

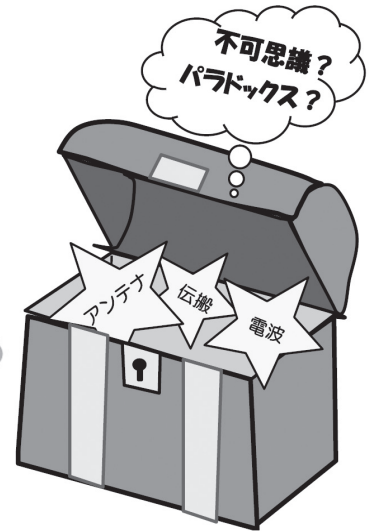
電磁気学の不思議探検

第3講

静電磁界に吹くエネルギーの風

電気通信大学名誉教授
唐沢 好男

本シリーズでは、電波技術の基礎「電磁気学」の世界に足を踏み入れ、そこにある不思議を探検している。本講では、自由空間に充満する電磁エネルギーの動く姿に迫ってみたい。よく知られているように、電波は光速でエネルギーを運んでくれる。では、静電磁界を含んだ任意の空間におけるエネルギーの動きはどうなっているのだろう。実は、この問題は実験的検証が難しく、理論をベースとした多くの推論はあるものの、いまだに謎を孕んでいる。以下、筆者が思い描く姿を述べるので、それも一つ見方と思って楽しんでほしい。



電界と磁界と電磁エネルギー

今日、電気エネルギーの恩恵を感じない人はいないであろう。そのエネルギーの源は電界と磁界の中にある。それぞれ空間にエネルギーを蓄えている。しかし、電界や磁界単独ではそれを運ぶことはできず、動かすためには、電界と磁界が力を合わせないといけないのである。本講では、静電磁界の中にあるエネルギーに着目し、その不思議な動きを見据えることによって、電磁界全体の姿を浮かび上がらせてみたい。

電界も磁界も大きさや向きをもつベクトル量で、電界を E [単位: V (ボルト) / m (メートル)]、磁界を H [A (アンペア) / m] で表す。電界は電荷（電子に代表される荷電粒子）によって、磁界は磁石や電流によって生まれる。電磁エネルギー密度 u_{EM} [J (ジュール) / m³] は、電気エネルギー密度 u_E と磁気エネルギー密度 u_M の和となり、真空中（誘電率 ϵ_0 、透磁率 μ_0 ）では次式になる。

$$u_{EM} = u_E + u_M = \frac{1}{2}(\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2) \quad (1)$$

ポインティングベクトルとエネルギー伝送

電界と磁界が力を合わせてエネルギーを伝送する様子を見てみよう。まずは空間を飛ぶ電波。マクスウェルの方程式を解いて、自由空間での電波の伝搬を求めると図1に示す姿が得られる。電界と磁界の向きは直交し、この成分を E_x 、 H_y とすると、電波の進行方向は、さらにこれと直交する z 軸方向になり、光の速度 c で

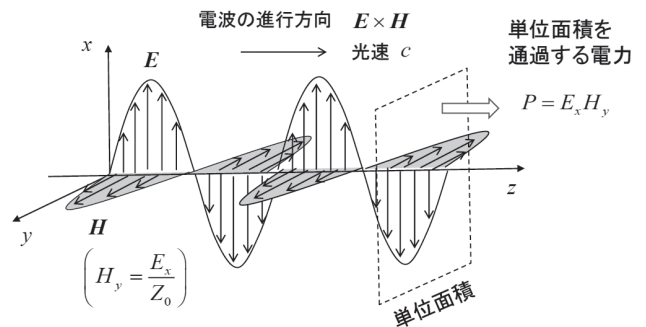


図1 電磁波によるエネルギーの伝送

伝搬する。同時に単位面積当たり $E_x H_y$ [W (ワット) / m²] の電力 (= 1秒当たりのエネルギー) も、光速で運んでいる。エネルギーの移動する方向を含めてこの電力をベクトル P で表すと、

