

電波研究の玉手箱

第10講（最終講）

電磁気学を楽しもう
太郎と花子と透明人間の物語

電気通信大学名誉教授
唐沢 好男

毎号、電波技術の基本テーマの中に見え隠れする不思議を玉手箱につめてお届けしてきたが、いよいよ最終講。新年の初夢にふさわしい不思議の宝庫、電磁気学の世界を楽しみたい。磁界は電界の相対論的效果と言われる奥が深い世界なので、からくりのスケールも大掛かりになる。電磁気学授業ではあまり触れられない奥の院を覗いてみよう。シリーズの最後は筆者の好きな言葉「セレンディピティ」で締めたい。



世にも奇妙な話

私には、二人の友達、太郎と花子がいる。あるとき、太郎のいるところに行った。見回しても太郎以外に誰もいない。私が歩き出すと、ずっと花子が現れた。またあるとき、花子がいるところに行った。見回しても花子以外に誰もいない。私が歩き出すと、ずっと太郎が現れた。

今度は誰もいないところに行った。でもそこには透明人間がいるらしい。その透明人間、大きくなったり小さくなったり変身するたびに太郎が現れ、体を振ると花子が現れる。

これから案内する電磁気学の世界である。

物理法則とは

電磁気学の屋台骨マクスウェルの方程式は、電気と磁気の性質（場；フィールド）に関する四つの法則よりなる。物理法則は、物事の関連性を表し、観測や実験からその必然性が認められたものを言い、証明によって正しさが示される数学の定理とはこの点で違う。法則の根幹に対する問“なぜ（Why）”について答えられる人はおらず、神様のなせる業と信じるのみである。しかし、その法則によって体系付けられた理論から“物事の動作（How）”が予見でき、電波は電磁気学最大の予見である。

図1は静止している系（K系）とx軸方向に一定スピードで動く系（K'系）を示している。このような関係にある系は慣性系と呼ばれる。止まっているか動

いているかは相対的なもので、K'系から見ればK系が動いている系になる。物理法則にはどの慣性系であっても、すなわち、地面の上でも、（まっすぐ定速に走る）電車の中でも、同じように成り立つことが求められる。この性質は共変性と呼ばれる。K系において $f(x, y, z, t) = 0$ で表される物理法則はK'系においても $f(x', y', z', t') = 0$ で無ければならないと言うことである。

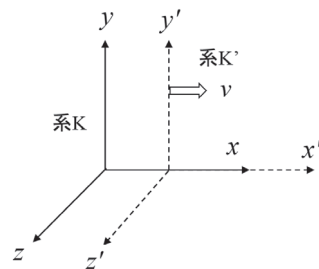


図1 慣性系（物理法則は系を選ばない）

静電界の中を歩く

電磁気学では電荷（正または負の値を持つ粒子；単位はクーロン）が出発点になる。電荷は周囲の空間に電氣的歪みを持つ場をつくり、場の中の電荷に対して力が働く。この電氣的歪みの場を電界と呼び、大きさと向きを持つベクトル量（単位はボルト/m）である。

図2は時間的に変化しない電界（静電界）の中を動く人が感じる電磁界を説明する図である。静電界 E_y が空間内にある①。その中を速度 v で動く観測者（K'系上の静止者）がいる②。この観測者にとって、電磁

界をどのように感じるだろうか。何も変わらないのでは、と思うのは能天気、物事は広い視野で見なければいけない。そこに電界があるということはその発生源も有るはずである。典型的な例では天井と床に正負の異なる電荷が均一に分布していると言うような構造である③。大きな平板コンデンサをイメージすると良い。この構造を右に動く人が見れば、天井と床が左に動いているように見え、そのように電荷が動くのであるから、天井は右向きに、床は左向きに電流が流れていることになる。この電流が磁場を生み出し、④のようにK系では感じなかった磁界 B'_z が生まれていることが分かる。

