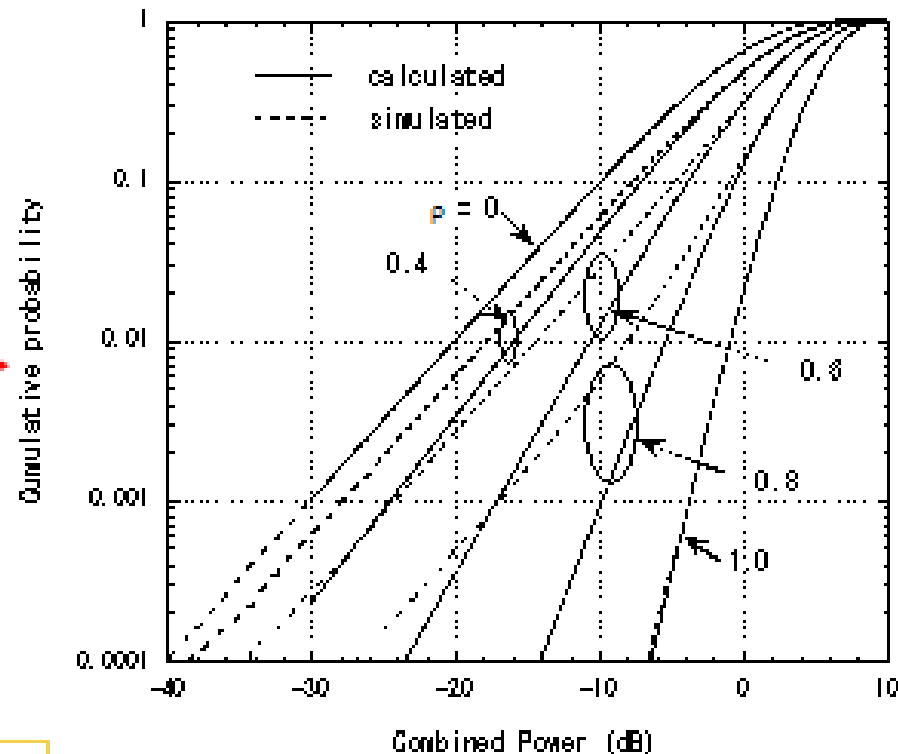
$$\Omega = \langle r^2 \rangle = (N-1)\rho^2 + 1$$

平均電力

相関係数をパラメータとする受信振幅分布の近似計算値とシミュレーション値の比較 ($N=4$)



累積確率リニア座標表示



累積確率対数座標表示



今回の解析

確率分布の形を仲上m分布に近似せず、厳密な分布を求める

受信信号の表現

$$r_0(t) = \mathbf{w}_0^H \mathbf{r}(t) = \sqrt{CNR} a_0 s(t) + n_0(t)$$

$$\mathbf{w}_0 = \frac{\mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|} \quad a_0 = \mathbf{w}_0^H \mathbf{a} \quad n_0(t) = \mathbf{w}_0^H \mathbf{n}(t)$$

各諸量の拘束条件

$$\langle \|\mathbf{a}\|^2 \rangle = \langle \|\mathbf{w}\|^2 \rangle = \langle \|\mathbf{b}\|^2 \rangle = \langle \|\mathbf{x}\|^2 \rangle = N$$

$$\langle \mathbf{w}^H \mathbf{a} \rangle = N\rho$$

$$\langle \mathbf{a}^H \mathbf{b} \rangle = \langle \mathbf{w}^H \mathbf{x} \rangle = 0$$

合成ウェイトの表現

$$\mathbf{w} = \rho \mathbf{a} + \sqrt{1 - \rho^2} \mathbf{b}$$

置換え
(ポイント)



$$\mathbf{a} = \rho \mathbf{w} + \sqrt{1 - \rho^2} \mathbf{x}$$



合成受信信号の振幅表現

$$a_0 = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{a}}{\|\mathbf{w}\|} = \frac{\rho \mathbf{w}^H \mathbf{w} + \sqrt{1 - \rho^2} \mathbf{w}^H \mathbf{x}}{\|\mathbf{w}\|}$$

$$= \rho \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|} + \sqrt{1 - \rho^2} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{x}}{\|\mathbf{w}\|}$$

