



AP研:H28.01.14

フリスの伝達公式への温故知新

唐沢 好男

電気通信大学
先端ワイヤレス・コミュニケーション研究センター



あらまし

筆者は大学で、学部生や院生に無線通信を教えてきた。その授業ではフリスの伝達公式からスタートするが、その折に、「転」の章で取り上げるパラドックス的なことで、学生たちと議論するのは結構楽しい。いろいろな考えに触れることができて私自身も学ぶところが多かった。教科書では数行で説明されてしまうフリスの伝達公式の中にもたくさんの不異議がある。また、今日、当たり前のように使われている式(原典にある湯気が出ているような式が、洗練された式になっていることが多い)も、その源を訪ねてみると意外な発見もある。アンテナ・伝搬分野に限ってみても、同様な話題が多いと思う。肩ひじの張らない話として、種々の議論の呼び水になればと思い、この話題をまとめてみた。



起： フリスの伝達公式とは
無線通信のイロハのイ

承： 原典を訪ねる

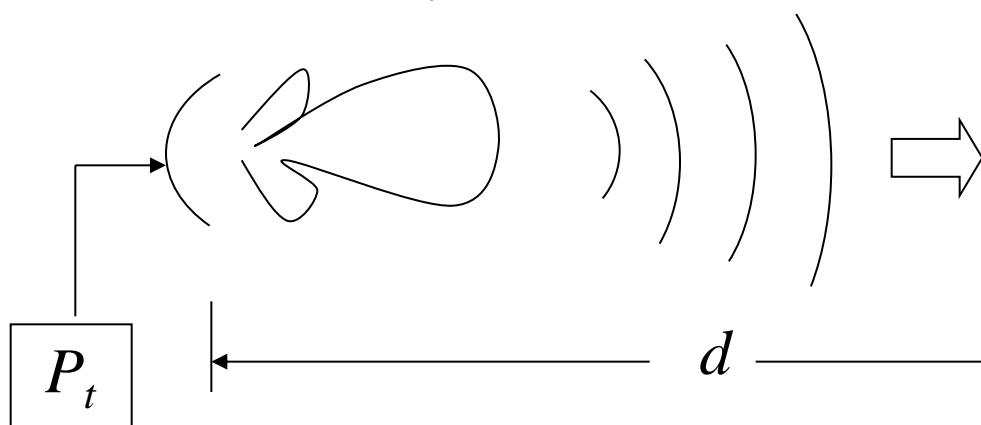
転： パラドックス？
・周波数によらないアンテナ？
・壊れたアンテナと設計されたアンテナ
・アレーアンテナ受信

