

電波研究の玉手箱

第7講 情報伝送の物理限界

電気通信大学名誉教授
唐沢 好男

毎号、電波技術の基本テーマの中に見え隠れする不思議を玉手箱につめてお届けしている。第7講はワイヤレス情報伝送の物理限界。本シリーズ第5講から始めた伝送誤り問題の終着駅。劣悪な電波伝搬環境の中、いかなる方策をもってしてもこれ以上の伝送はできないという性能限界、そこを覗いてみよう。何がそれを支配しているのだろうか。その限界を破る方策はないのであろうか。



物理限界とは

ここでは、周波数帯域幅 W と信号電力 P_s が一定の下、送信信号のビット情報を誤り無く受け取ることができる通信速度の上限を物理限界と呼ぶ。伝送の信頼性を高めるためには、信号設計において、変復調方式を選び、誤り訂正符号を付加するなど可能な限りの工夫がなされる。そのような方策を採ったとしても、デジタル信号（ビット列の情報）をもうこれ以上に速い速度で誤りなく送ることは無理と言う限界がある。本講での物理限界はこの意味に用いる。

この物理限界をもたらす要因は、①熱雑音、②ドップラー周波数変動による伝搬環境の時間変動（高速フェージング）、③マルチパスによる信号到達時間のばらつき（周波数選択性フェージング）である（第5講（本誌 No.339）参照）。①は信号をマスクして見えなくしてしまう、③は信号の時間波形を歪める、②はその波形に時間的な揺らぎを与えている。では、通信の限界は、これらの問題が具体的にどう係わって現れてくるのであろうか。

熱雑音に対する物理限界（①に対して）

情報理論の開祖シャノンは、雑音（熱雑音に代表される加法性白色ガウス雑音：AWGN）のある通信路において、誤りなく情報伝送ができる通信速度の上限を通信路容量（channel capacity） C （単位：ビット／秒；bps）と定め、以下の式を与えている。

$$C = W \log_2 (1 + P_s / P_N) \quad [\text{bps}] \quad (1)$$

ここで、 P_s は信号成分の、 P_N は雑音成分の平均電力、 P_s/P_N は SN 比である。熱雑音が定常状態のとき、十分な時間をかけて送信信号の符号化を工夫すれば、その究極において、式(1)の伝送レートが誤りなく達成されることになる。熱雑音下での情報伝送の物理限界はこのシャノンの通信路容量にある。

伝搬劣化要因（② + ③に対して）

これに伝搬問題②、③が加わったとき、(1)式はどう変わるのだろうか。ひとつだけ言えることがある。詳しいことは述べられないが、②のみ、あるいは、③のみならば、信号設計の最適化により、(1)式とあまり変わらない通信路容量が得られる。すなわち、フェージングによって変動する信号電力の平均値を $\langle P_s \rangle$ 、SN 比の平均値（ $\langle P_s \rangle / P_N$ ）を Γ_0 として、次式になる。

$$C \approx W \log_2 (1 + \Gamma_0) \quad [\text{bps}] \quad (2)$$

問題は②と③が同時に存在する場合である。これは難しい問題であり、情報理論分野を中心に数多くの研究がなされている。核心に近いモデル化が Durisi らによって行われているが [1]、それでも、見通しの良い形の定式化にはまだ至っていない。そこで、筆者らの提案する簡易なモデル [2] で論を展開してみたい。

ここでは、通信路として図1に示すマルチパス環境

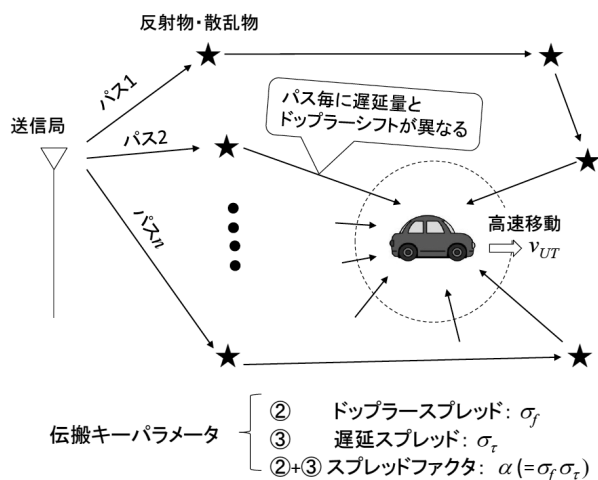


図1 マルチパス伝搬環境と三つのキーパラメータ

(要因の②と③)を考える。ドップラー周波数と遅延のばらつきが共に存在する環境では、伝送特性は時間領域と周波数領域の両方で変化する。これが波形の歪を生み出し、その歪んだ分が干渉成分として働くため、等価的には雑音電力が増えたように見える。

