

## 第11章 フリスの伝達公式

### ～電波の送受信の仕組み～

この章では、電磁気学の応用にあたる無線情報伝送の基礎部分、すなわち、電波による信号の送受信の仕組みを学ぶ。受信電力を簡易に算定する方法にfrisの伝達公式があるが、電磁気学を離れたところで組み立てられている印象を持つ。しかし、そこでは、無線装置と空間のインターフェース役を担うアンテナが重要な働きを持ち、その根底は電磁気学が支えている。本章では、frisの伝達公式を核として、その周辺に現れる不思議に焦点を当てたい。

---

注) 本章は2024.01、記述強化のため、初期公開版を改訂している。図11.4の追加とその説明が主。さらに、2025.01に、11.4節を追加し、章末のティータム記事を削除。2025.02 §11.4の記述追加

#### 11.1 ワイヤレス情報伝送

火星基地局と通信をしたい、無線にしますか？有線（光ファイバー）にしますか？という質問にどう答えますか。「火星と地球を光ファイバーで結ぶことはできっこないのだから有線は無理、無線しかない」という答えは横に置いておいて、もし、物理的にそれができたら、ということ。光ファイバーが低損失（1kmで数%の損失）で、きわめて優れた伝送媒体であることは良く知られている。それが火星まで引けるのなら、可能性もあると思うだろう。

ここにA地点とB地点を結ぶ回線があり、A地点から送った信号は受信点Bで1/1000の電力になるとする。その距離を2倍にして、受信強度を同じにしたいなら、送信電力をどれだけ増やせばよいか。ファイバーは1000倍にしなければいけないのに、無線（電波）は4倍ですむ。さらにその2倍の距離にすると……。このようにして火星まで結ぶには、光ファイバーであれば、とんでもない数値になり、それゆえ、弱くなった信号を増幅する装置が一定間隔で膨大な数必要になるのに対し、電波の減衰はそれほどでもない。

これは、伝搬メカニズムの違いである。光ファイバー通信路は距離 $d$ に対して、 $10^{-\alpha d}$  ( $\alpha$ : 媒質に依存する減衰係数)のように、指数関数的に減衰するのに対して、電波では $1/d^2$ で、すなわち、距離の2乗に反比例して減衰する。無限の彼方に情報を伝送するには、すなわち、冒頭の質問の答えとしては、電波が適している（＝電波しかない）ということになる。このように、電波は宇宙の果てまでもメッセージを届ける力を持っている。宇宙のどこかに知的生命体がいるなら、彼らのメッセージを受け取ることができる。電波のチカラである。SF映画「コンタクト (Contact)」の世界が、まったく荒唐無稽とも言い切れない。

その無線情報伝送には物理的に越えられない技術の壁（物理限界）がある。代表的なものは次の4つであろう。

- ①情報の伝送速度； ②電波の伝搬に伴う減衰； ③受信系の雑音；
- ④シャノンの通信路容量

図 11.1 はこれをまとめている。①に関して、情報伝送を担う電波の速度が光速とはいえ有限であることはすでに学んでいる。3万6千 km の高さにある静止衛星を介した電話では、会話の遅れに戸惑うし、より遠方との宇宙通信（＝宇宙人との対話）ではさらに大きな問題になる。②は電波伝搬の問題である。自由空間を伝搬する波であっても、球面状に広がりながら伝搬するため電力密度は送信点からの距離の2乗に逆比例して弱くなる。吸収性の媒質内を伝搬する場合には、さらに大きな減衰になる。③は温度を持つものには熱による雑音が発生する。その雑音の強さは温度（絶対温度[K]）と帯域幅に比例する。値そのものはきわめて小さいが、信号電力が弱くなれば、そして帯域幅が広くなればそれが問題になる。

④はシャノン（Claude Shannon）が打ち立てた情報理論からの帰結である。雑音がある通信路（チャンネル）では、どんなに通信方式を工夫しても情報ビットを誤り無く伝送できる速度に上限があると言うものであり、通信路容量と呼ばれる上限速度  $C$ （単位：ビット/秒 (bps)）は次式で表される。

$$C = W \log_2(1 + P_S / P_N) \quad (11.1)$$

ここで、 $W$ は通信路の帯域幅 [Hz]、 $P_S$ は信号電力、 $P_N$ は雑音電力であり、電力比  $P_S/P_N$ はSN比である。②によって弱くなる信号電力は、③による雑音の働きを受け、④（(11.1)式）で定まる限界を超えることができない。①では、多重経路を経て到来する電波信号のそれぞれのパス長の違いが到着時間のばらつきを生み、伝送信号波形のひずみをもたらす。ワイヤレス情報伝送では、この壁を知り、これらを受け入れた上でのシステム設計がなされる。

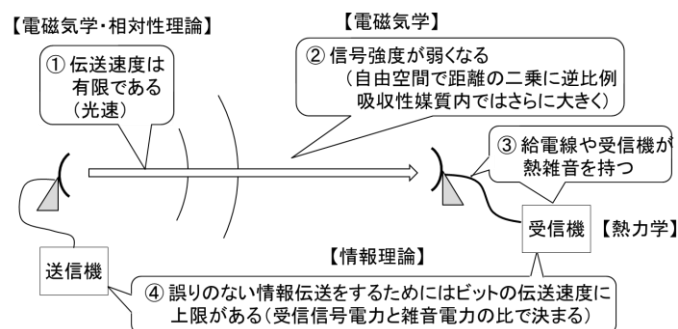


図 11.1 ワイヤレス情報伝送における越えられない四つの壁

## 11.2 アンテナの働き

アンテナは無線通信装置と空間とのインターフェースを担うハードウェアである。すなわち、機器からの電気信号を電波として空間に放射する、あるいは、空間に漂う電波を受けとめる働きをする。本章では、無線伝送の基本式フリスの伝達公式を中心に解説する。このフリスの伝達公式では、アンテナ利得と実効面積の関係が核となる。最初に、アンテナ利得と実効面積の定義をおさらいする。

