

近接素子配置における アレーアンテナの利得について

唐沢 好男

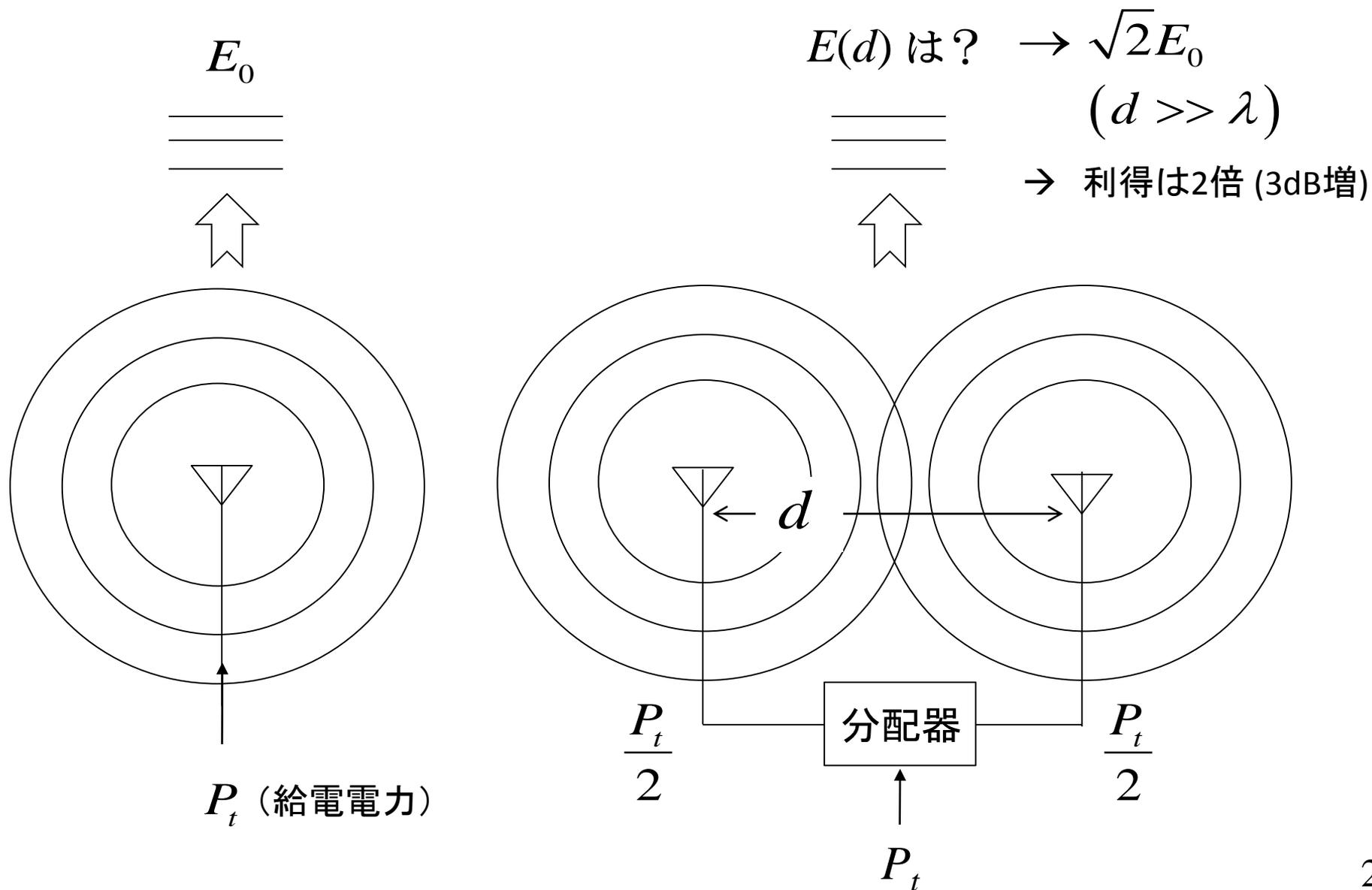
あらまし

無指向性アンテナ素子で同相給電されるアレーアンテナ(送信アンテナ)の利得は、その素子間隔を0に向けて狭めてゆくと、アンテナ利得の定義式からアレー利得は1に近づくであろう。一方、送信アンテナとして、素子間結合が無いなら、利得は変化しないとしても良さそうであるが、それはエネルギー保存則、すなわち、アンテナ利得の定義式に反する。本発表の前半では、この点について議論を行い、アレーファクタの考え方が、近接配置の場合でも適用できそうであることを述べる。本発表の後半では、その前提に立って、アレーアンテナの最大利得に対する評価を行う。給電ウェイトを制御して最大利得を求める手法は、固有値問題としてすでに確立しているが、簡易な計算式での評価は無指向性アレーに限られていた。本発表では、ダイポールアレーの場合の簡易計算式も示し、アンテナパターンの違いによる利得特性の違いを明らかにする。