$$P = E \times H \quad (P (=|P|) = E_x H_y) \quad (2)$$

となり、提唱者 J. H. Poynting に因みポインティングベクトルと呼ばれる（演算記号 $\times$ はベクトルの外積）。

時間的に変化しない静電磁界ではどうであろうか。図2の平行平板伝送路で表される直流電力伝送回路を見てみよう。平板の幅 l は間隔 d に比べて十分大きく、かつ、線路の長さは線路幅 l に比べて十分長いとする。この平板伝送路に直流電圧 V を加え、終端に負荷として抵抗 R を結ぶと、電流 $I = V/R$ が平板上を図の向きに流れる。このとき平板間には、電圧 V によって電界 E_x が、電流によって磁界 H_y が生まれ、 $E_x = V/d$ 、 $H_y = I/l$ である。

$P=E_xH_y$ のポインティング電力に、伝送路の断面積 $S (=dl)$ を掛けると $PS=VI$ (= 電池から供給される電力) となり、エネルギーは平板間の空間を電界と磁界が力を合わせて運んでいると解釈できる。静電磁界の場合でもこの伝送路においては、電磁波と同様、ポインティングベクトル $E \times H$ がエネルギー伝送を表しているのである。

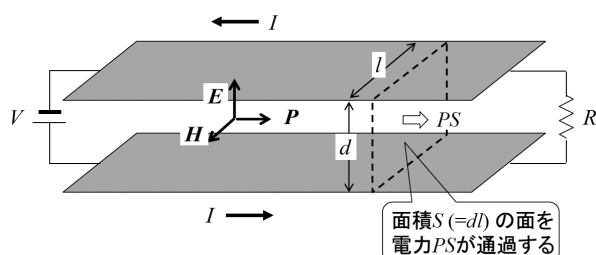


図2 平行平板完全導体伝送線路による直流電力伝送と平板間に存在する静電磁界

電磁気学のパラドックス

前項でポインティングベクトル $E \times H$ がエネルギーの流れを表すと述べたが、電界と磁界があるところのどんな場合にも言えるのだろうか。図3を見てほしい。帯電した平板コンデンサの中に棒磁石が置かれ、極板間にはそれぞれによって静電界 E と静磁界 H が作られている。このように、独立に作られた静電界 E と静磁界 H が存在する空間において、ベクトル $E \times H$ により図に示す向きにエネルギーの流れができていくのだろうか。静電磁界は時間的に変化するものが何もないから“静”と呼ばれている。「そんなところにエネルギーの風が吹いているわけがない」と思うだろう。

筆者が研究者としてまだ駆け出しのころの1984年、電子通信学会（電子情報通信学会の前身）の会誌6月号に「電磁波工学におけるパラドックス～その思い違いを探る～」と題する解説記事が安達三郎先生により

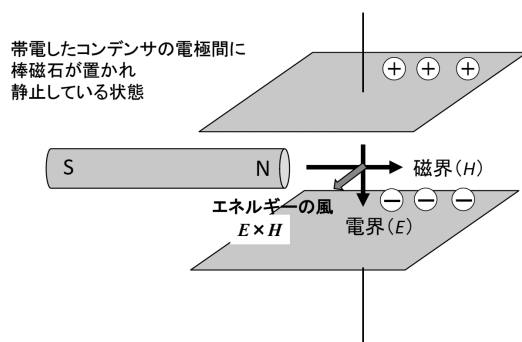


図3 静電磁界中のポインティングベクトル $E \times H$ はエネルギーの流れを表しているか？

まとめられている [1]。その中では、6つの項目が質問の形で提起され、それぞれについて解答が述べられているが、そのひとつに「静電界の中の磁石はポインティング電力を発生するか」がある。これはまさに、図3と同じ範疇の問いである。

問いは以下である。「図4に示すように正電荷を帯びた磁石が有るとすると、電荷による電界と磁石による磁界によって作られるポインティングベクトルが図に示すようになり、磁石の周りをエネルギーが循環することになる。本当か?」。この問題を最初に提起したのはヘルツ (1890) と言われている。[1] では、「この問題に解答を与えるのは簡単ではないように思う」で始まり、発生する・しない両面からの考えがまとめられている。(問題提起は後藤尚久先生、解答担当は徳丸仁先生)