### 11.2.1 アンテナ利得

通常、アンテナは受動的な装置なので、入力された電力以上にアンテナから電力が放射されることはないが、特定の角度方向に対して集中して放射される場合には、3次元空間に均一に放射されたときの遠方での電界強度を基準にして電力密度比をとると、その角度に対しては比の値が1以上になる。このため、この比を利得と呼んでいる。極座標表示で表される十分に遠方の地点 $(d, \theta, \phi)$ でのアンテナの放射電界を $E(d, \theta, \phi)$ と表すと、**アンテナ指向性利得**が次式のように定義される。

$$D(\theta, \phi) = \lim_{d \rightarrow \infty} \left( \frac{|E(d, \theta, \phi)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E(d, \theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi} \right) \quad (11.2)$$

指向性利得 $D$ が距離 $d$ の関数でないのは、 $d$ が十分大きい地点、すなわち、アンテナからの電波が平面波として届く距離では、 $D$ は距離に依存しなくなるためである。この指向性利得の角度特性はアンテナ放射パターンとも呼ばれる。 $E$ が方向 $(\theta, \phi)$ に対して依存性がない場合、すなわち無指向性である場合には、式(11.2)の分母での正規化により、全方向に対して $D=1$ となる。ある方向の利得が大きいということは、その方向に集中して電波が放射されているということを意味している。

実際のアンテナは、入力した電力の全部が空間に出てゆくことはなく、内部で吸収されたり、入力ポートに反射されて戻って来たりする。そのため、効率 $\eta$  ( $\leq 1$ )を用いて、**アンテナ利得** $G$ を次式のように定める。

$$G(\theta, \phi) = \eta D(\theta, \phi) \quad (11.3)$$

回線設計をする場合には、指向性利得 $D$ ではなくて、真の実力であるアンテナ利得 $G$ を用いる。アンテナの利得は、 $10 \log_{10} G$ で求められるdB（デシベル）に換算して表されることが普通である。無指向性アンテナを基準として利得をdBで表す場合にはdBiと表記される。

アンテナの利得に関しては、送信アンテナとして用いる場合のアンテナ利得 $G_t(\theta, \phi)$ と、受信アンテナとして用いる場合のアンテナ利得 $G_r(\theta, \phi)$ は等しい（その証明は[1]に）。この性質は、**アンテナの送受信の可逆性**と言われる。

### 11.2.2 実効面積

アンテナには**実効面積**（あるいは有効面積）の概念があり、受信アンテナとして、どのくらいのエリアの電波を受信しているかの目安になる。電力密度 $p_0$  [W/m<sup>2</sup>]の平面波の中にアンテナを置いたとき、整合負荷（アンテナ入力抵抗に等しい値を持つ負荷抵抗）による受信電力が $P_r$  [W]であったとする。このとき、実効面積 $A_r$  [m<sup>2</sup>]は

$$A_r = P_r / p_0 \quad (11.4)$$

で定義される。

パラボラアンテナのように受信面がイメージできるアンテナでは、それが実効面積の目安になる。その場合、通常はアンテナの効率が1以下であるので、実開口面積よりは効率に応じて小さくなる。線状アンテナのように面積がイメージしにくいアンテナでは、実効面積を推定するのは簡単ではない。

図11.2はアンテナ利得（送信）と実効面積（受信）の定義を説明している。実効面積についても、送信アンテナとしての実効面積 $A_t$ が定義でき、アンテナの送受信可逆性から、実効面積も送受信で等しくなる。本項と前項をまとめると、 $G_t=G_r$ ,  $A_t=A_r$ である。

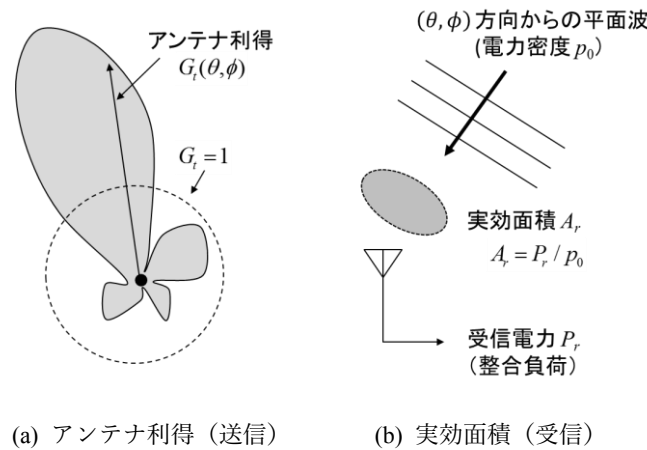


図11.2 アンテナの送受信性能指標

### 11.2.3 アンテナ利得と実効面積の関係

#### (1) アンテナ利得と実効面積の比は一定であって、アンテナのタイプによらない

電波の伝搬を妨害する媒質が何もない真空中の空間（自由空間）において、平面波とみなされる十分な距離  $d$  にある2地点間での伝送を考える。送信電力を  $P_t$ 、送信アンテナの利得を  $G_t$ 、受信アンテナの実効面積を  $A_r$  とする（図11.3）。受信点において、送信アンテナから放射された電波の電力密度は  $P_t G_t / (4\pi d^2)$  であるので、実効面積  $A_r$  の受信アンテナで受信すると、受信電力  $P_r$  は次式になる。

$$P_r = \frac{P_t G_t}{4\pi d^2} A_r \quad (11.5)$$

図11.3では、左側を送信局としているが、符号を付け直し、左側のアンテナ特性を  $G_1, A_1$ 、右側を  $G_2, A_2$  とする。左側を送信局として電力  $P_1$  を送ったときの右側の局の受信電力を  $P_{21}$ 、逆方向で、右側を送信局として電力  $P_2$  を送ったときの左側の局の受信電力を  $P_{12}$  とすると、**相反定理** より  $P_{12} = P_{21}$  である。それゆえ、