発表の内容

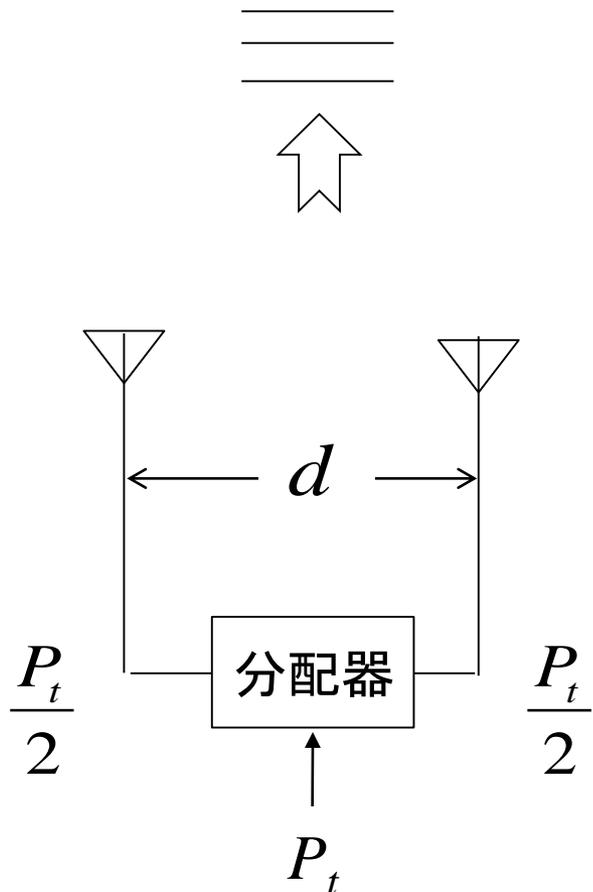
- ① 近接素子配置におけるアレーアンテナの利得についての不思議
- ② 理論解析が可能な半波長ダイポールアレーの場合
- ③ アレーファクタを前提とするアレーアンテナの最大利得
 - ・利得最大化問題は固有値問題
 - ・ダイポールアレーの場合
 - ・スーパーゲインアンテナとしてのエンドファイアアレー

アレーアンテナの利得(送信利得): 素子間隔が広いとき



アレーアンテナの利得(送信利得): 素子間隔が狭くなると

$d \ll \lambda$ のとき 利得は?



前提条件

- ① 2素子の同相給電アンテナ(送信)
- ② 素子アンテナは無指向性アンテナ
- ③ アレー素子間の結合は無い

↓
正面方向利得は、距離に依存せず 2 (=3dBi)

↓
 $d \rightarrow 0$ の極限では、全方向に対して、利得 2

↓
アンテナ利得の定義に矛盾する
(エネルギー保存則が崩れる)

指向性アンテナ利得： 定義

$$D(\theta, \phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{|E(r, \theta, \phi)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E(r, \theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi} \right)$$

2素子アレー(無指向性アンテナ)

$$E(\theta, \phi) \propto 1 + \exp(jkd \sin \theta \cos \phi)$$

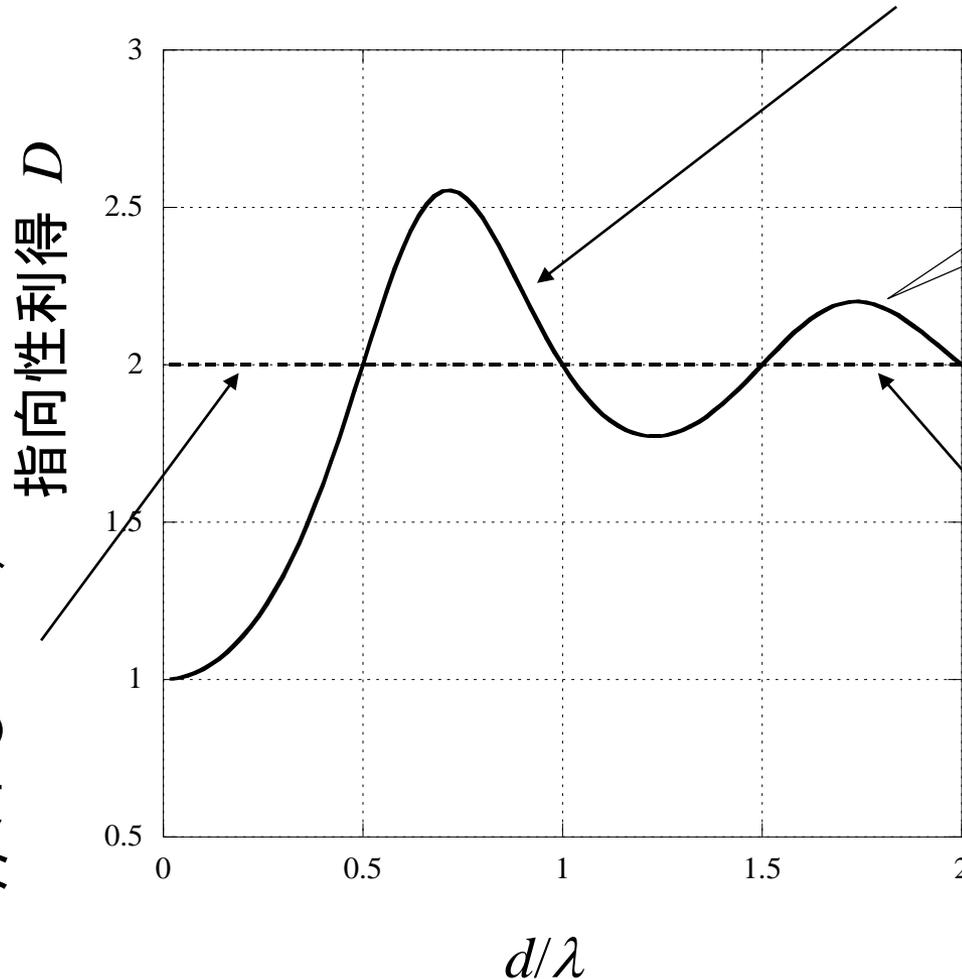
$$D(\theta, \phi) = \frac{2 \cos^2 \left(\frac{kd}{2} \sin \theta \cos \phi \right)}{1 + \frac{\sin(kd)}{kd}}$$

$d \rightarrow 0$ では $D \rightarrow 1$ (矛盾は解消されている)

無指向性アンテナの正面方向利得

アンテナ利得の定義式

$$D(\theta, \phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{|E(r, \theta, \phi)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E(r, \theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi} \right)$$