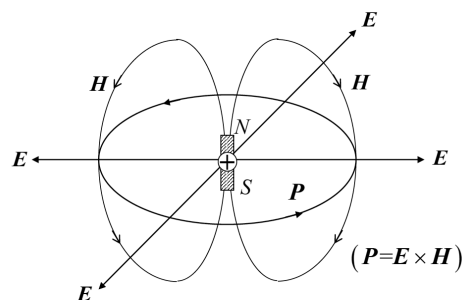


図4 静電界と磁石によるポインティング電力の還流

図3や図4を含む静電磁界全体についての答えは、組み合わせ的に

- ①エネルギーの流れを生む
- ②エネルギーの流れはできない
- ③できる場合とできない場合がある

である。②は直流伝送線路 (図2) で存在が示されているので×である。③の場合であれば、できる・できないの違いは、何の差でそうなるかが知りたいところになる。電磁気学の教科書でも、①と読めるもの、③と読めるものの両方がある (詳しくは [2] を見てほしい)。ファインマンの物理学 [3] では、図4の問題そのものに言及がある。そこでは、「これ (= エネルギーの還流があるということ) はばかげた話である」で始まっているが、普通の直感は正しくない (= 還流を認める) という論調であり、①に軍配を上げている。

筆者にはこれらの議論に深入りできるほどの力量は無いが、この後述べる直感的な推論から、答えは①であろうとの確信のもと [2]、この講を進めている。ただ、どんな理屈で攻めたとしても、エネルギーと言う漠としたものを、しかも極めて微弱なものの動きを観

測する手段が無いため、推論の域を出ないと言うのが現状である。残念ながら、電波による電力伝送の重要性に比べれば、静電磁界でのエネルギーの流動問題は、それが解明されたとしても何かに役立つところが見えず、関心が低いのも事実である。でも、本講では、ここに拘り、何か面白いものが見えてくるかもしれないと言う期待をもって進んでみたい。



考えるための前提条件

ファラデーは、摩擦電気・ボルタ電池・電磁誘導起電力・電気魚（エイ、うなぎなど）といった種々の電源から得た電気の性質（磁気作用、熱作用、電気分解、火花放電など）を調べた結果「電源によらず、電気の性質はすべて同じである」という結論に達したそうである（1833年、[4]）。この延長線上に立ち、次の基本的な考え方（前提条件）を採用してみよう。

- ① 電磁界のふるまい（電磁現象）は電界と磁界によってのみ決まる
- ② 電界と磁界がそれぞれどのような仕組みで生成されたかということ（原因）によらない
(要は、電界や磁界には生成原因が識別できる色がついていない。電界は電界、磁界は磁界、それ以上に違うところは何も無い。)

電界と磁界で表されているマクスウェルの方程式に、電界や磁界の違いについての使い分けは無いのであるから、この前提条件は合理的であろう。



静電磁界におけるエネルギー流動のメカニズム

図2の導体平板間の空間に着目してみよう。先の前提条件①、②に立てば、ここに起きている電磁現象を汎用的な性質として良いと言う論理が貫ける。ここでは静電磁界に限定してはいるものの、そのときの $E \times H$ は、環境がどのようなものでも同じ性質を示すはずという主張である。

平板間の空間の一部を切り出し、その中の静電界と静磁界が直交して存在する環境を考える。この微小空間を図5に示すような単位立方体空間とみなすとき、その中には(1)式で与えられる電磁エネルギー u_{EM} がある。この xy 面左側から単位面積当たり電力 P_{EM} ($=E_x H_y$) が流れこみ、右側面から同量が流れ出ている。言うことは、エネルギーが z 軸の正方向に流れているということになる。その速度を v_{EM} とすると、 $P_{EM} = u_{EM} v_{EM}$ なので、

$$v_{EM} = \frac{P_{EM}}{u_{EM}} = \frac{2c}{\frac{Z}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z}} \quad (3)$$

$$Z \equiv \frac{E_x}{H_y}, Z_0 \equiv \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} (\approx 377\Omega), c: \text{光速}$$

