

電磁気学の不思議探検

第1講 ふしぎ発見の旅に出よう

電気通信大学名誉教授
唐沢 好男

電波技術の基本テーマの中に見え隠れする不思議を「電波研究の玉手箱」としてお届けした本誌シリーズ (No.335-344) の続編。今シリーズでは、電波技術の基礎、電磁気学の世界に足を踏み入れ、そこに隠れている不思議を探検する。初回は、マクスウェルの方程式から予言された電波、さらにその界限に見え隠れする不思議探しを行い、次講以降の予告編としたい。難しく嫌われがちな電磁気学、意外と面白そうと感じてもらえれば本望である。



👉 開講にあたり

私の晩年の大学教員時代、担当した電磁気学（必修科目）の授業では、限られた時間の中で身に付けてほしい内容が盛りだくさん、時間に追われながらひたすら教えまくったと言うのが正直なところ。電磁気学は楽しいと言う思いを伝える余裕がなかった。定年後、自分自身にも気持ちのゆとりができ、電磁気学の奥深くに漲る不思議が見えるようになって来た。同時に、教員としての現役時代、本来のそういうワクワク感を伝え切れていなかったという自責の念もこみ上げて来た。もう一度時計の針を巻き戻せるなら、また別な形の授業ができると思うが、それはかなわないこと。江戸の仇を長崎で、のような物言いで申し訳ないが、その反省にたって、電磁気学の世界はこんなに楽しいと言うところを本シリーズの中で述べてみたい。ただ、本誌の性格上、電磁気学そのものを述べるのではなく、学ぶため、あるいは、学び直すためのヒントになるようなことをお届けしたい。毎回取り上げるテーマについて、内容的にもっと深いところを知りたいと思う読者の皆さんには筆者のネット公開本「謎解き電磁気学」[1] を見ていただきたい。

👉 電磁気学のご神体：マクスウェルの方程式

電波技術の基礎は電磁気学。電磁気学と言えばマクスウェルの方程式、本講の出発点になる大事な式である。いきなりその方程式（ベクトルの微分方程式）を書く。電磁気学を学んだ人は思い出してほしいし、そうでない人は眺めてもらうだけで良い。

- ① $\text{div } \mathbf{D} = \rho$ （電場に関するガウスの法則）
- ② $\text{div } \mathbf{B} = 0$ （磁場に関するガウスの法則）
- ③ $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ （アンペア・マクスウェルの法則）
- ④ $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ （電磁誘導の法則）

式中の \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{H} , \mathbf{B} はベクトルで表される電磁場で、電界 \mathbf{E} [単位: V/m]、電束密度 \mathbf{D} [C (クーロン) /m²]、磁界 \mathbf{H} [A/m]、磁束密度 \mathbf{B} [T (テスラ = Wb/m²)]。電場を表す電界と電束密度は誘電率 ϵ を、また、磁場を表す磁界と磁束密度は透磁率 μ を介して、 $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ で結ばれる（真空中では ϵ_0, μ_0 ）。式中の演算記号 div は発散 (divergence)、 rot は回転 (rotation) を表す空間領域の微分である。この連立方程式を解くことによって、電荷（電荷密度 ρ [C/m³]）と電流（電流密度 \mathbf{i} [A/m²]）から生まれる電磁界を求めることができる。

👉 電波も光も同じ電磁波

基本中の基本、真空中（自由空間）での平面波の伝搬を見てみよう。アンテナなどの発信源からでた電波は、そこを中心にして球面状に広がってゆくが、十分遠方にある受信点では平面と見なされる波になっている。電波の角周波数を ω 、電波の進む方向を直角座標の z 軸方向とする。自由空間では、電荷も電流もないので、③、④式で定まる電界 \mathbf{E} と磁界 \mathbf{H} の関係は、 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$, $\mathbf{i} = \mathbf{0}$, $\partial/\partial t = j\omega$ より次式となる。

- ③ $\text{rot } H = j\omega\epsilon_0 E$
- ④ $\text{rot } E = -j\omega\mu_0 H$

この式は、2変数に対して方程式が二つなので、解ける形になっている。実際に解いてみると、電界と磁界は伝搬方向（z軸方向）に対して直角方向に波が振動していて、かつ、 E と H の向きも直交している。故に、電波は横波（ベクトル波）である。

揺れが進行方向に現れる波は縦波であり、音波がその例である。余談であるが、電波にも縦波があると言う都市伝説があり、スカラー波と呼ばれている。マクスウェルの方程式からは出てこない話であり疑似科学と言わざるを得ないが、20年ほど前、人体に有害なスカラー波を白装束で防ぐと言う集団があったと言うニュースを、この稿を書いている思い出した。