この算定なら正しいのか？

アンテナ結合無し

間隔 $d=0$ では、どの方向でも $D=2$ 。供給電力の倍の電力が空間に放出されることになり、不合理

半波長ダイポールアンテナ素子アレーの場合（理論解析が可能）

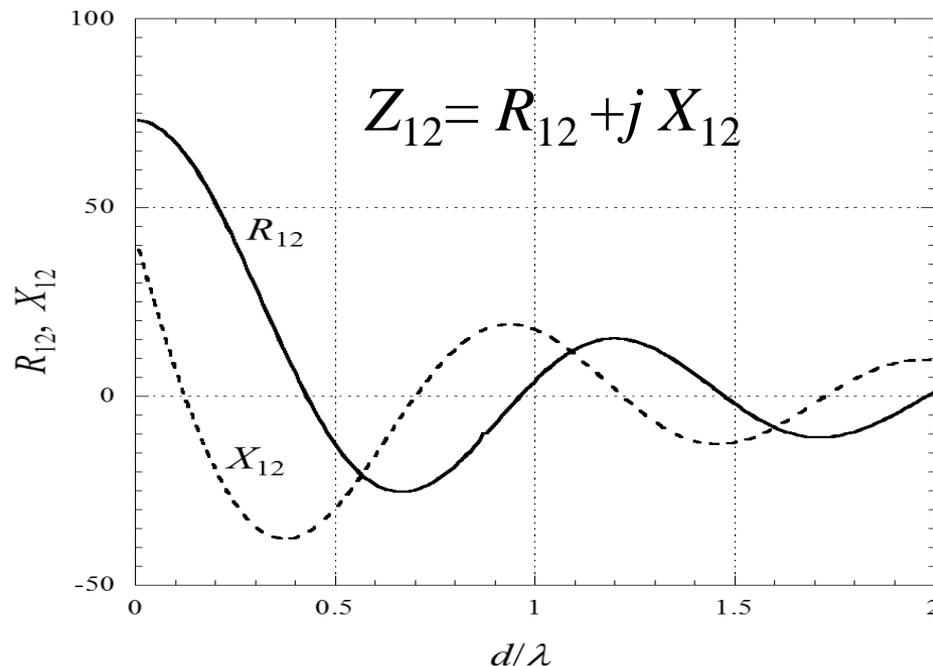
ダイポールアンテナ単体の基本特性

電流分布 $I = I_0 \sin k \left(\frac{\lambda}{4} - |z| \right) \quad \left(0 < |z| \leq \frac{\lambda}{4} \right)$

指向性(電界次元) $E_\theta = j60I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos((\pi/2)\cos\theta)}{\sin\theta}$

アンテナインピーダンス $Z (= R_{11} + jX_{11}) = 73.13 + j42.55 \text{ } [\Omega]$

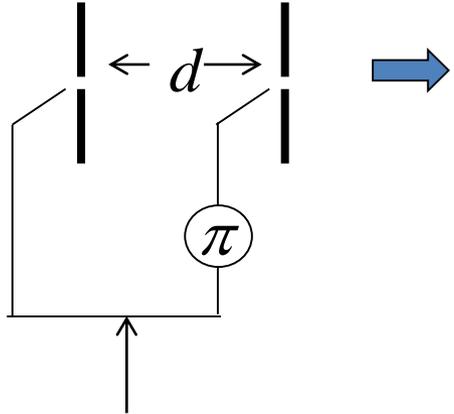
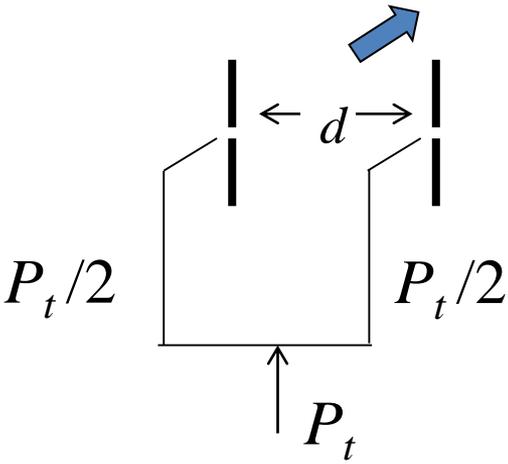
相互インピーダンス
(素子間隔接近時の)



2素子半波長ダイポールアレー

【同相給電ブロードサイドアレー】

【逆相給電エンドファイアアレー】



入力抵抗による利得算定

$$D^{(+)}\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}; d\right) = 2 \frac{R_{11}}{R_{11} + R_{12}(d)} D_{0,HDP}$$

$$D^{(-)}\left(\frac{\pi}{2}, 0; d\right) = 2 \frac{R_{11}}{R_{11} - R_{12}(d)} \sin^2\left(\frac{kd}{2}\right) D_{0,HDP}$$