結： 基本の中にも「不思議」が有る
学生に教える。学生から学ぶ。

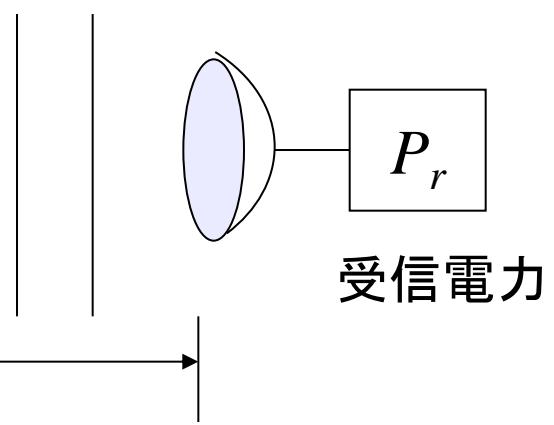


無線通信の基本伝送路

アンテナ実効面積 A_t
送信アンテナ利得 G_t



アンテナ実効面積 A_r
アンテナ利得 G_r



送信電力

伝搬距離

周波数 : f

フリス(Friis)の伝達公式

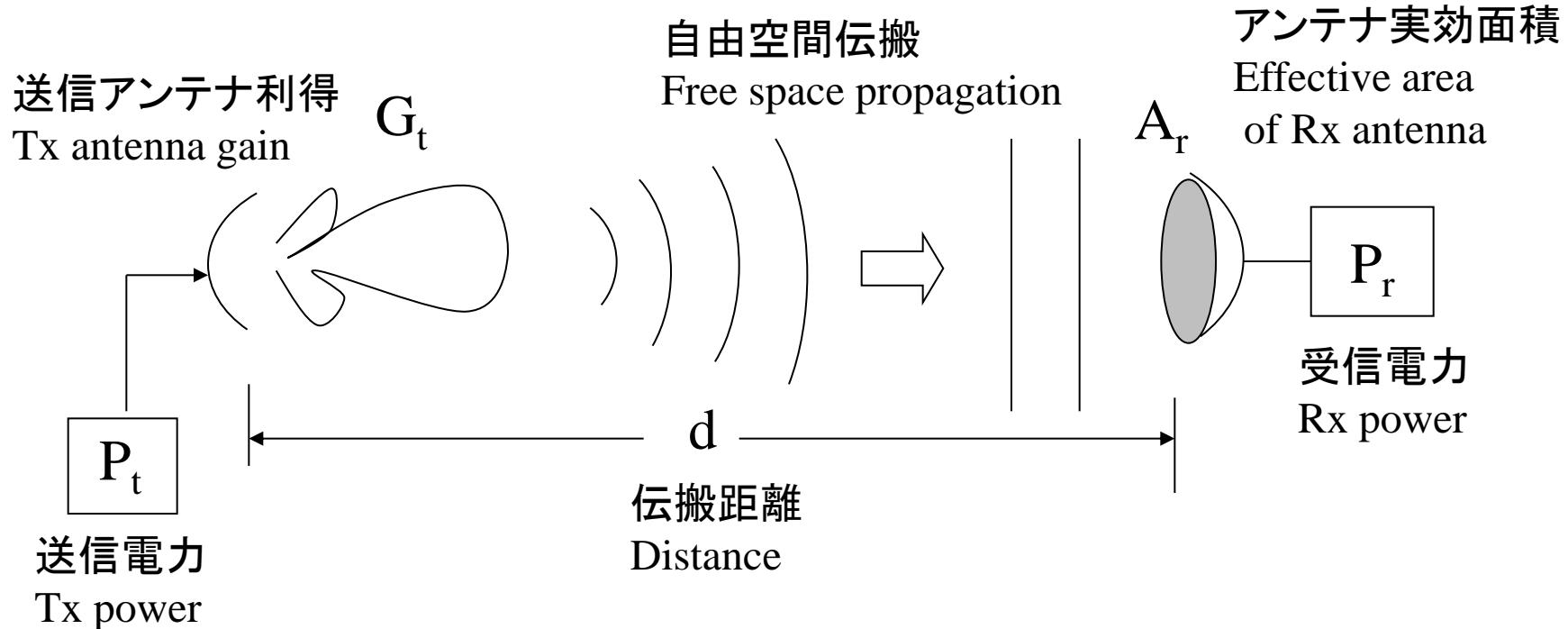
$$\frac{P_r}{P_t} = ?$$

無線伝送の基本式： フリスの伝達公式

出発点

$$P_r = P_t \times G_t \times \frac{1}{4\pi d^2} \times A_r$$

[W] : [W] [1/m²] [m²]

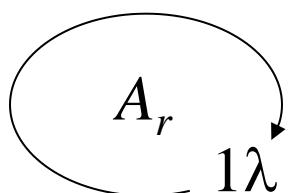




無線伝送の基本式：フリスの伝達公式

受信アンテナ利得 G_r と実効面積 A_r の関係

$$A_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r \quad (G_r=1 \text{ のときは、} \\ \text{円周 } 1 \text{ 波長の円の面積})$$



フリスの伝達公式

$$P_r = P_t G_t \frac{1}{4\pi d^2} \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r$$

$$= \frac{1}{L_p} G_r G_t P_t$$

自由空間伝搬損 : L_p

$$L_p = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2$$



無線伝送の基本式： フリスの伝達公式

$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_t G_r$$

ここから言えること

アンテナの特性(利得)が周波数に依存しないとき、
周波数が高くなるほど、受信強度は弱くなる



原典を訪ねる

fairly accurate calculation of the output wave shapes produced.

A comparison of typical laboratory wave shapes with similar field records of lightning surges is given in Fig. 12. By reconnecting the capacitors of the generator in

the lightning simulator it makes a comprehensive study of lightning hazards in relation to aircraft¹⁴ and studies on means of protection to minimize such hazards.

¹⁴ J. M. Bryant and M. Newman, "Lightning discharge investigation—I," University of Minnesota Eng. Exp. Sta., Technical Paper No. 38; April, 1942.

A Note on a Simple Transmission Formula*

HARALD T. FRIIS†, FELLOW, I.R.E.