平面波は、電界の振動方向をx軸に、磁界の振動方向をy軸にとると、それぞれの成分 E_x, H_y は次式で表される。

$$E_x = E_0 \sin \left\{ \omega \left(t - \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} z \right) \right\}$$

$$H_y = H_0 \sin \left\{ \omega \left(t - \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} z \right) \right\}$$

電界と磁界の大きさの比 E_0/H_0 は自由空間の特性インピーダンスと呼ばれ、約 377Ω である。この式から、電波の進む速度は $1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ となり、当時すでに知られていた光の速度 c （約30万km/秒）に近い値になる。そこで、マクスウェルは、電波も光も同じ電磁波であり、光速で伝搬すると予言したのである。

図1は電波が生まれる仕組みをまとめている。

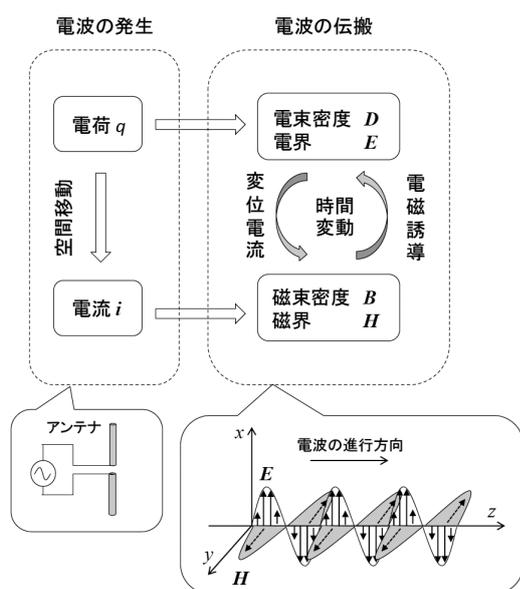


図1 電荷と電流から電波が生まれる仕組み

👉 電磁気学の不思議

電波は目に見えないので、その仕組みを思い描くのが難しい。電磁気学を勉強して一通りわかったと思っても、さらに奥が深く疑問が尽きない。以下、筆者がこれまでに感じた電磁気学の様々な不思議を挙げてみたい。次講以降では、それらの一つ一つに光を当てて、謎を解いてゆくが、初回の本講はその謎に出会うところまでである。

① 電波の伝わる速さは光速で一定

電波の進む速さは光の速度であることが導かれた。しかし、この理論によると、空間を伝わる電波の速度は、止まっている人が見ても動いている人が見ても光速 c のまま変わらない（周波数がドップラー周波数分だけ変わるのみ）。ピッチャーが投げたボールを追いかける人が見ればボールの速度は走る速さの分だけ遅くなるのに、なぜ電波の速度は変わらないのだろう。

② 電界と磁界が織りなす景色が見方によって変わる

電界と磁界で満たされる空間の中を電荷 q をもつ荷電粒子（例えば電子）が速度 v で動くとき、この粒子にはローレンツ力と呼ばれる以下の力（単位はニュートン）が働く。

$$F = qE + qv \times B \equiv F_e + F_m$$

記号の \times はベクトルの外積、右辺第1項はクーロン力と呼ばれる電気力（電界の向きに働く）、第2項は磁気力（磁界と速度のそれぞれに直交する向きに働く）である。恣意的な設定になるが、電気力と磁気力が逆向きで同じ大きさだったとしよう（ $F_e = -F_m \rightarrow F = 0$ ）。そうするとこの電荷には力が働かず、同じ方向に速度 v で動き続けるであろう。これを電荷と一緒に動く人にはどう見えるであろうか。電荷は止まって見えるので（ $v=0$ なので）磁気力 F_m が0になる。そうすると電気力 F_e だけが残ってバランスが崩れ、直線運動から外れてくるであろう。でも、視点の違いだけであって力学系に触れているわけではないのだから、動きが変わるはずがない。これって、パラドックス？

③ エネルギーの流れを示すポインティングベクトル

電界・磁界ともに空間にエネルギーを蓄えており、電波の伝搬においては、そのエネルギーも光速で移動する。単位面積当たりを1秒間に通過するエネルギー[J(ジュール)/m²/s]、すなわち電力密度[W(ワット)/m²]は、

電界と磁界の外積でできるベクトル $E \times H$ 方向 (E と H を同一平面上に置き、 E から H に振じった時、右ねじが進む方向) に進み、その大きさは $|E \times H|$ で与えられる。この $E \times H$ は提唱者 Poynting に因み、ポインティングベクトルと呼ばれる。

$$P = E \times H$$

このエネルギー移動を表すポインティングベクトル P の働きは、どんな電磁環境にも保持されている万能なものであろうか？例えば、帯電した平板コンデンサの極板間に棒磁石を差し込めば、そこに $E \times H$ はできるが、そのような静電磁界にもエネルギー流動が起きているのであろうか。そんな馬鹿なと思うかもしれないが、もし起きているとすれば、電磁界全体のダイナミクスはどのような描像になるのであろうか。