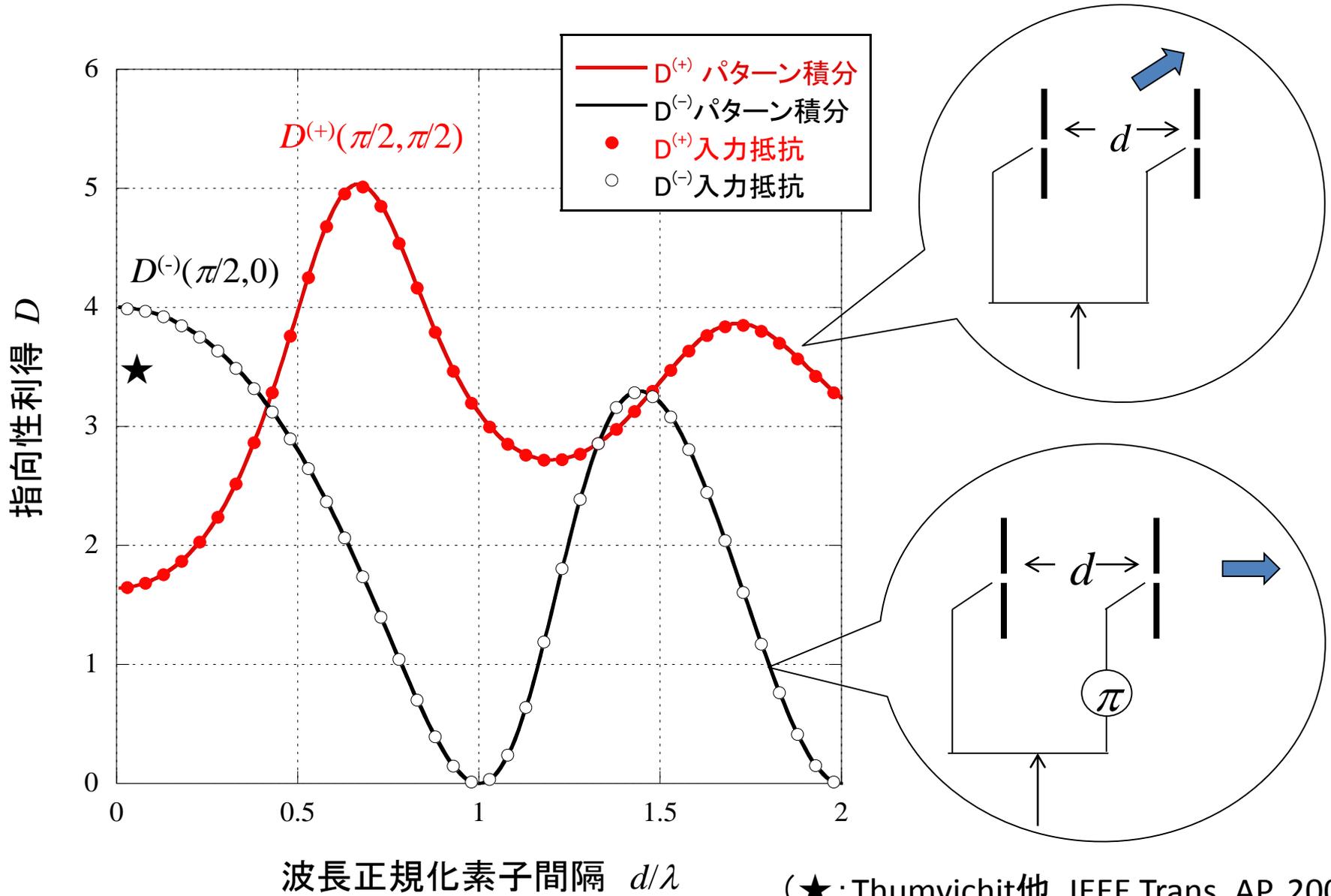
$$D_{0,HDP} = 1.64$$

- ① 遠方での電磁界は、素子に流れる電流のみによって決まる
- ② 素子に流れる電流(利得寄与分)は、入力電力と入力抵抗によって決まる

$$P_t = 2P_{t1} = |I_1|^2 R_{in,1} \quad R_{in,1} = \begin{cases} R_{11} + R_{12}(d) & \text{for 同相給電 } (d \rightarrow 0 \text{で抵抗が上がる}) \\ R_{11} - R_{12}(d) & \text{for 逆相給電 } (d \rightarrow 0 \text{で抵抗が下がる}) \end{cases}$$

半波長ダイポールアレーの利得

パターン積分(実線) vs 入力抵抗からの算定(●、○)



アレーアンテナの電界放射パターン

一般的理解

$$E(\theta, \phi) = \underbrace{f(\theta, \phi)}_{\text{素子パターン}} \mathbf{w}^T \underbrace{\mathbf{v}(\theta, \phi)}_{\text{アレーファクタ}}$$

素子パターン × アレーファクタ

$$\mathbf{v} \equiv (v_1 \quad v_2 \quad \cdots \quad v_N)^T \quad v_i = \exp(j\varphi_i)$$

$$\varphi_i = kx_i \mathbf{i} \cdot \boldsymbol{\alpha} = kx_i \sin \theta \cos \phi$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \sin \theta \cos \phi \mathbf{i} + \sin \theta \sin \phi \mathbf{j} + \cos \theta \mathbf{k}$$

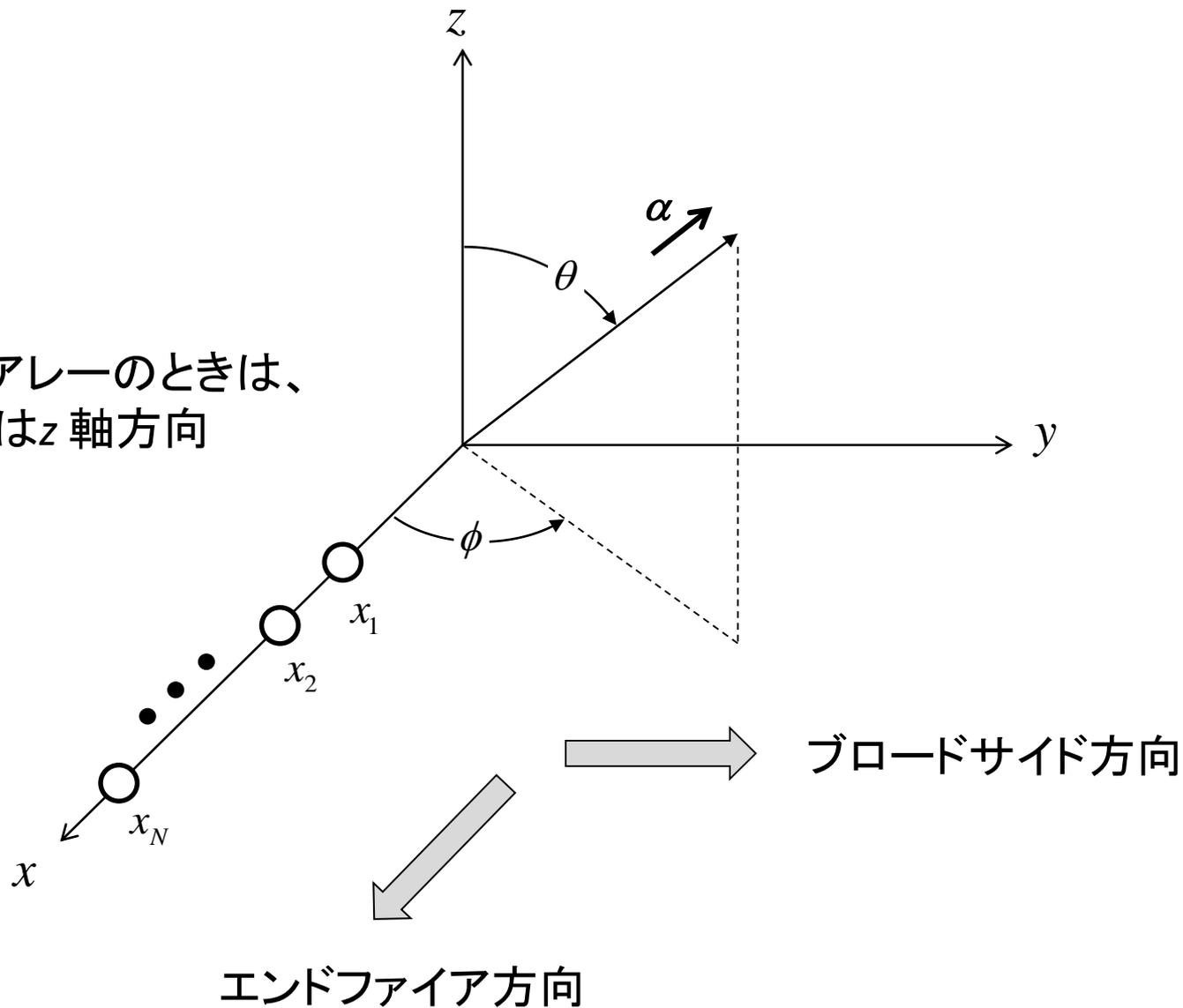
$$\mathbf{w} \equiv (w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_N)^T \quad \|\mathbf{w}\| \equiv \sqrt{\mathbf{w}^H \mathbf{w}} = 1$$