Summary—A simple transmission formula for a radio circuit is derived. The utility of the formula is emphasized and its limitations are discussed.

INTRODUCTION

THIS NOTE emphasizes the utility of the following simple transmission formula for a radio circuit made up of a transmitting antenna and a receiving antenna in free space:

$$P_r/P_t = A_r A_t / d^2 \lambda^2 \quad (1)$$

where

* Decimal classification: R120. Original manuscript received by the Institute, December 6, 1945.

† Bell Telephone Laboratories, Holmdel, N. J.

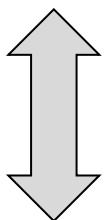
P_t = power fed into the transmitting antenna at its input terminals.	Same units of power
P_r = power available at the output terminals of the receiving antenna.	
A_r = effective area of the receiving antenna.	Same units of length
A_t = effective area of the transmitting antenna.	
d = distance between antennas.	
λ = wavelength.	

The effective areas appearing in (1) are discussed in the next section and this is followed by a derivation of the formula and a discussion of its limitations.



$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{A_r A_t}{(d\lambda)^2}$$

$$\left. \begin{aligned} A_r &= \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r \\ A_t &= \frac{\lambda^2}{4\pi} G_t \end{aligned} \right\}$$

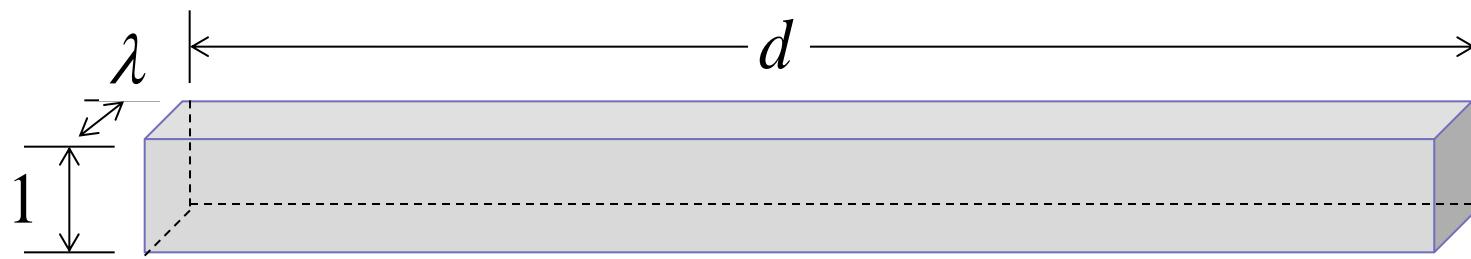


同じ式
でも、見える景色が違う？

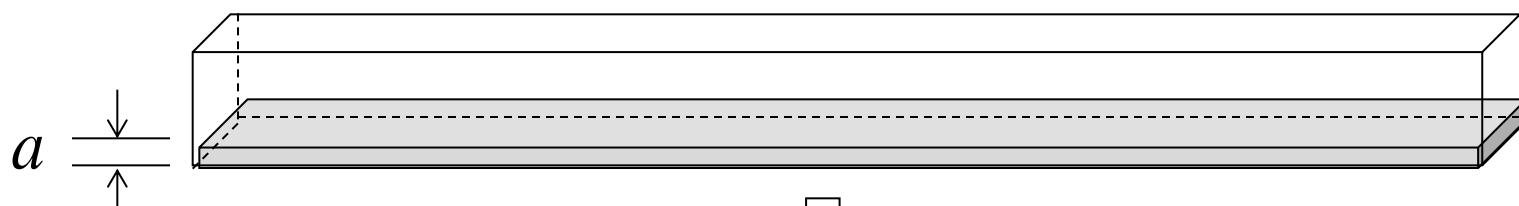
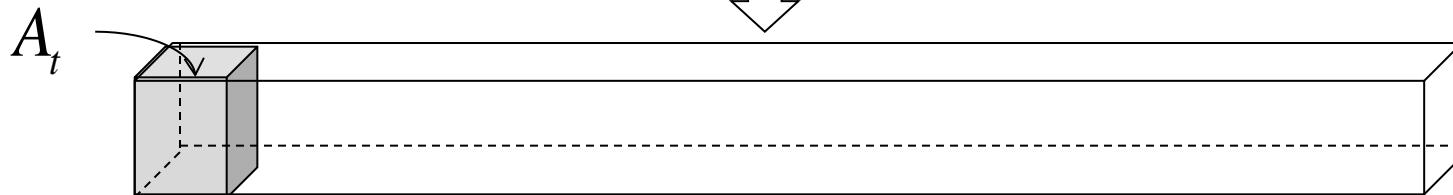
$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_t G_r$$