になる（と思ってほしい）。ここで、 Z は電界と磁界の大きさの比（単位は Ω ）、 Z_0 は自由空間の固有インピーダンスと呼ばれ約 377Ω の抵抗値になる。この式より、エネルギーの流動速度は常に光速以下であり、光速になるのは $Z=Z_0$ のときである。上記前提条件を受け入れるならば、静電磁界でもエネルギー流動はある（図4の棒磁石の周りにはエネルギーの還流ができている）、ということになる。静かなところにもエネルギーの風が吹いているのである。では、(3)式の意味が意味するところは何であろうか。

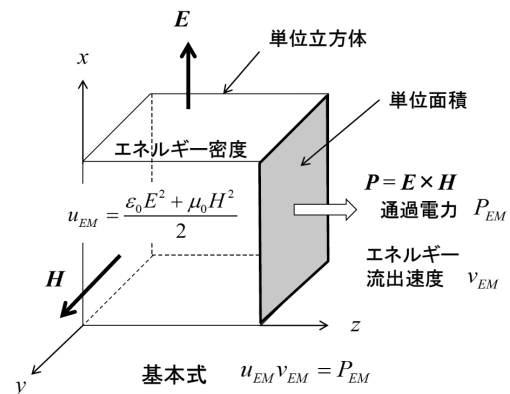


図5 静電磁界におけるエネルギー流動

式(3)の意味を考えるため、唐突であるが、以下のような仮説を立ててみる。番号は先の①、②に続けて、
③ 電界と磁界が直交し、その大きさの比率の絶対値 $|Z|$ が Z_0 であるものを基本成分とする。基本成分は2種類あり、 $Z=Z_0$ では、エネルギーは x 軸正方向に光速で動く。もう一つの基本成分は $Z=-Z_0$ で、エネルギーの移動方向は反対になる。ここでは、便宜上、前者を正の基本成分、後者を負の基本成分と呼ぶ。

④ 任意の直交電磁界は2つの基本成分（＝正負の基本成分）に分解でき、エネルギーの動きは、逆方向に光速で動く二つの成分の合成である。

図6は直交静電磁界を正負の二つの基本成分（添字1, 2を付している）に分けたものである。

二つの基本成分 E_1, H_1 と E_2, H_2 は一意に定められる。両成分のエネルギー u_{EM1}, u_{EM2} を求めて足し合わせると u_{EM} となり、つじつまは合っている。ま

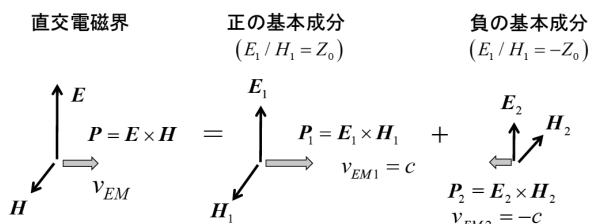


図6 直交静電磁界の二つの基本成分への分解

た、正負反対方向に光速で走る2つのエネルギー ($u_{EM,1}$, $u_{EM,2}$) の加重平均をとって合成速度を求めると、

$$\text{合成速度} = \frac{u_{EM,1} - u_{EM,2}}{u_{EM,1} + u_{EM,2}} c = \frac{2}{\frac{Z}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z}} c = v_{EM} \quad (4)$$

となり、(3)式の意味が説明できる。

ところで、電界や磁界に変化のない静まりかえった電磁環境においてなぜ光速という動きが隠れているのだろう。詳細な議論はここではできないが、磁界は電流 (= 電荷の動き) によって生まれているわけであり、静電磁界といえども、あらゆるものが絶対静止と言う世界ではないのである。

以上により、電界と磁界が直交する場合、上に挙げた仮説③、④に不合理なことは見つからず、受け入れを拒む理由はない。

ここでは、電界と磁界が直交する場合について説明した。直交しないときは、正負の基本成分では表せない成分が必ず残り、それは、電界のみ、または磁界のみになる。そこで、エネルギーの移動に関して、③、④の仮定に以下を加える。