電界と磁界は独立な物理量ではなく、何か別の形の物理量があって、あるときは電界に、あるときは磁界に見えたりするのではと想像したくなるであろう。

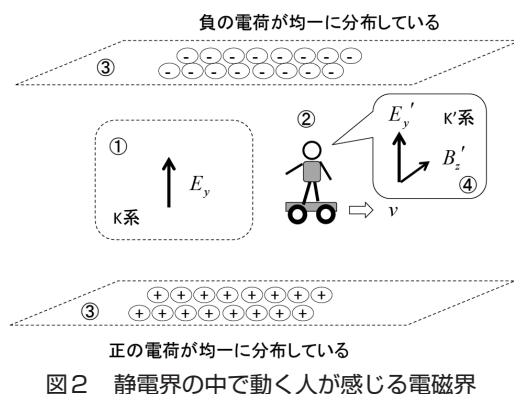


図2 静電界の中で動く人が感じる電磁界

静磁界の中を歩く

図3(a)に示すように、導線中を速度 v で動く負の電荷(すなわち電子;密度 ρ_-)の列があり、これが電流 I を作っている(電流の向きは電子の動きと反対方向)。同量の正の電荷(密度 $\rho_+ = \rho_-$)、すなわち電子が飛び出した後の原子が静止状態で存在していて、電氣的に中和しており周囲に電界はない。一方、電流が流れているので、導線の外側には同心円状に磁界が発生している。この導線のそばを導線内の電子と同じ速度で動く電子がある。磁界に直交して動く電荷には磁界と動く方向のさらに直交する向きに力が発生する。この力はローレンツ力と呼ばれ図のように下向きである。そう、この走る電子はやがて導線に引き寄せられてしまうであろう。

さて、これを図3(b)のように外部を走る電子の座標 K' 系で考えてみよう。この状態では動いていた電子が静止し、導線の中で止まっていた正の電荷が左に動いて電流となり、K系と同様に磁界が発生している。しかし、止まっている電子には磁界によるローレンツ

力は働かず、導線内の電荷も相変わらず正負でバランスが取れているので、電気力(クーロン力)も働かず、何も力は受けないように見える。そう、電子の位置はずっと変わらないであろう。でも、図3(a)、(b)の違いは、単に見ている人の違いであって、現象そのものに手を触れているわけではない。一方に力が働き、もう一方には力が働かないと言うのは矛盾(パラドックス)である。

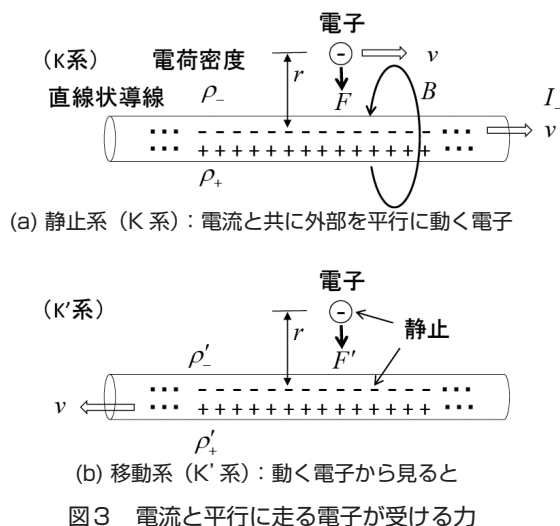


図3 電流と平行に走る電子が受ける力

このパラドックスは、アインシュタインが相対性理論を生み出すきっかけとなった思考実験として有名である。(詳しい謎解きはファインマンの物理学教科書III電磁気学[1]に)。これには、ニュートン力学の座標変換系であるガリレイ変換^{*1}では説明できず、相対性理論が規範としているローレンツ変換^{*2}によって始めて可能になるのである。ここでこの説明を詳しく行うスペースが無いが、大雑把に言うと次のようである。

- i) K系では正の電荷の密度 ρ_+ と負の電荷密度 ρ_- は等しく、故に空間に電界は存在しない。
- ii) K' 系ではK系での電荷密度 ρ_+ と ρ_- はそれぞれに変換され ρ'_+ と ρ'_- になるが、K系で止まっているものの密度と動いているものの密度は変換率が異なる(ここが相対論の味噌だが式無しの説明は無理)。ゆえに、正負でバランスが崩れ、結果として正電荷の数が勝り外部の電子(負電荷)に対しては引き付ける方向に力が働く。磁界の中を動いたら、電界が現れたのである。それによって、K系

^{*1}速度 v で走る電車の中で、進行方向に速度 v_0 でボールを投げると、外で見ていた人にはボールは速度 $v+v_0$ で進むという、我々にとってはきわめて合理的と思う座標変換。

^{*2}相対性理論でお馴染みの変換。動く物体の長さは縮み、時計の進みは遅くなるという時間と空間を一体とする座標変換。ミンコフスキーの4次元空間と呼ばれる。

での磁気力（ローレンツ力）が K' 系では電気力（クーロン力）に変わり、結果としてパラドックスはなかったと言うことになる。

電磁気学を構成するマクスウェルの方程式はローレンツ変換に対して共変性があったのである。20 世紀のはじめに吹き荒れた力学の大革命（相対性理論）に対して、それ以前に生まれた電磁気学が無傷に乗りきれたのは（より正確には、大革命を生み出したのには）このようなからくりがあったからである。