一つの 見方

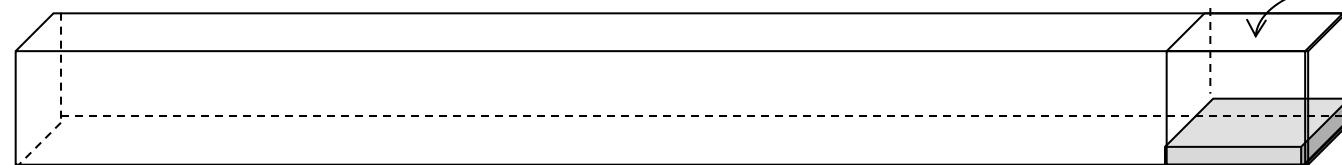
T_x



R_x



A_r



A diagram showing a horizontal rectangular channel. A small gray rectangular block is shown at the left end, with a label b indicating its area. A downward-pointing arrow is positioned between the two channels.

$$b = P_r / P_t$$



パラドックス？

その1

「アンテナの特性が周波数によらないとき、
伝送周波数が高くなると受信強度はどうなるか？」

答えは、「強くなる・弱くなる・変わらない」のどれか？



$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_t G_r \rightarrow$$

周波数が高くなると
弱くなる
(ダイポールアンテナ対向)

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{A_r A_t}{(d\lambda)^2} \rightarrow$$

強くなる
(パラボラアンテナ対向)