$d \rightarrow 0$ で素子間結合がある場合でも、上記パターンからの利得推定は可能か？ 少なくとも、2素子ダイポールアレーでは可能

以降では、この式前提で、アレーアンテナの最大利得を求める

アレーアンテナの指向性利得： 座標系

ダイポールアレーのときは、
素子の向きはz軸方向



アレーアンテナの指向性利得 $D(\theta_0, \phi_0)$

$$\begin{aligned} D(\theta_0, \phi_0) &= \frac{|f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{w}^T \mathbf{v}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{v}^H(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |f(\theta, \phi)|^2 \mathbf{w}^T \mathbf{v}(\theta, \phi) \mathbf{v}^H(\theta, \phi) \mathbf{w}^* \sin \theta d\theta d\phi} \\ &= \frac{|f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{w}^T \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*}{\mathbf{w}^T \mathbf{B} \mathbf{w}^*} \end{aligned}$$

$$\mathbf{A}(\theta, \phi) \equiv \mathbf{v}(\theta, \phi) \mathbf{v}^H(\theta, \phi) \equiv \{a_{lm}\}$$

$$a_{lm} = \exp\left[jk(x_l - x_m) \sin \theta \cos \phi \right]$$

$$\mathbf{B} \equiv \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |f(\theta, \phi)|^2 \mathbf{A}(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \equiv \{b_{lm}\}$$

$$\begin{aligned} b_{lm} &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |f(\theta, \phi)|^2 \\ &\quad \times \exp\left[jk(x_l - x_m) \sin \theta \cos \phi \right] \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned}$$

b_{lm} が閉形式で表される場合

無指向性アンテナ ($|f(\theta, \phi)|^2=1$) については

$$b_{lm} = \frac{\sin(kx_{lm})}{kx_{lm}} \quad x_{lm} \equiv x_l - x_m$$

電力パターンが $\sin^n(\theta)$ のアンテナについては

$$|f(\theta, \phi)|^2 = \sin^n \theta$$

$$b_{lm} = {}_1F_2 \left(\frac{n+2}{2}; 1, \frac{n+3}{2}; -\frac{(kx_{lm})^2}{4} \right) / D_0(n)$$

$$D_0(n) = \frac{2\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)}$$

(Wang等, IEEE AWPL, 2012)

$n=2$ (微小ダイポールアンテナ) では

$$b_{lm} = \frac{3}{2} \left\{ \frac{\sin(kx_{lm})}{kx_{lm}} \left(1 - \frac{1}{(kx_{lm})^2} \right) + \frac{\cos(kx_{lm})}{(kx_{lm})^2} \right\} / 1.5$$

(Doncker, Proc. Electromag. Res. 2003)

(上記2式は、3次元マルチパス環境での空間相関として導かれたもの
この式の詳しい説明は[TR-YK-063](#)に)

ウェイトを最適に制御して得られる最大利得 $D_{max}(\theta_0, \phi_0)$

(理論は M. T. Maの本(1974)に)

$$D(\theta_0, \phi_0) = \frac{|f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{w}^T \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*}{\mathbf{w}^T \mathbf{B} \mathbf{w}^*}$$

$$\rightarrow \mathbf{w}^T \mathbf{B} \mathbf{w}^* D(\theta_0, \phi_0) = |f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{w}^T \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*$$

$$\rightarrow \mathbf{B} \mathbf{w}^* D(\theta_0, \phi_0) = |f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*$$

$$\rightarrow D(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^* = |f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*$$