④ 透明人間：ベクトルポテンシャル

ベクトルポテンシャル A は、磁束密度 B に対して、

$$B = \text{rot}A$$

で与えられる。このように与えることで、式②が自動的に満たされる (ベクトル公式により $\text{div rot} A$ が恒等的に 0 になる)。ある場所にベクトルポテンシャル A があって、それが回転成分 $\text{rot} A$ をもつ時、その回転成分が磁束密度 B なのですよ、と式が教えてくれている。磁界には捻じれの元みたいなものがあるというところらしいが、どうもピンとこない。

電界や磁界と違って、ベクトルポテンシャルを直接に観測する手段がないので、電磁気学では、いるのかいないのかわからない透明人間のような存在である。ポテンシャルには、もう一つ、電位を表すスカラーポテンシャル ϕ もあり、 A と ϕ の二つ合わせて電磁ポテンシャルと呼ばれる。電磁ポテンシャルは、電荷・電流分布から電界・磁界を求めるに際し、両者を取り持つ中間媒体として利用される。マクスウェル自身は彼の方程式群の中に電磁ポテンシャルも組み入れていたが、後にこの式を整理したヘビサイドやヘルツは、これは不要のものとして式の中から消してしまっている (①～④がその消された形)。しかし、量子力学の世界ではベクトルポテンシャルはゲージ場と呼ばれて重要な働きをしている。そのため、電磁気学も、電場や磁場ではなく、電磁ポテンシャルによって表現すべきである、と言う主張もある。やや雑多な感のあるマクスウェルの方程式①～④中の電界と磁界を電磁ポテ

ンシャルを用いて書き直すと、対称性の良い美しい形になるのである。

高校の物理 (あるいは中学校の理科) では、導線に電流が流れるとその周りに磁界の渦ができることを学ぶ (アンペアの法則: ③式を静電磁界に適用した $\text{rot} H = i$)。これだと、原因 (電流) と結果 (磁界) の間がずいぶん飛んでいる印象を受けると思う (風が吹くと桶屋が儲かる的な)。電流の周りの空間にはそれに寄り添うようにベクトルポテンシャルの場ができ、その密度差が空間に捻じれを作って、それが磁界であると知ると少しわかった気になる。

大学学部レベルの電磁気学では、ベクトルポテンシャルはちらっと現れ、それで終わってしまう。次に現れるのは、大学院授業でのアンテナ放射界解析などの道具として、急に高いレベルの話になってしまう。そんなに重要な物理量であるなら、もっとわかりやすい説明がほしいと思うであろう。

⑤ 電磁誘導：磁界が電界を生み出す

1820年、エルステッドは電流のそばの磁針が反応することを知って、電気 (電流) の磁気作用を発見した。その後、多くの研究者によって磁石から電気を生み出す試みがなされたがうまく行かず、ついに、その扉を開けたのはイギリスのファラデー、1831年であった (アメリカのヘンリーも同時期に発見したことが知られている)。磁石のそばでコイルを動かす、あるいは、コイルのそばで磁石を動かすときだけ検流形が振れるのに気付いたのである。ファラデーの発見によるこの現象は電磁誘導と呼ばれる。ループに生じる電圧 (誘導起電力) V とループを貫く磁束 ϕ_m の関係は、以下の式になる。

$$V = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

この式を電界と磁界の微分方程式で表すと、マクスウェルの方程式④になる。

電磁誘導発見者のファラデーは、自らが提唱した磁力線の実在を信じており、起電力は導線が磁力線を切る量に比例すると考えた (導線が磁力線を切った時に出るガリッと音がかかると言えるらしい)。マクスウェルは、彼の理論 (ローレンツ力の考え方) から起電力の説明ができると言う。それでも、②に述べた「見方によって動作が変わる」ことが問題になり、そこは、アンシュタインに助けを求めようしかない。三人の偉人に、それぞれの立場からの詳しい説明を聞いてみたいと思いませんか。

⑥ 変位電流：電界が磁界を生み出す

マクスウェルは、それ以前に発見されていた電磁法則を数式に纏め上げた。それだけでは不十分であることに気づき、独自に考え出した変位電流を式に加えた(式③の右辺第2項)。電磁誘導では、磁界の時間変化が電界の渦を作るというのであるから、同様に、電界の時間変化が磁界の渦を作るだろうとの発想からである。電界(厳密には電束密度 D)の時間変化量の単位は電流密度になるので、これも電流の仲間として変位電流と呼んだ。このようにして見つけた変位電流は、電磁気学構築ジグソーパズルの最後のピースとなった。