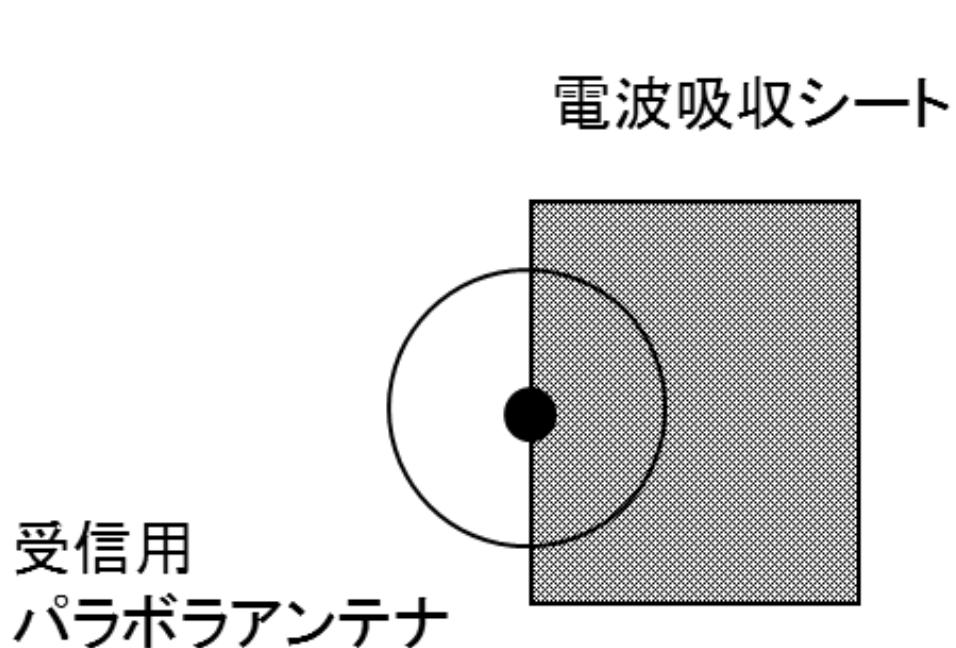
結論：質問自体に矛盾を含んでいる
→ 周波数に依存しないアンテナは無い

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$



その2：壊れたアンテナの性能劣化

性能劣化は？



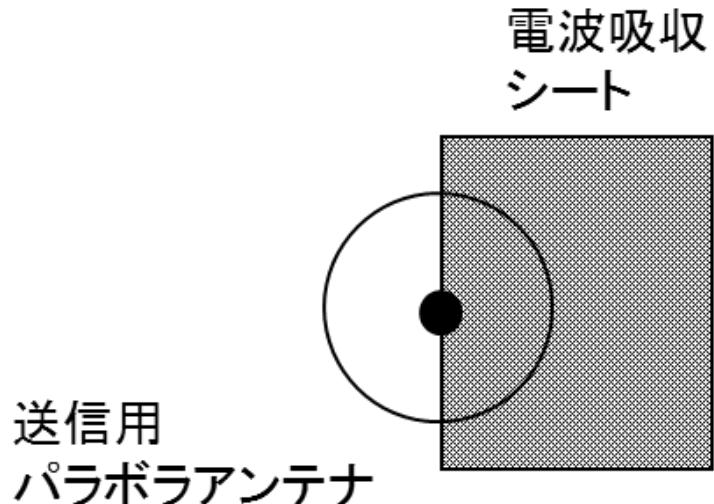
$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

(1) アンテナ面積が半分に
→ 3dB の利得低下

(2) 受信電圧が半分に
→ 6dB の利得低下



この問題を送信アンテナとしての性能劣化で考えると



前提
送受信アンテナ利得の可逆性

$$G_t = G_r$$

空間へ放出される電力が半分 → 3dB 低下

+

アンテナ面積が半分に

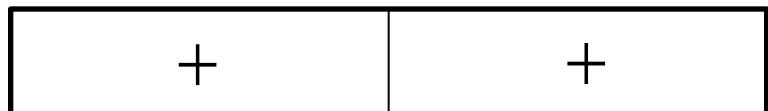
→ 3dB 低下

合計 6dB の
性能劣化



受信アンテナとしての理解は？

モード1



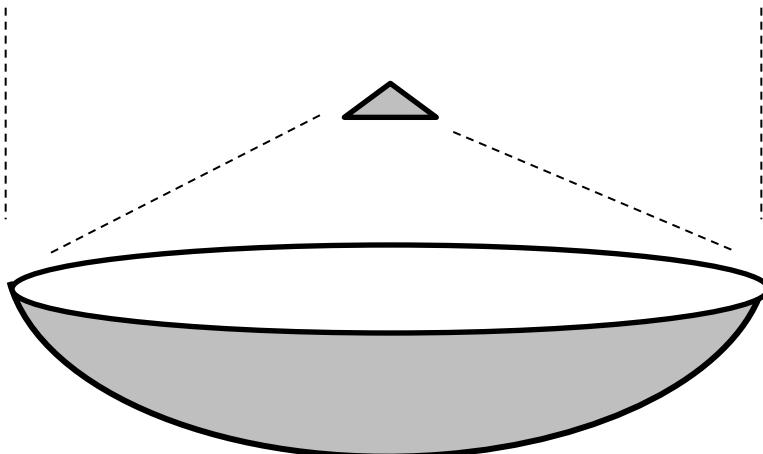
→ 1

モード2



→ 0

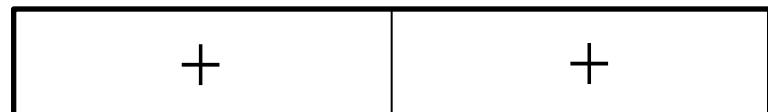
パラボラ
アンテナ





モード1

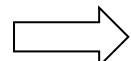
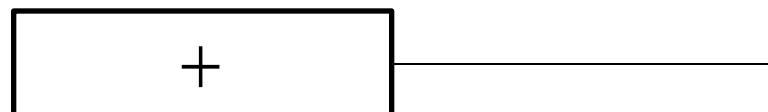
正常受信



1

半分遮蔽

1



?

||

モード1

1/2



モード2

+

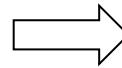
1/2



モード1

||

1/2



1/2 (= -6dB)