$\mathbf{R} \mathbf{e} = \lambda \mathbf{e}$ の固有値問題になる

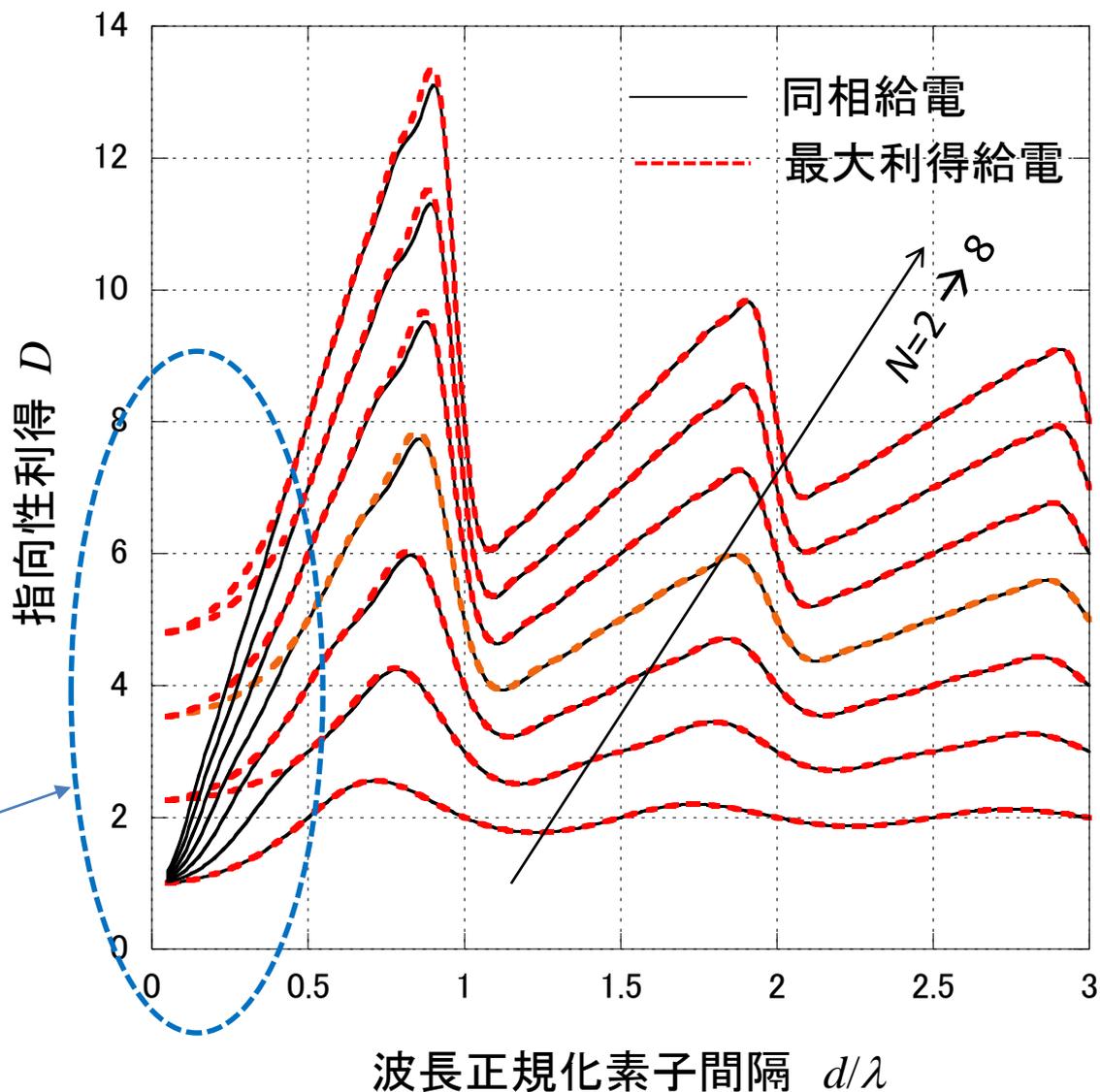
$$\mathbf{R} = |f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0)$$