完全なMRC

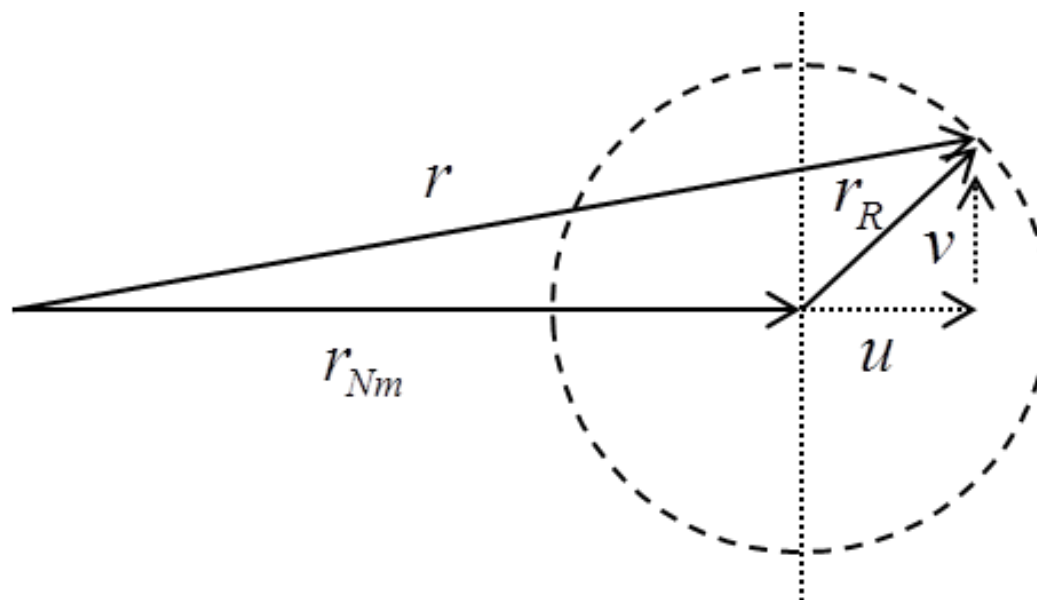
$m=N$ の仲上m分布
(実数)

単一アンテナ受信

複素ガウス分布
(複素数)



求める振幅 r の物理イメージ



$$z \left(\equiv r^2 \right) = \left(r_{Nm} + u \right)^2 + v^2$$

↑
仲上m分布

↑
 u, v は独立な正規分布



$z \left(\equiv r^2 \right) = \left(r_{Nm} + u \right)^2 + v^2 \rightarrow y \equiv r_{Nm} + u$ の確率分布を求める

$$f_y(y) = f_{Nm}(y) \otimes f_u(y)$$

$$= \int_0^\infty \frac{2m^m t^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{m}{\Omega}t^2\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(y-t)^2}{2\sigma^2}\right) dt$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{m^m}{\sigma \Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \int_0^\infty t^{2m-1} \exp\left\{-\left(\frac{m}{\Omega} + \frac{1}{2\sigma^2}\right)t^2 + \frac{yt}{\sigma^2}\right\} dt$$

$$= \frac{1}{2} \alpha_0 \beta^{-\frac{1}{2}-m} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \left\{ \sqrt{\beta} \Gamma(m) {}_1F_1\left(m, \frac{1}{2}, \frac{y^2}{4\beta\sigma^4}\right) + \frac{y}{\sigma^2} \Gamma\left(\frac{1}{2} + m\right) {}_1F_1\left(\frac{1}{2} + m, \frac{3}{2}, \frac{y^2}{4\beta\sigma^4}\right) \right\}$$

$$\alpha_0 \equiv \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{m^m}{\sigma \Gamma(m)\Omega^m} \quad \beta \equiv \frac{m}{\Omega} + \frac{1}{2\sigma^2}$$



$$z \left(\equiv r^2 \right) = \left(r_{Nm} + u \right)^2 + v^2 \longrightarrow z_1 \equiv \left(r_{Nm} + u \right)^2$$

の確率分布を求める

$$\begin{aligned} f_{z_1}(z_1) &= \left\{ f_y(-\sqrt{z_1}) + f_y(\sqrt{z_1}) \right\} \left| \frac{\partial y}{\partial z_1} \right| \\ &= \frac{1}{4\sqrt{z_1}} \alpha_0 \beta^{-\frac{1}{2}-m} \exp\left(-\frac{z_1}{2\sigma^2}\right) \left\{ \sqrt{\beta} \Gamma(m) {}_1F_1\left(m, \frac{1}{2}, \frac{z_1}{4\beta\sigma^4}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sqrt{z_1}}{\sigma^2} \Gamma\left(\frac{1}{2} + m\right) {}_1F_1\left(\frac{1}{2} + m, \frac{3}{2}, \frac{z_1}{4\beta\sigma^4}\right) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\beta} \Gamma(m) {}_1F_1\left(m, \frac{1}{2}, \frac{z_1}{4\beta\sigma^4}\right) + \frac{\sqrt{z_1}}{\sigma^2} \Gamma\left(\frac{1}{2} + m\right) {}_1F_1\left(\frac{1}{2} + m, \frac{3}{2}, \frac{z_1}{4\beta\sigma^4}\right) \right\} \\ &= \frac{\alpha_0 \beta^{-m} \Gamma(m)}{2\sqrt{z_1}} \exp\left(-\frac{z_1}{2\sigma^2}\right) {}_1F_1\left(m, \frac{1}{2}, \frac{z_1}{4\beta\sigma^4}\right) \end{aligned}$$



$$z \left(\equiv r^2 \right) = \left(r_{Nm} + u \right)^2 + v^2$$

$$f_{z_2}(z_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi z_2} \sigma} \exp\left(-\frac{z_2}{2\sigma^2}\right)$$

$$f_z(z) = f_{z_1}(z) \otimes f_{z_2}(z)$$

$$= b_1 e^{-b_2 z} \int_0^z \frac{1}{\sqrt{t(z-t)}} {}_1F_1\left(m, \frac{1}{2}, b_3 t\right) dt$$