見通しが遮られたマルチパス環境、すなわち、レイリーフェージング環境では、ドップラー周波数 f のばらつきの標準偏差（ドップラースプレッド σ_f 、単位Hz）と遅延 τ のばらつきの標準偏差（遅延スプレッド σ_τ 、単位：秒）が、伝送特性の統計的推定におけるキーパラメータになる^{*1}。そして、両影響が共に現れるフェージング環境では、二つのスプレッドの積 α （無次元数）

$$\alpha \equiv \sigma_f \sigma_\tau \quad (3)$$

が新たなキーパラメータになり、スプレッドファクタと呼ばれる。

遅延のばらつきとドップラー周波数のばらつきの存在によって、信号波形を歪ませる干渉電力が生まれる。遅延広がりによる干渉電力を P_{I_delay} 、ドップラー広がりによる干渉電力を $P_{I_Doppler}$ とすると、それらは実効シンボル周期 T_e の変調信号に対して、 P_{I_delay} は $(\sigma_\tau/T_e)^2$ に、 $P_{I_Doppler}$ は $(\sigma_f T_e)^2$ に比例し、 T_e を調整して干渉電力を小さくしようとする、 T_e の長さに対して効果の働く方向が反対になる（図2）。そこで、二つの干渉電力の和の T_e に対する最小値 $P_{I,min}$ を求めると次式である。

^{*1} 文献[2]ではドップラー周波数に対して通信周波数の f と区別するためギリシャ文字のニューを使っているが、ここでは混乱がないと思うので f を用いる。水平面一様に散乱波が到来する環境では、最大ドップラー周波数 f_D に対して $\sigma_f = f_D/\sqrt{2}$ である。

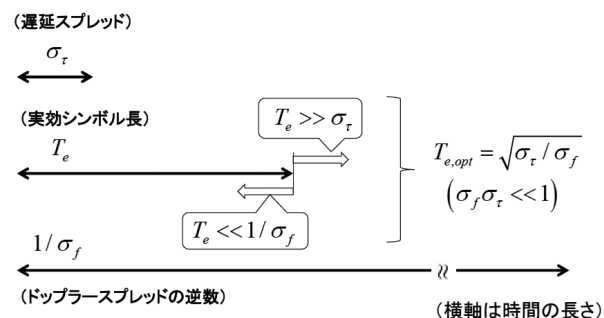


図2 二つの伝搬問題とそれぞれの対策（実効シンボル長 T_e の長さの調整が逆方向になる）

$$P_{I,min} = 8\pi^2 \alpha \langle P_S \rangle \quad [\text{ワット}] \quad (4)$$

この時、 T_e の最適値 $T_{e,opt}$ は $\sqrt{\sigma_\tau/\sigma_f}$ [秒]になる。

フェージング下での物理限界（①+②+③）

(2)式で熱雑音と②, ③どちらかのみでの通信路容量を示した。この式の平均SN比 $\Gamma_0 (= \langle P_R \rangle / \langle P_N \rangle)$ の雑音電力 P_N に干渉波電力の最小値 $P_{I,min}$ ((4)式)を加えて実効雑音電力とすると、伝搬特性も考慮した通信路容量として次の近似式が得られる[2]。

$$C \approx W \log_2 \left(1 + \frac{1}{1/\Gamma_0 + 8\pi^2 \alpha} \right) \quad [\text{bps}] \quad (5)$$

上式は(2)式に伝搬要因（＝スプレッドファクタ）が組み込まれていて、熱雑音と電波伝搬の関係がわかる見通しのよい式になっている。

この式で平均SN比 Γ_0 に対する通信路容量を見てみよう。図3は通信路容量 C を帯域幅で正規化した1Hzあたりの通信路容量（正規化通信路容量： C/W ）をスプレッドファクタと熱雑音による平均SN比 Γ_0 に対して示している。SN比を上げてゆくと、(5)式の $1/\Gamma_0$ の部分が消えて、伝送の物理限界が伝搬パラメータであるスプレッドファクタに支配されていることが分かる（図で影をつけた部分）。同図には一例として、スプレッドファクタが0.002となる環境を示している。現時点においては、通常生起する環境として、このあたりがもっとも厳しい環境であろう。

符号間干渉あるいは位相変動の一方のみがある場合にはスプレッドファクタは0なので、伝搬による通信路容量の低下は起きない。一方だけだと打つ手があるということ、両方が重なって初めて限界問題が起きるということである。