$$\lambda = D(\theta_0, \phi_0), \quad \mathbf{e} = \mathbf{w}^*$$

これより、利得の最大値とそれを実現するウェイトは

$$D_{\max} = \lambda_{\max}, \quad \mathbf{w}_{opt} = (\mathbf{e}_{\max})^*$$

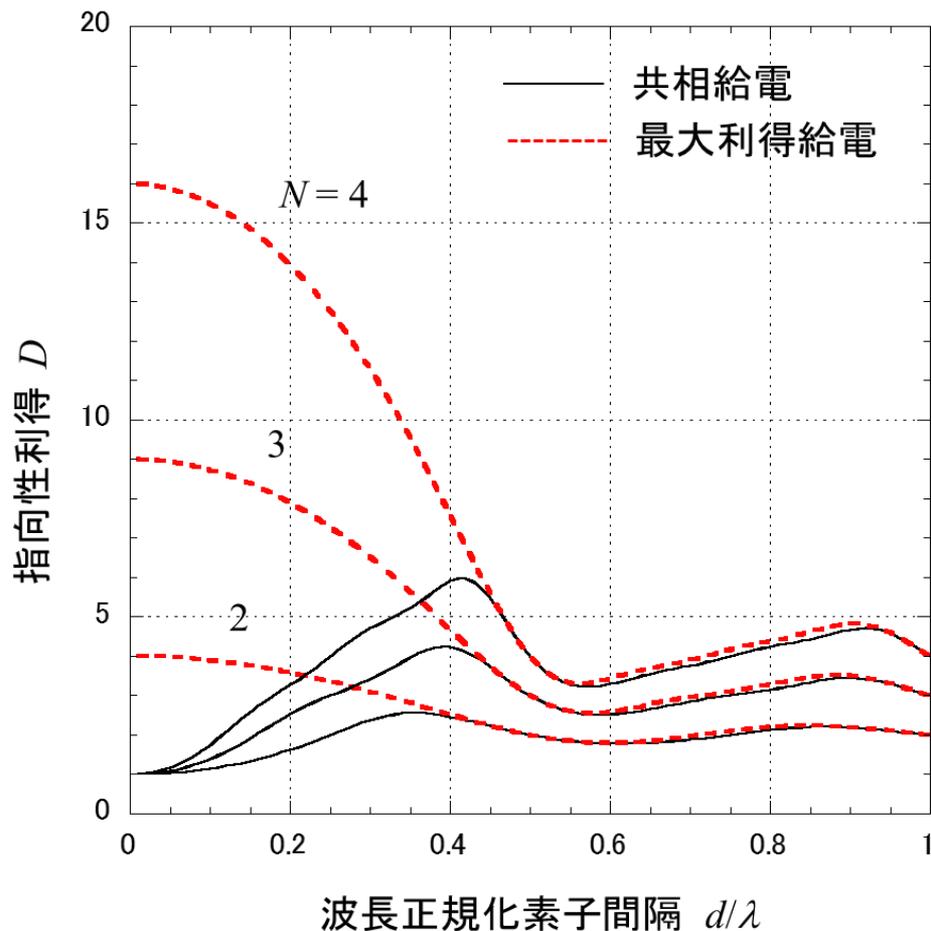
無指向性アンテナアレー ($N=2\sim 8$): ブロードサイド方向の利得



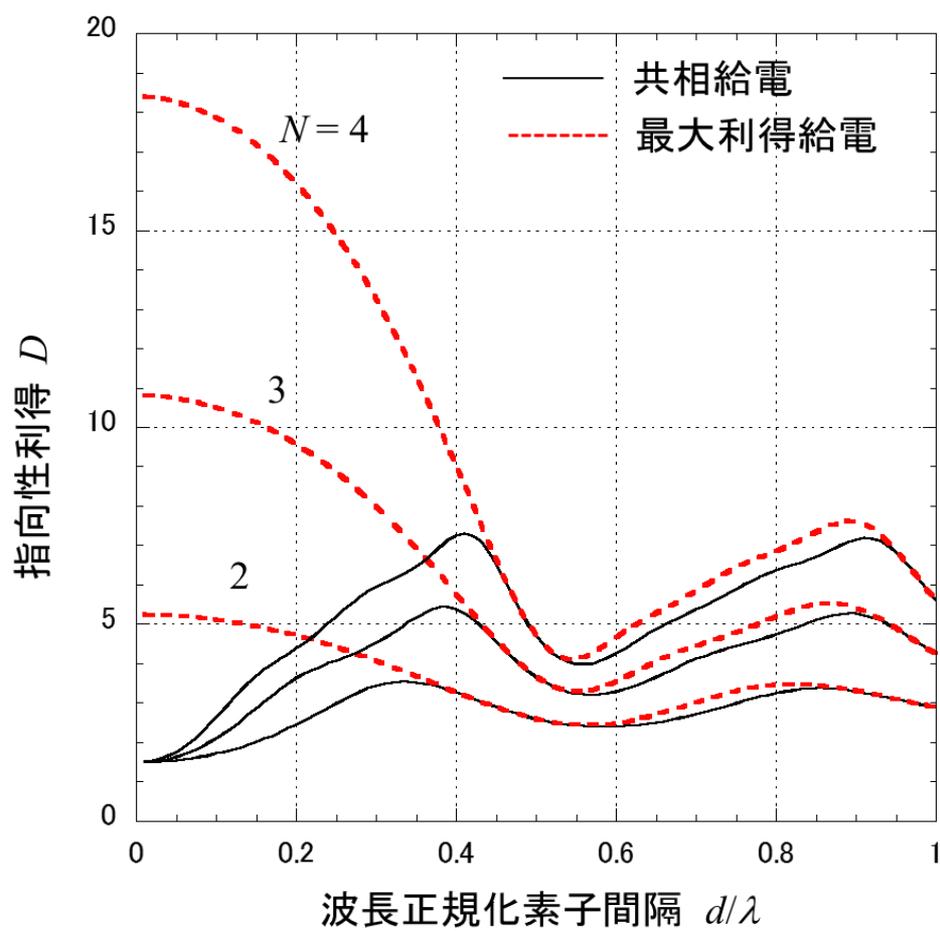
最適化の効果は $d/\lambda < 0.5$ に現れるが、利得が大きく低下する部分を、わずかに持ち上げるのみであるため、実用的メリットは小さい

エンドファイアアレー ($N=2, 3, 4$) の利得の素子間隔依存性

【無指向性アレー】



【微小ダイポールアレー】



エンドファイアアレーでは、 $d/\lambda < 0.3$ に利得最大化の効果が大きい
 (スーパーゲインアンテナの働き。整合給電の難しさ、狭帯域化などのデメリットも) 15