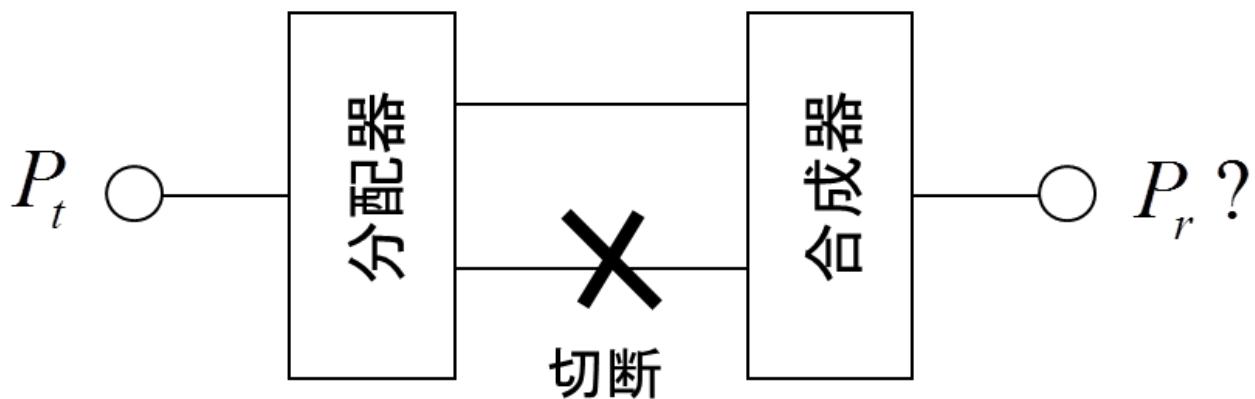
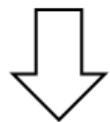
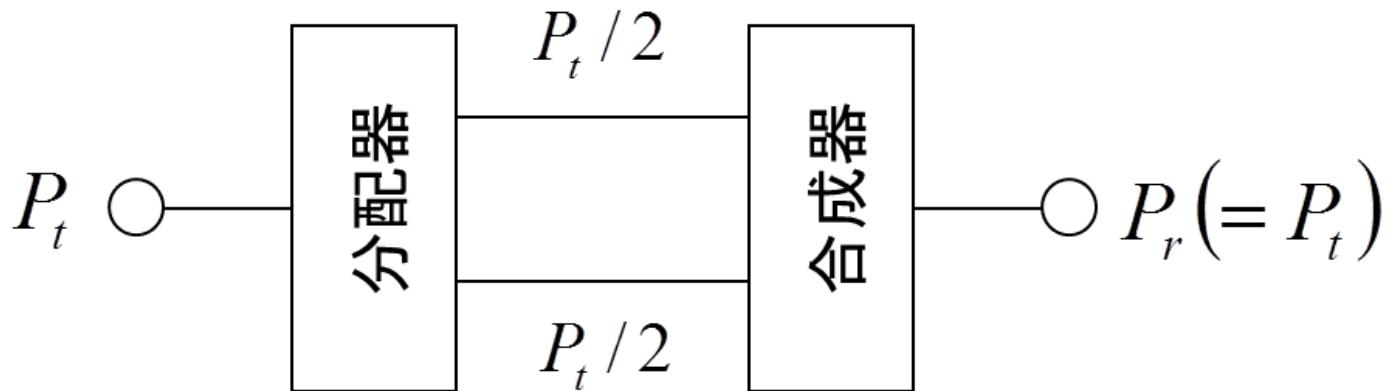
結論