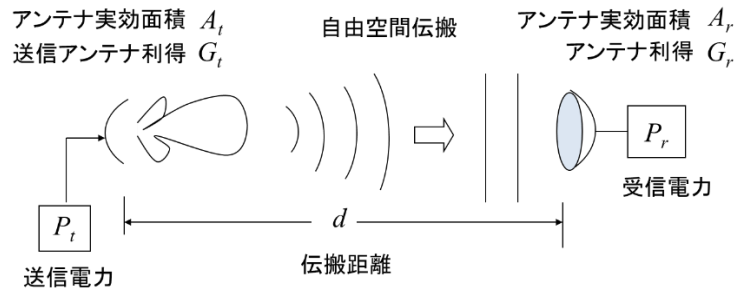


図 11.3 無線通信の基本伝送系

$$\frac{P_t G_1 A_2}{4\pi d^2} = \frac{P_t G_2 A_1}{4\pi d^2} \rightarrow \frac{G_1}{A_1} = \frac{G_2}{A_2} \quad (11.6)$$

となる。この関係は、任意のアンテナについて、すなわち、アンテナがどのようなタイプであろうがそのことには関係なく成り立ち、アンテナ利得と実効面積の比は一定であるということを示している。では、この比の値は何であろうか。次項ではこれを求める。

## (2) その比の値は？

(1) で、どんなアンテナでもアンテナ利得 $G$ と実効面積 $A$ の比は一定であることが分かった。以下その比を求めたいが、結論からすると、

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} G \quad (11.7)$$

の関係が導かれている。でも、これを導くのは一筋縄では行かない。一つ言えることは、どんなアンテナでも $G/A$ =一定の関係が成立することが証明されているのだから、何か、解析出来るアンテナを一つ選んで答えが得られれば、それで良いということになる。さらに言えば、その選んだアンテナの何か一つ方向だけ（通常は最大利得の方向を考えるが、それに限らない）でよいのである。以下の二つのアンテナによる導出の概要を述べる。

### 微小ダイポールアンテナ

微小ダイポールアンテナは、波長に比べて十分短い直線アンテナで、中央部に給電点を有する。電磁界中の受信電力をマクスウェルの方程式から理論的に解析できるので、求め方としては正攻法である。式の導出の詳細はアンテナ・電波伝搬教科書 [1]に述べられているので、ここでは、その流れだけを追う。

長さ $l$ の微小ダイポールアンテナを角度 $\theta$ （ダイポールの軸方向を $\theta=0$ ）方向から到来する平面波（電界の強さ： $E_r$ ）内に置き、その受信電力からアンテナ利得や実効面積を以下の手順で求め

る。

- ① 微小ダイポール（長さ $l$ ）の端子電圧  $V_r$

$$V_r = E_r l \sin \theta$$

- ② 微小ダイポールのアンテナ利得  $G$

アンテナパターンは①より  $\sin^2 \theta$  である。(11.2)式に  $E \rightarrow \sin \theta$  として、アンテナ利得を求める

(効率  $\eta = 1$  ( $G=D$ ) として)

$$G = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$$

- ③ 微小ダイポールの放射抵抗  $R$

マクスウェルの方程式より

$$R = \frac{2\pi}{3} Z_0 \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \quad \left( Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \right) \quad (\text{自由空間の固有インピーダンス})$$

- ④ 最大受信電力  $P_r$  は、整合負荷条件より

$$P_r = \frac{V_r^2}{4R} = \frac{3E_r^2 \lambda^2 \sin^2 \theta}{8\pi Z_0} = \frac{E_r^2 \lambda^2}{4\pi Z_0} G$$

- ⑤ 到来波の電力密度  $p_0$

$$p_0 = \frac{E_r^2}{Z_0}$$

- ⑥ 実効面積  $A$  と利得  $G$  の関係

$$A = \frac{P_r}{p_0} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

この方法の優れた点は、全方向（ $\theta$  の全範囲）に対して(11.7)式が示されているということである。（ただし、上述のとおり、それは必要条件ではない。）

#### 波長サイズに比べて十分大きい開口面アンテナ

この方法は [2] により紹介されている。半径が波長に比べて十分大きい円形開口面（面積  $S$ ）を定めて放射源を置き、その放射パターンからアンテナ利得  $G$  を求め、 $S=A$  として  $A$  と  $G$  の関係を定める方法で、面積  $A$  が既知であることを利用する。微小ダイポールアンテナの方法に比べて、電磁界解析部分が少なく簡易であることが特長になる。手順は

- ① 波長より十分大きい半径 $a$ の円形開口面 $S$ を考える。ここに波源が一様に分布するとする。  
 ② この放射パターン $g(\theta)$ を求める ( $\theta$ は面に対して垂直方向を $z$ 軸とし、 $z$ 軸からの角度)。

$$g(\theta) = 2\pi a^2 \frac{J_1(u)}{u}, \quad u = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