微小ダイポールエンドファイアアレー(3素子)の最大利得とそれを実現するウェイト

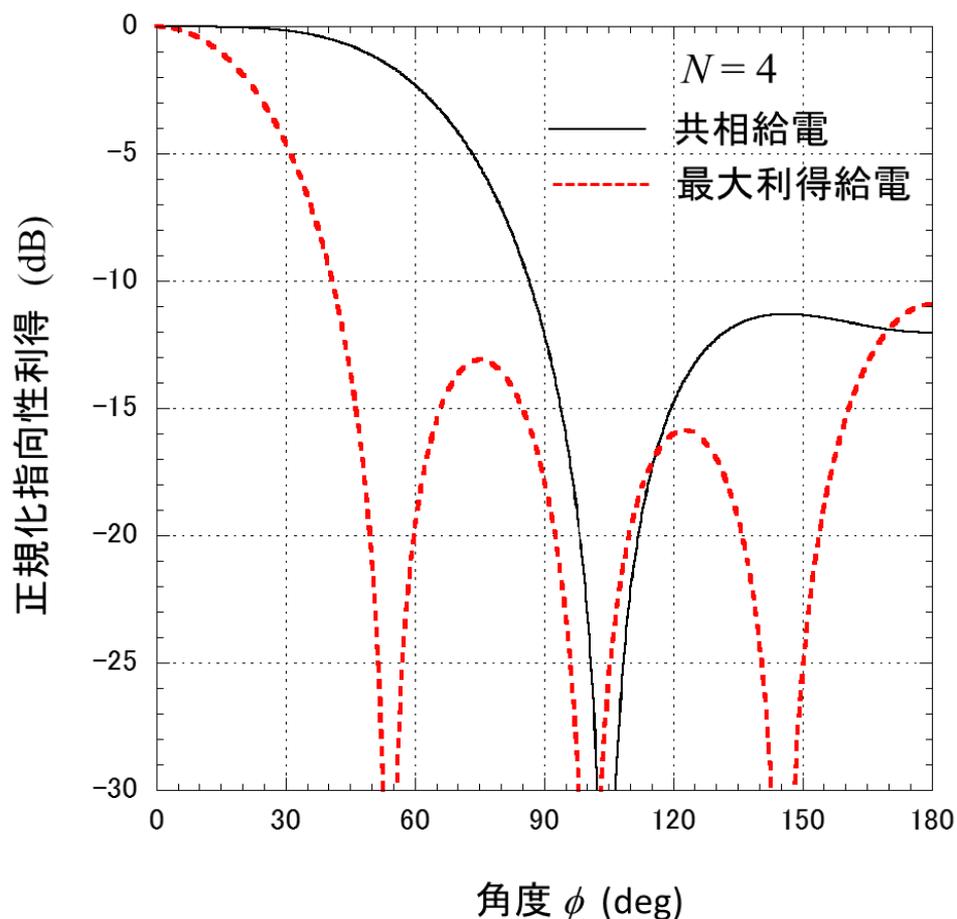
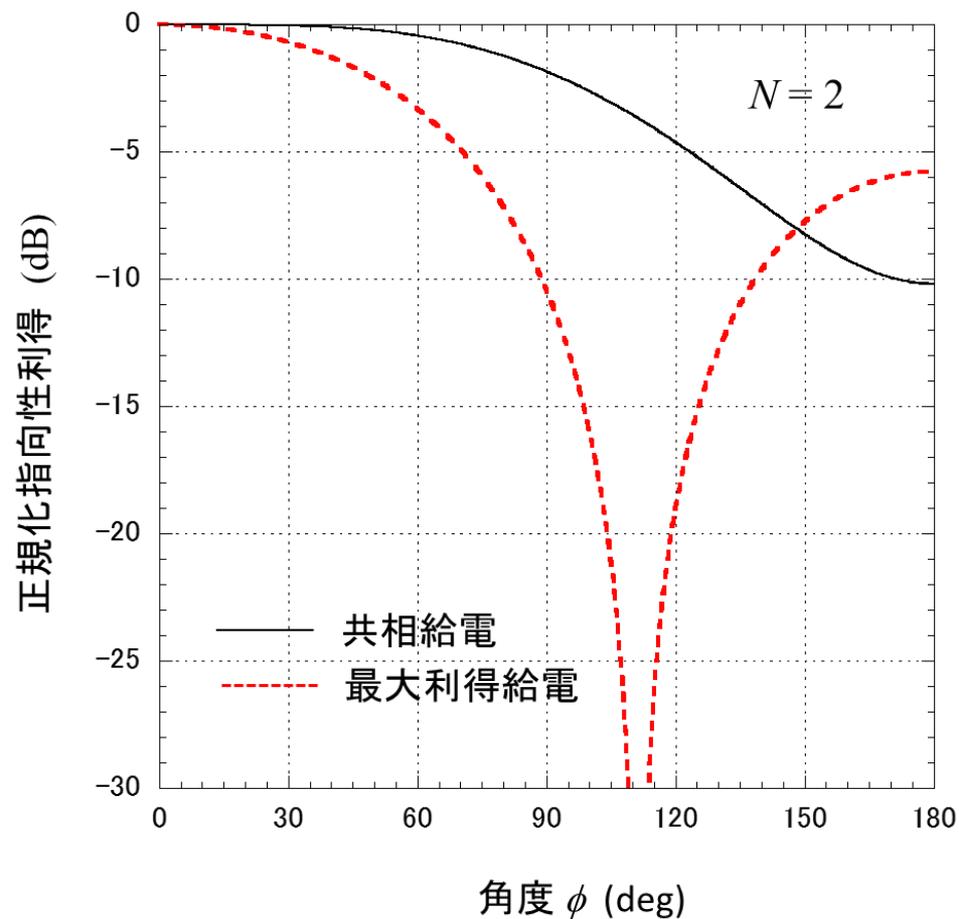
d/λ	w_1		w_2		w_3		D_{max}
	振幅	位相	振幅	位相	振幅	位相	
0.1	0.4232	0	0.8011	-172.8	0.4232	14.5	10.508
0.2	0.4671	0	0.7508	-165.9	0.4671	28.3	9.583
0.3	0.5315	0	0.6596	-160.2	0.5315	39.5	7.987
0.4	0.5893	0	0.5526	-159.6	0.5893	40.8	5.772
0.5	0.6031	0	0.5220	180.0	0.6031	0	3.675
0.6	0.6178	0	0.4865	124.5	0.6178	-111.0	3.547
0.7	0.5811	0	0.5697	88.6	0.5811	177.1	4.462
0.8	0.5371	0	0.6505	49.9	0.5371	99.7	5.202
0.9	0.5705	0	0.5909	25.9	0.5705	51.7	5.415
1.0	0.5831	0	0.5658	0	0.5831	0	4.258

間隔 $d \rightarrow 0$ で、中央の素子のウェイトが、両端の素子に比べて大きくなり、位相関係は逆相に近づく($N=2, 4$ については資料本文中に)

微小ダイポールアンテナエンドファイアレーのアンテナパターン (共相給電 vs 最大利得給電: アンテナ間隔 0.2波長)

【2素子アレー】

【4素子アレー】



近接素子配置におけるアレーアンテナの利得について

① アレーファクタの考え方が適用できそう

(少なくとも、2素子半波長ダイポールアンテナにおいては)

② アレーファクタを前提とするアレーアンテナの最大利得の ダイポールアレーへの適用

- ・利得最大化問題は固有値問題
- ・ダイポールアレーに適用できる計算式が導かれている
(利得特性は、エンドファイアアレーに魅力あり)