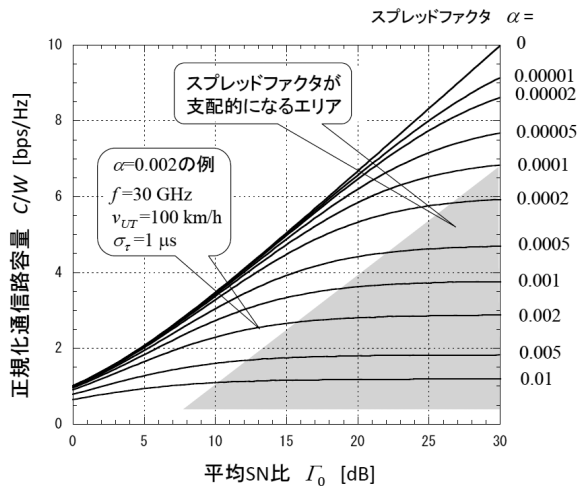


図3 スプレッドファクタと平均SN比 I_0 に対する正規化通信路容量 (図中に $\alpha \approx 0.002$ となる環境の一例を示している。影をつけた部分は伝搬ファクタが容量の限界に対して支配的になっている領域)

物理限界から見る信号設計の窓

シャノンの通信路容量は、いかなる最適な信号設計を行っても、これ以上の無誤り伝送はできないという上限を示しているのであって、それを実現する具体的なことは何も述べられていない。

図2に示したように、遅延の広がりをもたらす符号間干渉誤り対策にはシンボル周期を実効的に長くする方式が採られる。例えば、OFDMでは、信号帯域を分割して狭帯域にすることによりシンボル周期 T_e ($\approx 1/W_e$) を長くしている(図4)。そうすると、相対的な意味で、分割されたサブキャリアに対してはドップラー偏移の影響が大きくなる高速フェージング問題が顕在化してくる。すなわち、良好な通信を実現するためには、 T_e 、 σ_τ 、 σ_f に対して以下の条件が必要になる。

$$\sigma_\tau \ll T_e \ll 1/\sigma_f \text{ [秒]} \rightarrow \alpha (= \sigma_f \sigma_\tau) \ll 1 \quad (6)$$

符号間干渉誤りを防ぐためには、遅延のばらつきが無視できる程度にシンボル周期が長くあってほしい、位相変動誤りを防ぐには、シンボル周期の間は変化せずにじっとして欲しいという矛盾する要求であり、(6)式で調整できれば問題はない。しかしスプレッドファクタ α が1に近づいてくると、適当な T_e を定めようが無くなり、有効な対策が打てなくなる。この状態では、いかなる信号設計をしても、あるいはいかなる信号処理をしても、目的品質を保った通信が困難になると言うことである。そしてその上限が(5)式で示

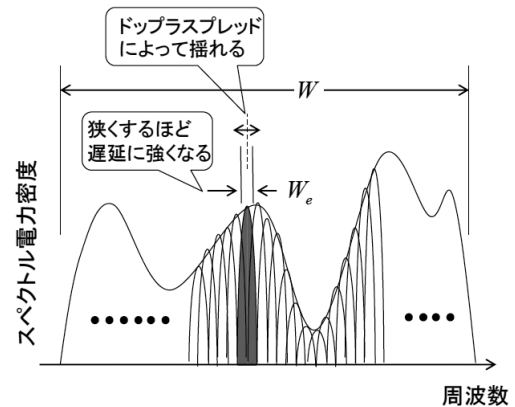


図4 遅延広がりによる周波数選択性フェージングの影響を受けた受信信号のスペクトルと OFDM によるマルチキャリア分割 (サブキャリアの帯域 W_e を狭くすると遅延に強くなるが、相対的にドップラーの影響を受けやすくなる)

した通信速度であり、これが無線情報通信の物理限界になる。

一つの目安として、良好な通信ができる限界は、スプレッドファクタで 0.001 ~ 0.01 辺りにあるのではないかと感じる。例えば、周波数 30GHz、遅延スプレッド $1\mu\text{s}$ 、時速 100km/h (最大ドップラ周波数 $f_D = 2.8\text{kHz}$, $\sigma_f = 2.0\text{kHz}$) では、スプレッドファクタは 0.002 となる (図3 参照)。

図5は情報伝送に立ちふさがる電波伝搬の二つの壁とシンボル設計に開かれた窓 (図中の安全地帯) を概念的に示している。図より、当然ながら、移動体速度が一定であれば、ドップラースプレッドが大きくなって窓が狭くなる高い周波数において、設計が苦しくなってゆくことがわかる。電波伝搬視点から見る未来の通信は、結構限界に近づいてきているように感じるが、今後、無線通信技術はこれをどう切り開いてゆくのであろうか。

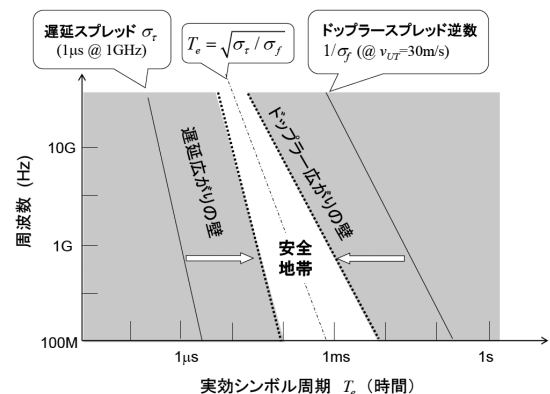


図5 情報伝送に立ちふさがる電波伝搬の二つの壁とシンボル設計に開かれた窓 (イメージであって厳密ではない)