- ③ 主ビーム中心方向 ( $\theta=0$ ) の絶対利得 $G$ を $E \rightarrow g$ として(11.2)式から求める。(半径 $a$ が波長に比べて十分大きいとして積分範囲を無限大に拡張し、数学公式集にある形に結びつけ)

$$G = \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^2$$

- ④  $A = \pi a^2$ を③に代入し(11.7)式を得る。

この方法に類似したものとして、無限金属平板に空けられた一定面積の開口からの放射を電磁界理論で厳密に解き、開口面積と利得の関係を求める方法もある(文献[3](IV章3.4.1(3))より)。

#### 無指向性アンテナの実効面積

上記によってアンテナ利得と実効面積の関係は導かれたが、どれも導出に手間隙かかり、もっと直感的に導く方法はないのだろうかと思う。無指向性アンテナ ( $G=1$ ) の実効面積は $\lambda^2/4\pi$ であり、これは周の長さ1波長の円の面積である。こんな美しい関係を、すっきりした方法(=直感的な方法)で説明できないのであろうかと思う。もし無指向性アンテナの実効面積 $A_0 (= \lambda^2/4\pi)$ が、その特徴を捉えて何らかの方法で見出せれば、 $G/A$ が一定値であることより

$$A = GA_0 \left( A_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi} \right)$$

と表され、導出の流れが美しい。しかし、それが簡単にはできそうもない。特性が単純である無指向性アンテナで考えることの難しさは、そのアンテナが空想上のアンテナであって、具体的な形がないということにあるからかもしれない。以下の方法は開口面放射の一般問題を無指向性アンテナに特化した導出で、著者の中では、これしかないと思っている方法であるが、どうだろうか。図11.4を見ながら一緒に考えてほしい。

- ① 原点に置かれている無指向性アンテナから $P_t$ の電力が放射され、これを十分遠方にある距離 $d$ の点で観測する。その点では平面波であり、電力密度は

$$p_r = P_t / (4\pi d^2)$$

である。これを以下の比較規準とする。

- ② 原点に無指向性アンテナの実効面積 $A_0$ に相当する平面を考え、その法線ベクトルが遠方受信点の方に向いている。その空間には平面波電磁界があり、ポインティングベクトル $\mathbf{E}_0 \times \mathbf{H}_0$ が受信

点方向を向いている。(原点の場所に、面積 $A_0$ の窓をもつ無限大の導体壁があって、壁の後ろ側から到来する平面波がその窓を通り抜けるイメージを持ってほしい)

③ このとき、面を通過する電力が $P_t$ になるように電界強度 $E_0$ を定める。すなわち、 $(E_0^2/Z_0)A_0=P_t$ より、

$$E_0 = \sqrt{Z_0 P_t / A_0}$$

④ 放射面正面方向の距離 $d$ 地点での電界強度 $E_r$ は次式で与えられる ([1]の(2.67)式より)。

$$E_r = \frac{E_0 A_0}{\lambda d}$$

⑤ 受信点での④を電力密度に換算すると

$$p_r = \frac{E_r^2}{Z_0} = \frac{E_0^2 A_0^2}{Z_0 \lambda^2 d^2} = \frac{A_0 P_t}{\lambda^2 d^2}$$

⑥ ①と⑤の電力密度が等しいとして、

$$\frac{P_t}{4\pi d^2} = \frac{A_0 P_t}{\lambda^2 d^2} \rightarrow A_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

と、無指向性アンテナの実効面積が導かれる。

無指向性アンテナに特化することによって、直観的導出を目指したのではあるが、④のステップで、電磁気学(マクスウェルの方程式)の助けを借りざるを得ず、思ったほど簡易とは言えない方法になっている。もっと直感的な方法を思いついた、あるいは、知っているという読者がいたら是非教えて欲しい。

無指向性アンテナの受信イメージは、半径 $\lambda/2\pi$ (電波の波数 $k=2\pi/\lambda$ を用いると半径 $1/k$ )の球があり、この表面に入射する平面波のエネルギーを全部吸い取る黒体受信球(図 11.5)である。

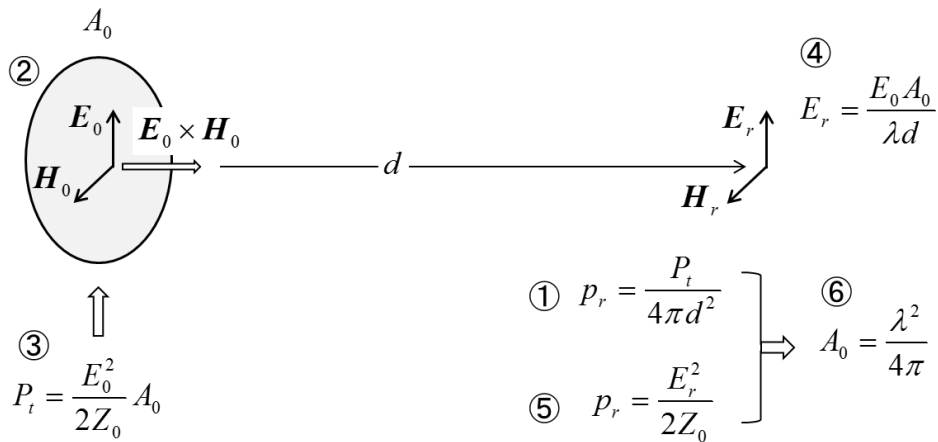
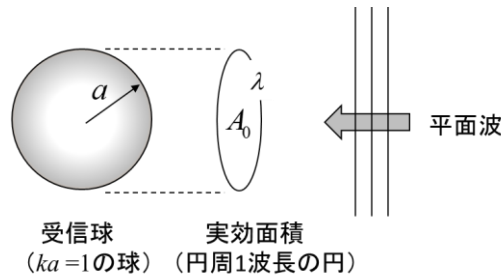