← 今回の
目的式

$$b_1 \equiv \frac{\alpha_0 \beta^{-m} \Gamma(m)}{2\sqrt{2\pi} \sigma}$$

$$b_2 \equiv \frac{1}{2\sigma^2}$$

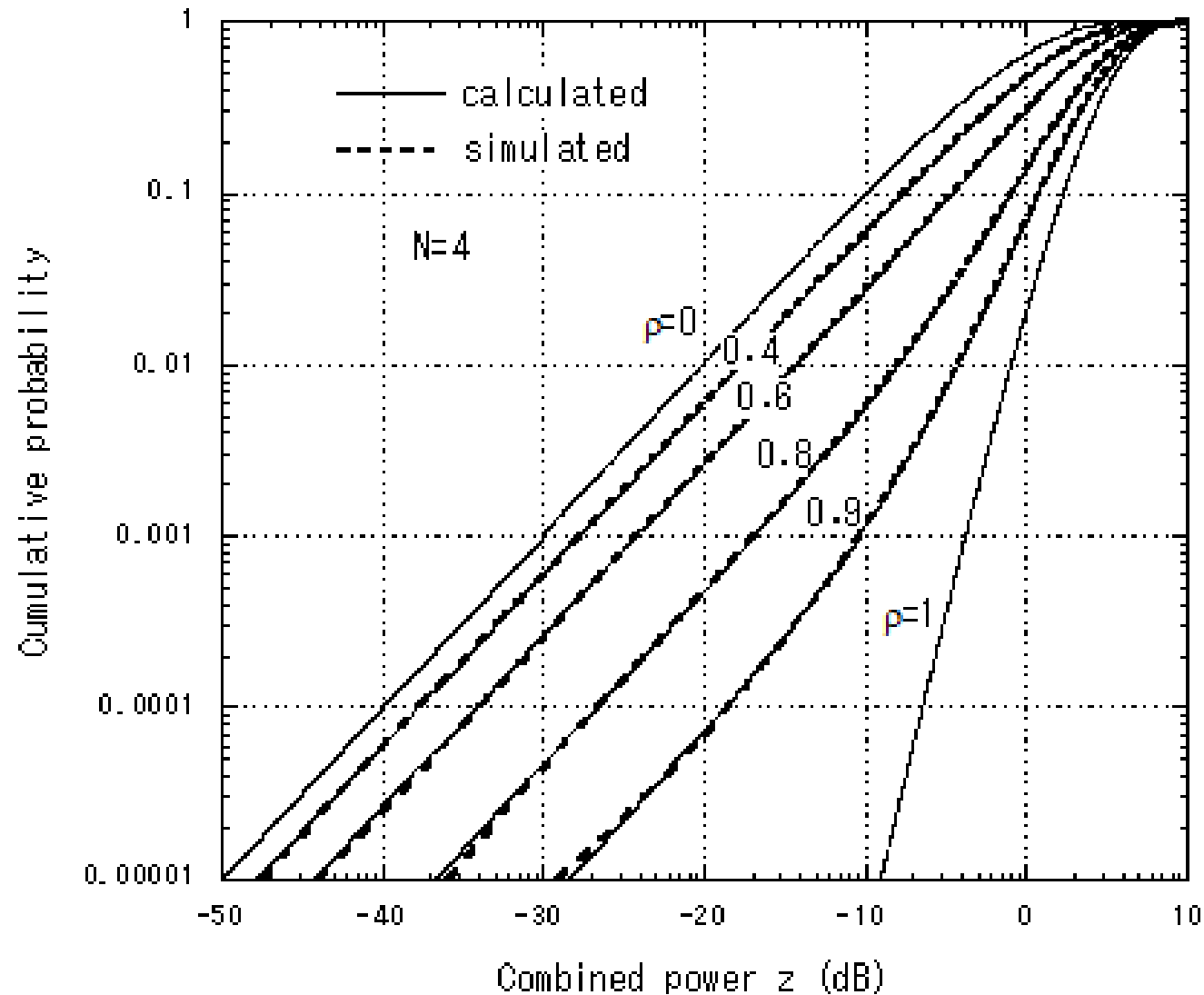
$$b_3 \equiv \frac{1}{4\beta\sigma^4}$$

振幅分布

$$f_r(r) = 2r f_z(r^2)$$



理論値とシミュレーション値の比較(N=4)





まとめ

- 1) i.i.d.フェージング環境下での不完全MRCの理論解析を行った
→受信強度の厳密な確率分布式が導出できた
- 2) 本稿のような設定環境においてその答えを得たい場合には、
計算機シミュレーションをするのが手っ取り早く、それが賢い方法だと言えるかもしれないが、ものごとの本質を理解したいとこだわるならば、このような解析も意味がある。
→通信路容量やBER評価の解析に有用
- 3) 解析の対象とした土俵がシンプルなので、先行研究が有りそうであるが、調べた限りにおいて、まだ見つけていない