✎ 限界を破るには

これが限界だと言う話の舌の根の乾かないうちに、このタイトルが出ると、あの話は限界ではなかったの、と言われそうである。これまでの議論は、単一アンテナ対向で、かつ、信号帯域幅 W が一定としたときの条件に限っていた。この条件を外すなどして、もう少し自由な発想で見るとどうなるかという意味である。ここでは、以下の3つの可能性に言及したい。

①アレーアンテナの利用

アレーアンテナは指向性を自由に制御できるので遅延スプレッドやドップラースプレッドを実効的に小さくできる。例えば、最大比合成ダイバーシチは受信信号の SN 比を最大にする規範で動作するが、ドップラースプレッドによる位相変動誤りにも、遅延スプレッドによる符号間干渉誤りにも効果がある。式(3)のスプレッドファクタを実効的に小さくする働きであり、通信容量の増加に対しても大きな効果が期待できる。アレーアンテナのなしうる業(空間信号処理能力)については次講で取り上げたい。

②超広帯域の利用

(5)式で、SN 比 Γ_0 を一定の下、帯域幅 W を大きくすれば帯域幅に比例して通信路容量はいくらでも大きくできる。でも、これだと、雑音電力 P_N が帯域幅に比例して大きくなるので、信号電力も比例して大きくしなければならない。故に、これは望む形ではない。信号電力を一定の下、帯域幅だけを大きくしてゆくのである。雑音の 1Hz あたりの電力を P_{N0} とすると、電波伝搬の影響を受けた(5)式の通信路容量は、帯域幅無限大の極限において、以下の式で表される。

$$\lim_{W \rightarrow \infty} W \log_2 \left(1 + \frac{1}{WP_{N0} / \langle P_S \rangle + 8\pi^2 \alpha} \right) \approx 1.44 \frac{\langle P_S \rangle}{P_{N0}} \quad [\text{bps}] \quad (7)$$

送信電力を抑えた状態で帯域を広げるので信号成分の周波数領域での電力密度は微弱になるが、超広帯域に周波数拡散して拡散利得を稼げば、電波伝搬の影響を消してしまうことができる。キーワードは、超広帯域周波数拡散、超低電力密度。そんな超広帯域のアンテナがあるの？信号処理が追いつくの？微弱信号の検出は？など、突っ込みどころは多い。でも、未来通信の夢として語るのは許されるであろう。

③だましのテクニック

光の世界には不思議なことが起きている。波長 700nm (ナノメートル) の赤い光と波長 500nm の緑の光からその中間にある波長 600nm の黄色い光を生み出している。電波で言うと 1GHz の電波と 2GHz の電波で 1.5GHz の電波を作り出しているようなものである。非線形な現象であれば、そういうこともできなくは無いが、光の強い弱いに関係しておらず、非線形現象ではなさそう。もう一つある。可視光線の周波数帯域幅は赤から紫までの約 400THz (テラヘルツ) である。このような重たい荷物(大容量信号)は X 線にでも運んでもらうしかない。でも実際は、それよりずっと周波数が低い電波がその映像信号を運んでいる。

種を明かせば、人間の目の色認識機能に因るらしい。人間の目は、赤・緑・青色の3色を識別できるセンサーしかなく、かつ、その識別フィルタの特性は甘い。例えば黄色の光を見ると赤と緑のセンサーポートに半分ずつ出力がたち、それを人間の脳が、そういう組み合わせは黄色と判断するようである。それゆえ、真に黄色の光でも赤と緑が足されただけの光でも、人間の目には黄色に見えて区別が付かない。通信は、そのだましのテクニックで色情報を伝達している。三つのセンサー情報だけなら電波の乗り物で楽々運べるのである。そのようにして、我々は毎日だまされ続けている。例えば、テレビ。我が家の猫も仲間の映像に興味深げに見るが、進化の歴史において種の起源が同じところにあるので、同じようにだまされているのだと思う(図6)。未来の通信では、力尽ばかりでなくこういうだましのテクニックを積極的に取り入れて、不可能を可能にするのが面白いように思う。



図6 テレビを見る我が家の猫

<参考文献>

- [1] G. Durisi, et al., "Noncoherent capacity of underspread fading channels," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 56, no. 1, pp. 367-395, 2010.
- [2] 唐沢好男, 無線通信物理層技術へのアプローチ(第12章), コロナ社, 2021. (近刊)