図11.4 無指向性アンテナの実効面積を求める一つの方法



図 11.5 無指向性アンテナ（全方向  $G=1$ ）の受信球

### 11.3 フリスの伝達公式：送受信電力の関係

アンテナ実効面積とアンテナ利得の関係は (11.7)式であるので、これを送受信電力の関係を与える(11.5)式に代入すると、次式で整理される。この式を**フリス(Friis)の伝達公式**という。

$$P_r = \frac{1}{L_p} G_r G_t P_t \quad L_p = \left( \frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 \quad (11.8)$$

ここで、 $L_p$ は**自由空間伝搬損**と呼ばれる。

準備を長々としたので、求めたかった公式の導出はこれで終わりである。フリスの伝達公式は、無線伝送における回線設計の基本式である。この公式からわかるように、異なる周波数において、同じ距離、同じ送信電力、同じ利得のアンテナである場合には、周波数の二乗に反比例して、高い周波数ほど受信電力が弱くなることがわかる。

フリスの伝達公式の周波数依存性は、自由空間伝搬損 $L_p$ が担っている。周波数と関係なさそうな自由空間の伝搬に周波数特性が入ることに違和感を持たないだろうか。これは、アンテナ特性から利得を引き出して式を作った(11.8)式の構造に起因する。同式による $L_p$ の値は、半径 $d$ の球面の面積 $S_p (=4\pi d^2)$ と無指向性アンテナの実効面積 $A_0 (= \lambda^2/4\pi)$ の比 $S_p/A_0$ になる。球表面 $S_p$ を面積 $A_0$ のシートで覆い尽くすときのシートの数である。面積 $A_0$ を通過した電力 $P_t$ が球面全体に広がり薄められて弱くなる比率であるのだから $S_p/A_0$ である。 $S_p$ は周波数に依存しないが $A_0$ が周波数依存であるので、結果として $L_p=S_p/A_0$ は周波数依存性をもつ。周波数に対して利得が同じアンテナは、周波数の増加と共にサイズが小さくなる。すなわち電波を受信する面積（実効面積）が小さくなるわけで、その分が自由空間伝搬損に組み入れられているのである。アンテナの都合を伝搬特性（自由空間伝搬損）に押し付けているとも解釈できる。

フリスは、原著論文[4]の中で冒頭に次式の形を示し、その導出を行っている。

$$P_r / P_t = A_r A_t / (d\lambda)^2 \quad (11.9)$$

ここで、 $A_t$ は送信アンテナの実効面積である。式(11.7)により送信アンテナ利得 $G_t$ を実効アンテナ面積 $A_t$ に変換して式(11.5)に代入すれば、式(11.8)と(11.9)が、同じことの別表現であることが分かる。式(11.9)では、4つの基本パラメータ ( $A_t, A_r, d, \lambda$ ) が数値係数を含まず結ばれていて、

美しい形になっている（フリス自身もそれを強調している）。

式(11.9)からは式(11.8)とは別の景色が見えてくる。式(11.9)では、アンテナ実効面積 $A_e$ 、 $A_r$ が周波数によらないなら、受信強度は周波数が高いほど強くなると言っている。式(11.8)で述べた結論と一見矛盾するように感じられる。これは、式(11.7)からも分かるように、アンテナの特性である利得と実効面積の関係そのものが周波数を介して結ばれており、両方の特性が周波数に依存しないアンテナは存在しないからである。図11.6(a)に示すダイポールアンテナ対向での回線（利得一定）と(b)のパラボラアンテナ対向の回線（面積一定）の違いであり、前者は式(11.8)に、後者は式(11.9)に対応付けられる。これに対して、同図(c)のように、一方をパラボラアンテナ、一方をダイポールアンテナで対向させれば、この回線では周波数特性はなくなっている。

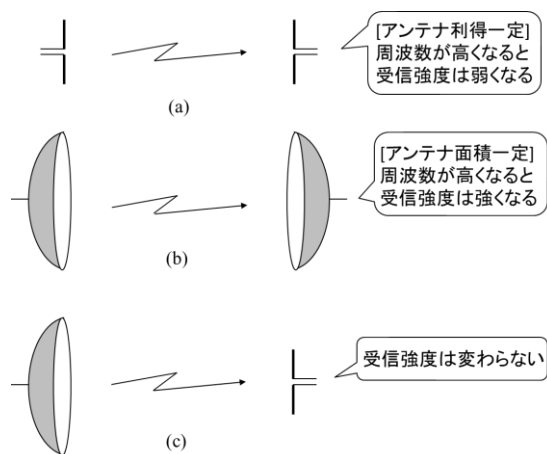


図11.6 使うアンテナのタイプによって、通信路の周波数特性が違って見える

フリスの伝達公式を無条件に適用すると、距離 $d$ が小さくなると $P_r/P_t > 1$ となって、不合理が生じる。式(11.9)において、 $A_e A_r > (\lambda d)^2$ になってしまうときである。ゆえに、フリスの伝達公式には距離に対する適用条件がある。空間的な広がりを持った面から放射であっても、十分遠方であれば、送信点から角度指向性を持った球面波が伝搬している（＝放射パターンが距離によって変化しない）ように見える。また、遠方にある受信点には平面波が来ているように見える。このような領域は、フラウンホーファー領域（遠方界）と呼ばれる。フラウンホーファー領域は $d > 2D_a^2/\lambda$ （ $D_a$ は送信アンテナ面の最大長）が目安とされている。フリスの伝達公式はこのフラウンホーファー領域に適用できる公式である。