半分壊れたアンテナの性能

≠ 正しく設計された面積半分のアンテナの性能

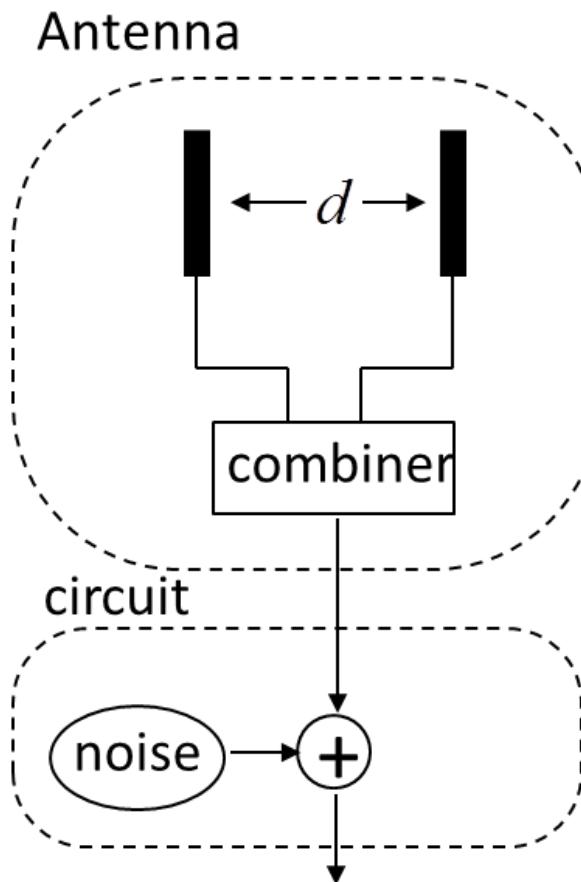
アンテナが壊れる → 受信信号の一部が、
アンテナが受信できないモードに変わる

類似の問題：マイクロ波の分配・合成問題





その3：2素子アレーアンテナの利得 アンテナ間隔を小さくしてゆくと？



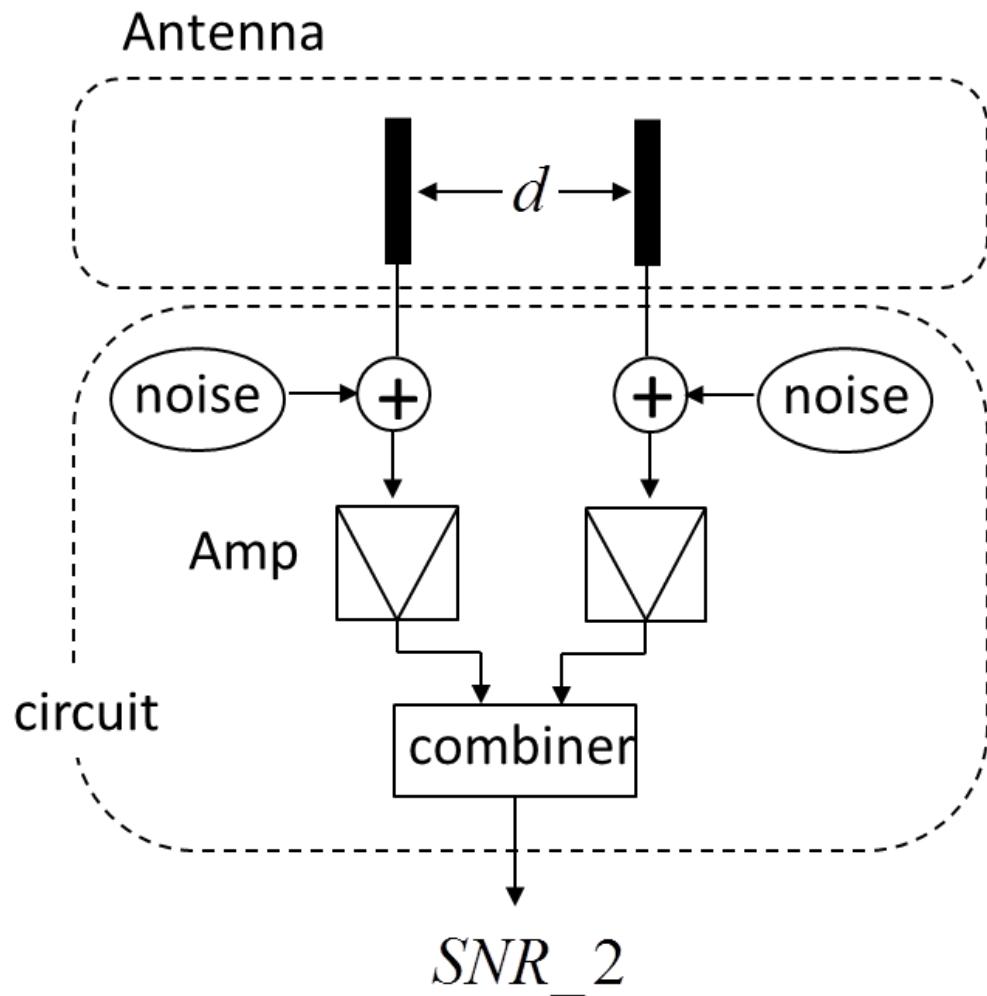
指向性利得の定義

$$D(\theta, \phi) = \frac{|E(\theta, \phi)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int |E(\theta, \phi)|^2 d\Omega}$$

アンテナカップリング問題を無視しても、
間隔が小さくなった時の利得低下が
説明できる(大雑把な意味で)



アクティブアンテナではどうか？



アンテナ

マイクロ波回路

アンテナカップリング問題を無視したら、利得低下が説明できない？



まとめ

- ・フリスの伝達公式は、無線回線設計の基本中の基本
- ・ その基本の中にも「不思議」が有る
- ・ 学生が考える力を身に着ける格好の教材
　学生とのディスカッションの中からも
　学ぶことがある