ベクトルポテンシャルと友達になろう

「静電界の中を歩く」の項でもっと奥に何か本質的なものがありそうと予想した。それは、ポテンシャルと呼ばれる場である。ポテンシャルにはスカラーポテンシャルとベクトルポテンシャルの二つが有るが、ここではベクトルポテンシャルに注目する。ベクトルポテンシャルは A という文字で表され、単位は Tm （テスラ・メートル）である。電磁気学ではベクトルポテンシャルは磁界 B （正確には磁束密度と呼ばれるがここでは広い意味で磁界と呼ぶ）との関係で

$$B = \nabla \times A \quad (1)$$

として登場する。数学記号“ $\nabla \times$ ”は回転と呼ばれる空間微分を表す演算で、ベクトル解析ではおなじみであるが、初見の人は以下のイメージを持ってほしい。地層 (A) に断層のずれがあると、その空間に捩れ (B) が生まれる。電界は針金により、磁界は磁針によりその存在を知ることができるが、ベクトルポテンシャルを感知する手段が無い。まさに透明人間である。それゆえ物理量としての存在が疑われる過去もあったが、今では量子力学的手法によって実在が確認されている [2]。

ベクトルポテンシャルは電流のそばに影のように現れる。図 4 はその説明図である。真ん中に電流が流れている。ベクトルポテンシャルはその外側に電流と同じ向きに現れかつ軸から離れるほど弱くなる。水飴の中に棒を入れて引き上げるとき、水飴も棒にへばりついて動く。棒が電流、水飴がベクトルポテンシャルというイメージである。径方向に強度が変わってゆくためあらゆる場所に縦方向の断層（ストレス）ができそこに捩れが生じる。この捩れは軸を中心とする周方向で円をなす。これが磁力線であり磁界である。(1)式はそれを表している。電磁気学の授業では電流と磁界の関係をベクトルポテンシャル抜きで天下り的に説明するが、ベクトルポテンシャルの働きを加えると見方も少し変わると思う。

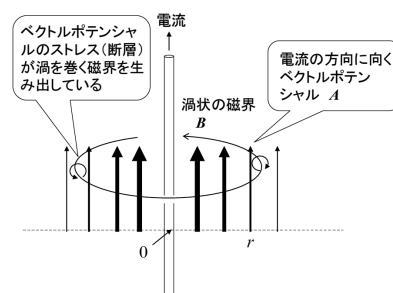


図4 電流とベクトルポテンシャルと磁界の関係

さてそのベクトルポテンシャルである。本シリーズ第4講 (No.338) で取り上げた電磁誘導の法則を見てみよう。図5は中心に無限ソレノイドを置く構成である。ソレノイドに直流電流 I を周方向に流すことにより、ソレノイドの内部に均一な磁界が軸方向に発生する。ソレノイドの外側には電界も磁界もない。では、電界も磁界もないところには電磁場は何もないのかと言うとそうではない。誰にも見えない透明人間がいるのである、そう、ベクトルポテンシャルが。この場合はソレノイドに流れる電流と同じ向きに周方向に渦を作っている。不思議なことに、でもそれはマクスウェルの方程式から導かれるわけであるが、ベクトルポテンシャル A は変身するとき、すなわち時間的に変化して大きくなるときや小さくなるときに電界 E になるのである。微分方程式で書くと

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} \quad (2)$$

である ($\partial/\partial t$ は時間領域の偏微分記号)。

ソレノイドの電流を交流信号にすると磁束が時間変動し、その結果、ソレノイドの周囲にできているベクトルポテンシャルも時間変化する。その時間変化分が(2)式により電界に見え、ソレノイドの外側を金属ループで囲むと生まれた電界がループに起電力を作るのである。電界も磁界もないと思っていた場所にも電磁誘導が起きるのはこのメカニズムである。

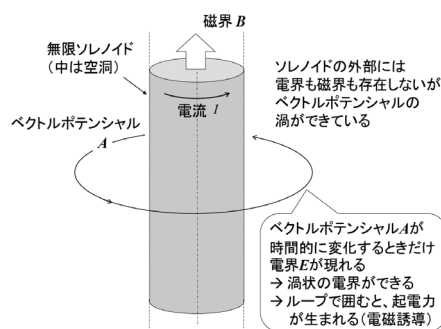


図5 電流・磁界・ベクトルポテンシャル・電界の関係

電波の形

冒頭のたとえ話、太郎・花子・透明人間の正体は、電界・磁界・ベクトルポテンシャルだと気が付いてくれたと思う。情報伝送を担う電波は、この三つの働きによっている。授業では、電波は電界と磁界がダブル主役となって相互に技を掛け合うような形（電磁誘導と変位電流の相互作用）が持続して伝搬するというイメージを学ぶ。この説明の中には、ベクトルポテンシャルは出てこない。一方、ベクトルポテンシャルを主役に据えて電界と磁界を脇役とする見方もできる。伝搬するのはベクトルポテンシャルの波動、電界は式(2)によるベクトルポテンシャルの時間微分、磁界は式(1)による空間微分とする見方である。この見方をとると、ベクトルポテンシャルが親、電界と磁界はそこから生まれた子供のようなもので、子供同士に直接的な意味での相互作用は無い。