#### 11.4 フリスの伝達公式の構造分析

フリスの伝達公式として、以下の二つの式を述べてきた。

$$P_r / P_t = G_r G_t / L_p \quad \left( L_p = (4\pi d / \lambda)^2 \right) \quad ((11.8) \text{式の再掲}) \quad (11.10)$$

$$P_r / P_t = A_r A_t / S_0^2 \quad (S_0 = d\lambda) \quad ((11.9) \text{式の再掲}) \quad (11.11)$$

前者はアンテナ利得によって、後者は実効面積によって表されるものであるが、この両者の構造を分析してみたい。ここでは、3つの面積  $A_0$ 、 $S_p$ 、 $S_0$ が重要な働きをする。 $A_0$ と $S_p$ については既に説明しているが、 $S_0$ は $A_0$ と $S_p$ の相乗平均で、この値が $d\lambda$ になる。 $d\lambda$ と言う量は、送受信点間を結ぶ距離  $d$  の道に、幅1波長のレッドカーペットを敷くときのカーペットの面積に相当する。以下3つの面積の関係を整理しておく。

$$S_0 = \sqrt{A_0 S_p} = d\lambda \quad (11.12a)$$

$$L_p = S_p / A_0 = (4\pi d / \lambda)^2 \quad (11.12b)$$

$$A_0 : S_0 : S_p = 1 : \sqrt{L_p} : L_p \quad (11.12c)$$

式(11.10)式の構造を分解すると図 11.7 のように表すことができる。 $G_t P_t$ の電力が面積  $S_p$ の面上に均一に分布し、これを  $A_0$ の面積分汲み上げ、それを  $G_r$ 倍した結果が受信電力  $P_r$ であると言うことである。

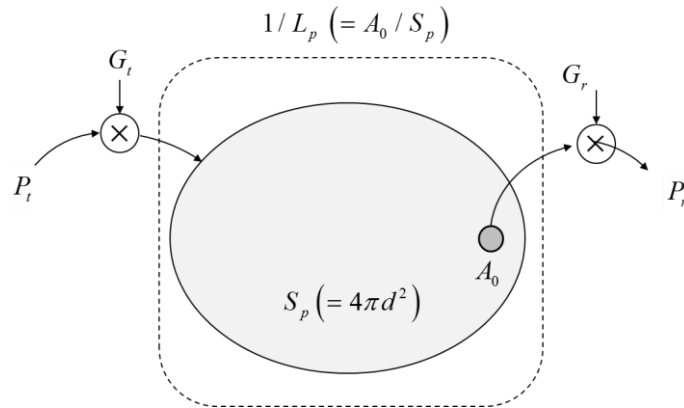
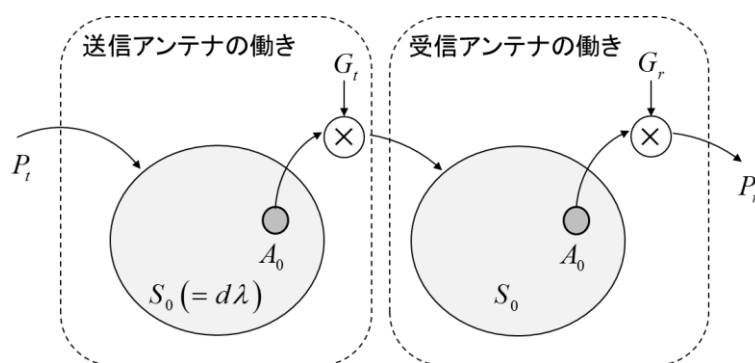
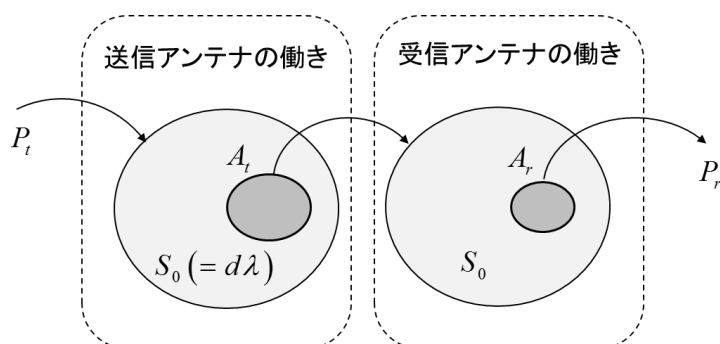


図 11.7 式(11.10)の動作イメージ

上図で、式全体の説明はできているのであるが、アンテナの働きの送受信等価性が見えにくい。そこで、共通土俵である  $S_p$ の部分を  $A_0$ と $S_p$ の相乗平均である  $S_0$ ずつにわけ、掛け算の形で表してみよう。図 11.8(a)がそれである。このように表すと、送信アンテナ（左側  $G_t$ まで）と受信アンテナ（残りの右半分）の働きが同じであることが分かる。この図で、 $G_t A_0 \rightarrow A_t$ 、 $G_r A_0 \rightarrow A_r$ と置き換えれば図 11.8(b)になる。これはまさに、式(11.11)を表したものになる。（注：フリスが上記発想の下で(11.11)式を導いたわけではない。論文での公式の導出は、前述の微小ダイポールアンテナの実効面積を得る手順をとっている。）



(a) 利得を用いた縦続接続 (式(11.10))



(b) 実効面積を用いた縦続接続 (式(11.11))