⑤ 電界のみ、または磁界のみの環境ではエネルギーは静止している。

③～⑤の仮定によって、電界と磁界が任意の方向を向く場合についても、つじつまの合う説明ができるのである (詳細は [2])。

電磁場の姿

ここまで、静電磁界の性質として話を進めてきたが、電磁界の性質は、電界と磁界によって一意に決まると言う大前提 (①と②) に立てば、ポインティングベクトル $E \times H$ は、上記の③～⑤の性質から、時間変動のある動電磁界に対しても、その時間の瞬間瞬間において同様に適用できると期待できる。図1に示した平面波の伝搬の場合、電界と磁界が直交し、その比 E_x/H_y は自由空間の固有インピーダンス Z_0 である。故に、このモー

ドは正の基本モードのみであり、 $E \times H$ 方向に光速で伝搬することになる。それ以外にも、例えば、導波管の場合、エネルギーの移動速度は群速度になり、従来理論と辻褃が合う説明ができる [2]。静電磁界でのエネルギー流動の性質がそのまま動電磁界を含めた電磁界全体を支配しているのである。

電荷と電流を源とする電界と磁界はマクスウェルの方程式を解くことによって定められる。その電界と磁界が織り成すエネルギー流動や運動量については陽に見えてこないところがあって、この部分に謎を残している。図7は本講で述べた電磁界のポインティングベクトルとエネルギー流動に関する推論の結果をまとめている。この図は、3次元空間 ($\mathbf{r}$) と時間 (t) で定められる4次元時空間 ($\mathbf{r}, t$) に横たわる動電磁界 $E(\mathbf{r}, t)$, $H(\mathbf{r}, t)$ と、その微小領域である時空間の一点 ($\mathbf{r}_0, t_0$) での電磁界の関係を示している。この微小領域の電磁界は静電磁界を成すものである。静的な界といえば、すべてが凍り付いて時間的な動きがまったく無い世界と捉えたい。しかし、ここでの推論から、電磁界の全体を矛盾無く捉えるためには、その静的な界、すなわち、静電磁界の中に、エネルギーの光速移動が埋め込まれていて、それが、4次元時空間全体に敷き詰められ動的世界を形作っていると言う姿が見えてくるのである。冒頭にも書いたように、この描像はあくまで筆者の仮説に基づく推論 (想像) であり、一つの見方と捉えていただければ幸いである。

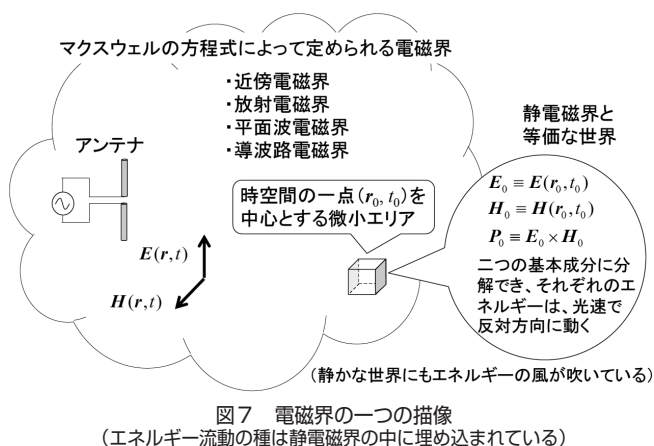


図7 電磁界の一つの描像
(エネルギー流動の種は静電磁界の中に埋め込まれている)

<参考文献>

- [1] 安達三郎, “電磁波工学におけるパラドックス: その思い違いを探る,” 信学誌, vol. 67, no. 6, pp. 657-662, 1984.
- [2] 唐沢好男, “電波の不思議探検: 静電磁界におけるエネルギー流動の一描像,” 信学会通ソ・マガジン B-plus, No. 69, pp. 71-79, 2024.
https://www.jstage.jst.go.jp/article/bplus/18/1/18_71/_pdf
- [3] R.P. ファインマン, R.B. レイトン, M.L. サンズ: (戸田盛和 訳), ファインマン物理学 IV: 電磁波と物性 (増補版), 岩波書店, 2002.
- [4] 小山慶太, 科学史年表, 中公新書, 2003.