ここで述べたことは解釈（すなわち見方）の問題であって、マクスウェルの方程式に書かれた数式以上のものが出てくるわけではない。しかしながら、想像を膨らませてあれこれ考えることは楽しいし、結果として理解を深めること、すなわち学びになる。

電波の力

電磁気学の単位認定に、期末テストで百点取るか、新聞紙を100回折り曲げるか、どちらか選べ、と言われたとき後者の方がやれそうと思う人もいるだろう。ところが後者の場合、厚さ0.2mmの新聞紙を100回折り曲げた厚みは宇宙の果てより長くなってしまい、できっこないのである。倍々ゲームの恐ろしさである。でも、電波はその原理を使っている。火星まで届く無線回線が引ければ、その2倍の距離に対しては送信出力を4倍にすればよい。このように倍々にしてゆけば、通信距離は指数関数的に増やせる。もちろん電力だけでは無理であるが、アンテナのサイズを大きくし、帯域幅を狭めて雑音を抑えれば、宇宙の果てとの通信も電波なら可能である（ただし届くまでの時間はかかる）。

SF映画「コンタクト」ではジョディ・フォスタ演じる女性天文学者が、この広い宇宙に生命があるのが地球だけではあまりに寂しいと言う思いに駆られてこの夢に挑戦する。コンタクトできたかどうかは映画を見てのお楽しみであるが、技術的には決して荒唐無稽ではない。手元の針金の中の電子を動かせば、宇宙人が持つ針金の中の電子が反応する。電波の力である。

セレンディピティ：シリーズのむすび

私の好きな言葉「セレンディピティ」についての思いを述べることで、一連の講義の結びとしたい。

筆者が企業の研究所にいた42歳のとき博士の学位を得た。その学位授与式で、総長（井村裕夫先生）が「セレンディピティ」と言う言葉を教えてくれた。偶然に訪れる幸運を掴み取る能力（Ability）である。「君たちには科学を発展させる担い手になってほしいが、それには能力がいる。アインシュタインをイメージするだろうが、そういう人は特別で、普通の人が頑張るには、セレンディピティ（Serendipity）を身に付け、それで勝負するのが良い。」セレンディピティの語源（Serendip+Abilityの造語）や科学の真価について、丁寧に説明してくれた。目から鱗である。

その後、大学の教員になってからは、研究室の学生はもとより、授業などの多くの機会を通じて「社会で活躍するためには、セレンディピティ＝感じ取る力・結びつける力を磨きなさい」と説いてきた。精神論ばかりではだめで、R.M. ロバーツの本[3]に事例が満載、感覚を身につけるヒントがいっぱい出ている。

電波の分野では、米国ベル研究所のペンギアスとウィルソンのケースが有名である。1964年のこと、両氏は、電波天文用に開発した大型アンテナの性能を評価するために、アンテナを天空に向け雑音温度を測定している中、どの方向に向けてもほんのわずかの原因不明の雑音が残し、気になっていた。あるとき、二人は、以前に聞いた講演のことを思い出した。1960年代当時、宇宙はビッグバンという途方もない大爆発から始まったと言う荒唐無稽な理論が出てきて、でも、もしそれが本当なら宇宙の果てにその名残があるはず、と言う話。「もしかしてこれかも」と思い、検証を重ね、ついにまさにそれだと言う確証を得たのである。二人は、ビッグバンの証拠をつかんだことでノーベル物理学賞をもらった。幸運の女神がそこにきていて、それを捕まえたのである。わずかな出来事に徹底的に拘り、幅広い知識や勘を生かして、自分たちの実験結果をそこに結び付けて、思わぬところの不思議を解明したのである。この力がセレンディピティである。

ピンチはチャンス、幸運はそれを待ち受ける心構えのある人に訪れる（パスツール）。読者の皆さんの幸運を心より願ってやまない。

<参考文献>

- [1] ファインマン他、ファインマンの物理学 III 電磁気学、岩波書店、1969.
- [2] 外村彰、"電子波で見る電磁界分布," 信学会誌、2000年12月.
- [3] R.M. ロバーツ（安藤喬志訳）、セレンディピティ、化学同人、1993.