図 11.8 フリスの伝達公式の構造

図 11.8(b)の意味を、それぞれ点線で囲った「送・受信アンテナの働き」と言う視点で考えてみたい。

空間的な広がりを持った面からの放射であっても、十分遠方であれば、送信点から角度指向性を保った球面波が伝搬している（＝放射パターンが距離によって変化しない）。また、遠方に有る受信点では平面波が来ているように見える。このような領域は、フラウンホーファー領域（遠方界）と呼ばれる。フラウンホーファー領域は  $d > 2D^2/\lambda$ （ $D$  は送信アンテナの開口径）が目安とされている。フリスの伝達公式はこのフラウンホーファー領域に適用できる公式である。

一方、伝送距離がフラウンホーファー領域より短いところでは、開口面（波長サイズに比べて十分大きいものを想定）から出た平面波は、その面形状を保持したままビーム状に伝送される。この領域内に同じサイズの開口面アンテナを対向させて受信すれば、原理上の伝送損失はない（実際には、回折による漏れもあるので、ある程度の損失はあるが、ここでは大雑把な話として）。このような伝送ができる距離範囲はフレネル領域と呼ばれる。オーダー的な意味において、フレネル領域とフラウンホーファー領域の境界距離  $d$  は“アンテナ開口面積/ $\lambda$ ”付近にあると言って良いであろう。

実効面積で表したフリスの伝達公式（(11.11)式）で、 $A_t = A_r = S_0$  とすれば、 $P_r = P_t$  となるのであるから、遠方界伝送を行うための送・受信それぞれのアンテナの開口面積の上限が  $S_0$  程度と

言うことになる。これより、式(11.12a)で表した  $S_0 (=d\lambda)$  は、遠方界条件を満たす最大開口面積の目安値になる。それを超えない範囲の中で開口サイズを選べば、サイズに応じた利得が得られると言うことになる。図 11.8(b)において、点線枠の「アンテナの働き」の意味は、それぞれのアンテナの頑張れる範囲、すなわち、アンテナの働きのテリトリーと言うことであり、実効面積 ( $A_t$  あるいは  $A_r$ ) と  $S_0$  の比が送・受信アンテナそれぞれの伝送能力を表すのである。

このフラウンホーファー領域とフレネル領域の境界あたりは、送信電力効率とアンテナ面積の有効利用の観点で、最強の無線伝送領域になる。アンテナのできることに於いて伝送に無駄がないという意味であり、例えば、宇宙太陽光発電衛星システムにおける衛星-地上間の電力伝送におけるアンテナ設計に有効な指針を与えるものになる。

### 11.5 受信電力の電磁気学的算定とfrisの伝達公式との関係

アンテナから放射された電波を遠方で受信する際の受信電力を算定する方法には2つの方法がある。一つは、前節で学んだfrisの伝達公式であり、もう一つは、送受アンテナ系全体を受信をマクスウェルの方程式を用いて算定する方法（電磁気学的算定）である。前者は式の意味を直感的に理解しやすく計算も容易であるのに対し、後者はアンテナ毎の解析になってその手順が複雑である。その場合でも、当然両者の結果は等しくなるのであるが、なぜ同じになるかの仕組みが陽に見えないところがある。本節では、半波長ダイポールアンテナ対向系について両手法による算定法を述べ、両者が一致するからくりを示す。

#### 11.5.1 フリスの伝達公式を利用する

半波長ダイポールアンテナの利得（最大利得方向の利得で効率は1として）は  $G_t = G_r = 1.64$  なので、受信点の電力密度  $p_r$  と送受信電力比  $P_r/P_t$  は以下のように算定できる。

$$p_r = \frac{1.64}{4\pi d^2} P_t \approx 0.131 \frac{P_t}{d^2} \quad (11.13a)$$

$$\frac{P_r}{P_t} = 1.64 \times 1.64 \times \left( \frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \approx 0.017 \left( \frac{\lambda}{d} \right)^2 \quad (11.13b)$$

#### 11.5.2 電磁気学的算定

##### 半波長ダイポールアンテナの基本特性

半波長ダイポールアンテナ（ダイポールの向きを  $z$  軸；波長に比べて十分細い導線）の特性については、理論解析（マクスウェルの方程式）により、以下のように求められている（電波工学の一般的な教科書、例えば[1], [5]参照）。

・素子上の電流分布 
$$I = I_0 \sin \left\{ k \left( \frac{\lambda}{4} - |z| \right) \right\} e^{j\omega t} \quad \left( 0 < |z| \leq \frac{\lambda}{4} \right)$$

・アンテナの実効長  $l_e = \lambda / \pi$

・アンテナ入力インピーダンス  $Z (= R + jX) = 73.13 + j42.55 \text{ } [\Omega]$

・遠方界 
$$E = j \frac{Z_0 I_0}{2\pi} \frac{\cos((\pi/2)\cos\theta)}{\sin\theta} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r}$$

### 受信電力の算定

放射界はアンテナに流れる電流によって定められるが、その電流の大きさ $I_0$ は入力電力によって決まる（注）。すなわち、

$$P_t = \frac{1}{2} R I_0^2 \rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{2P_t}{R}}$$

最大利得方向（ $\theta = \pi/2$ ）にある受信点（距離 $d$ ）での電力密度 $p_r$ は次式となる。

$$p_r = \frac{1}{2Z_0} |E|^2 = \frac{1}{2Z_0} \left( \frac{Z_0 I_0}{2\pi d} \right)^2 = \frac{Z_0}{8\pi^2} \left( \frac{I_0}{d} \right)^2$$

受信アンテナの端子電圧 $V$ は、正面（ $\theta = \pi/2$ ）方向の入射に対して

$$V = |E| l_e = \frac{\lambda Z_0 I_0}{2\pi^2 d}$$

となる。

このアンテナから最大の電力を取り出すためには、負荷抵抗 $R_L$ は、アンテナのインピーダンスの実数分、すなわち、アンテナ抵抗 $R$ と等しい負荷（整合負荷）： $R_L = R$ としなければならない。