電荷の動きによって生じる電流(伝導電流)が磁界を作ることはよく知られている事実であるが、それだけでは不十分で、変位電流も伝導電流と同じ電流の仲間なのだから、磁界生成に寄与しているのですよ(式③)、と学んでいることと思う。一方で、「変位電流は磁界を作らない」と言うことをしっかりと説明する教科書もあり、電磁気学教育の現場に混乱をもたらしているとも聞く。どういうことだろうか。

⑦ アンテナの働き：電波の送受信

マクスウェルの方程式は電磁界解析に万能で、全てはそれに尽きている、と言ってしまえば実も蓋もない。マクスウェルの方程式を電波の世界に活用するのが電波工学であり、それを学ぶ難しさは、皆さんも肌身に試みていることと思う。その最たるものが、アンテナの構造を決めて、そこから放射される電磁界を求めたい、あるいはその逆に、目的とする放射特性をもつアンテナを設計したいと言うような場合であろう。簡易な構成のアンテナ、例えば、微小ダイポールアンテナでは、放射電磁界が解析的に求められるが、それでも結構手強い。複雑な構造のアンテナになれば、コンピュータを用いた数値解析に頼らざるを得ない。

一方、受信電力の算定に、フリスの伝達公式と言う簡易な式が重宝されている。電磁界解析のむずかしさとフリスの伝達公式の便利さの間には、かなりのギャップがある。そこをつなげたいのであるが、その秘密はフリスの伝達公式の中にあるはず。そのからくりを知りたいと思いませんか。

⑧ スーパーゲインを生むアレーアンテナ

ここに無指向性の送信アンテナが二つあったとする。これを横に並べて同相で給電するとアレーアンテナの利得は2倍になる(3dB上がる)。そうなるのはアンテナ間隔が波長に比べて大きいときである。間隔を狭めていって、その幅をほぼ0にすると、一本のア

ンテナの利得(=0dBi)に近づいてくることが知られている。でも、2本のアンテナからは、それぞれ半分の電力を同相で送り出しているのだから、遠方での受信電力は、アンテナ間隔に依存しないのではと思う。それは間違い、とすることを分かりやすく説明するにはどうすれば良いのだろうか。

ところで、給電位相を逆相(位相差 180°)にしたらどうだろう。素子間隔を0にしてゆけば、あらゆる方向で送信電波は打ち消され、利得は落ちるのだろうか? 実はある方向では、同相合成よりも高い利得になるのである。スーパーゲインアンテナとして知られているが、どういうメカニズムになっているのだろうか。

ティータイム



ヘルツによる電波の実証

マクスウェルが打ち立てた電磁気学(1865年)では、電波の存在が予言されていた。しかし、理論が難解で、その真意を掴みにくかったこともあって、ヘルツによる電波の実証(1888年)に至るには、さらに20年以上の歳月を要している。ヘルツは二つの平板を両翼にし(=平板コンデンサを左右に広げたイメージ)、その中央の給電部に誘導コイルが生み出す火花ギャップの雑音を与えて送信アンテナとした。そこから数メートル離れたところに、ギャップを有する導線ループ(円形や矩形)を置き、ギャップに現れる放電の有無で電波の受信を確認した。当時はまだ、光や電波のような横波が空間を伝わるためにはエーテルと呼ばれる奇妙な媒質が充填しているはずと考えられていた時代、ヘルツの実験成功は、エーテルの存在が実証されたと受け止められたようである。

ところで、電波信号検出の最初はヘルツの実験の9年前(1879年)にさかのぼるらしい[2]。イギリスの音楽家D・ヒューズは炭素マイクにのる雑音の研究から電気の世界に入った。炭素棒を使った自作の雑音検出器を用い、その雑音は離れた場所に起きる電気火花が原因と突き止めた。雑音の到来は電波によるものと確信したヒューズは、1880年、物理数学者の大御所ストークス等を自宅に招いて、このデモ実験を行った。ところが、ストークスは「これは電波ではなく磁気誘導現象だ」と言い張り、お披露目が喧嘩に変わってしまった。落胆したヒューズは、もう電波の研究など止めてしまおうと誓ったそうである。そのまま続けていれば電波実証の栄誉は彼のものになったであろうに残念なことであった(この出来事は、ヒューズがヘルツの実験後に公表している)。

電気の発見や発明の歴史にはこのような逸話が多い。クーロンの法則(キャベンディッシュとクーロン)、オームの法則(キャベンディッシュとオーム)、電磁誘導の法則(ヘンリーとファラデー)、無線通信の発明(テスラとマルコーニ)など。

<参考文献>

- [1] 唐沢好男, 謎解き電磁気学, ネット公開私製本, 2023.01, http://www.radio3.ee.ucc.ac.jp/ronbun/TR-YK-075_EM_Wonderland.pdf
 [2] 徳丸仁, 電波技術への招待, ブルーバックス B-350, 講談社, 1978.