これより、受信電力 $P_r$ は次式で算定される。

$$P_r = \frac{1}{2} \times \frac{V^2}{4R} = \frac{1}{32R} \left( \frac{\lambda Z_0 I_0}{\pi^2 d} \right)^2$$

$I_0$ を代入して整理すると

$$p_r = \frac{Z_0 P_t}{4\pi^2 R d^2} \approx 0.131 \frac{P_t}{d^2} \quad (11.14a)$$

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{1}{16R^2} \left( \frac{\lambda Z_0}{\pi^2 d} \right)^2 = 0.017 \left( \frac{\lambda}{d} \right)^2 \quad (11.14b)$$

となり、(11.13)式の結果と一致する。

【注:ここでは、電力 $P_t$ ,  $P_r$ ,  $p_r$ の式表示に、係数1/2を付けている。時間領域で正弦変動する実数信号の平均電力の意味である。本章のそれ以前のところ（例えば、図11.6）では1/2の係数を付けていないが、入出力の関係を見ているだけなので、係数の有無は結果に影響しない。】

## 11.5.3 両算定法を結ぶもの

フリスの伝達公式では、アンテナへの入力電力と送信アンテナ利得が出発点になるが、電磁界的手法では、導体に流れる電流から解析が始まり、通った道が異なっている。直感的推論に基づいているように見えるフリスの伝達公式と厳密な推定である電磁気学的方法との接点はどこにあるのだろう。

ここでは、その謎を解く二つの点を指摘したい。フリスの伝達公式の鍵は、アンテナ利得と実効面積の関係を表す(11.7)式である。11.2節でも述べたように、この式には電磁気学のエッセンスが埋め込まれていて、マクスウェルの方程式の力を借りずして、得ることができない式なのである。一方の電磁界的手法の鍵は、アンテナ入力抵抗 $R$ である。 $73.13\Omega$ そのものは起電力法などの電磁界解析で得たものであり、実測でも確認されているが、フリスの伝達公式はこの値に対して縛りを与えている。すなわち、両手法で求めた受信電力が等しくなるためには

$$1.64 \times 1.64 \times \left( \frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 = \frac{1}{16R^2} \left( \frac{\lambda Z_0}{\pi^2 d} \right)^2 \rightarrow R \approx 73.13$$

のように、フリスの伝達公式が入力抵抗 $73.13\Omega$ を要求しているのである。このように、放射特性から定められる抵抗は放射抵抗と呼ばれる。アンテナ入力抵抗（理論解析や実測から得られる）と放射抵抗が等しくなる（=同じものである）ことが理論からの帰結なのであるが、実際その通りになり、電磁気学お見事と言いたい。図11.9は二つの受信電力算定法の仕組みと相互の関係を半波長ダイポールアンテナを例にしてまとめている。

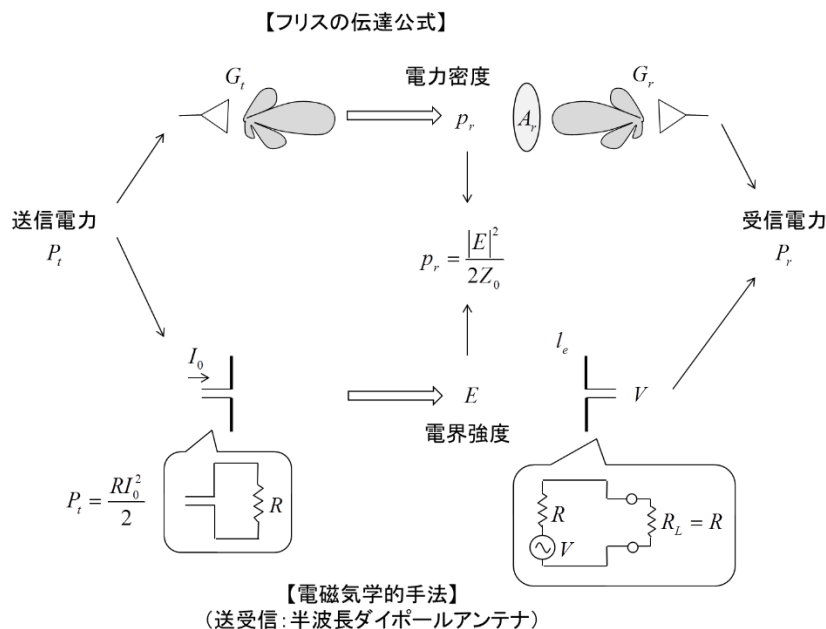


図 11.9 二つの受信電力算定法の仕組みと相互の関係（電磁気学的手法では、半波長ダイポールアンテナを送受信に用いた場合を示している）

## 参考文献

- [1] 虫明康人, アンテナ・電波伝搬, 電子通信学会編, コロナ社, 1961.
- [2] 中嶋信生, “微小アンテナ実効面積の分かり易い求め方,” 信学会AP研第2種研究会 (楽しく学ぶ電波教室), A.P85-S8, pp. 47-50, 1986.01.
- [3] 後藤尚久, 中川正雄, 伊藤清彦 (編), アンテナ・無線ハンドブック, オーム社, 2006. (引用部分は、IV-3.4.1, pp. 347-348 (鈴木康夫))
- [4] H. T. Friis, “A note on a simple transmission formula,” Proc. IRE and Waves and Electronics, pp. 254-256, May, 1946.
- [5] 長谷部望, 電波工学 (改訂版), コロナ社, 2005.

[目次のページへ戻る](#)