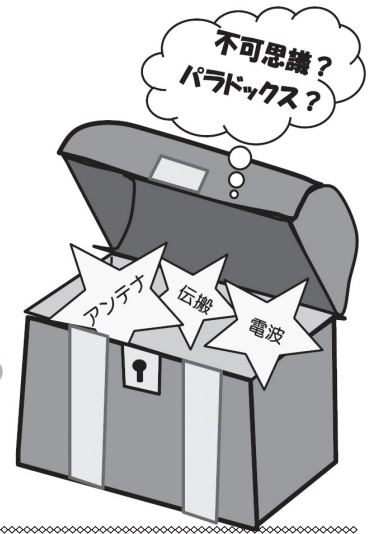


# 電磁気学の不思議探検

## 第8講 (最終講) スーパーゲインアンテナのからくり

電気通信大学名誉教授  
唐沢 好男

本シリーズの最終講、複数の素子アンテナで構成されるアレーアンテナを取り上げ、そのアンテナ利得を議論する。アレーアンテナの利得はアンテナ素子の利得と共にアレー素子配置に依存する。素子アンテナの間隔を狭めてゆくと、アンテナ同士の結合（カップリング）によって、一般的には利得が低下する。しかし、配置によっては、むしろ、利得が上がってスーパーゲインアンテナを実現することもできる。ここにも、電磁気学の謎が隠れている。



### アレーアンテナの利得は素子間隔に依存する?

無指向性アンテナと呼ばれる周囲一様に電波を放射する架空のアンテナがある。利得は全方向に対して1（デシベルで0dBi）。これを二つ横に並べてアレーアンテナにし、それぞれのアンテナに半分ずつの電力を同位相で供給する（図1）。このアレーアンテナの正面方向（ $\theta = 0$  方向）の利得を考えてみたい。それぞれのアンテナへの入力電圧は $1/\sqrt{2}$  倍になるが、遠方では二つの電波が同相で合成され、受信電圧が $2 \times (1/\sqrt{2}) = \sqrt{2}$  倍となるので、アレーアンテナの利得  $G$  は2（=電力で2倍 = 3dBi）と算定できる。

ただし、この算定が通用するのは素子間隔  $d$  が波長  $\lambda$  に比べて十分大きいときである。間隔を狭めてゆくとアンテナ単体の利得1（=0dBi）に近づいてくることが知られている。でも、2本のアンテナはそれぞれ半分の電力を同相で送り出しているのだから、遠方での受信電力はアンテナ間隔に依存しないのではと思う。でも、もしそうならば  $d \rightarrow 0$  で全方向に対して

$G \rightarrow 2$  となり、エネルギー保存則が破綻してしまうから、そうならないことは確か。アンテナ同士の相互結合（カップリング）があると言うことになるだろうが、実体のない無指向性アンテナにどのような作用が働いていると言うのだろうか。

もう一つ。給電位相を逆相（位相差  $180^\circ$ ）にしたらどうだろう。素子間隔を0に近づけてゆけば、二つの素子からの電波はどの方向に対しても打ち消されてしまい、アンテナとして使い物にならないと思うだろう。実はある方向では、同相合成よりも高い利得になるのである。スーパーゲインアンテナ（超利得アンテナ）として知られているが、どういうメカニズムになっているのだろうか。

### アンテナの利得

十分遠方（ $\theta, \phi$ ）方向に対する送信アンテナの利得  $G$  は距離  $r$  に依存しなくなり、次式で与えられる（記号  $\langle \rangle$  は半径  $r$  の球面上での平均操作）。

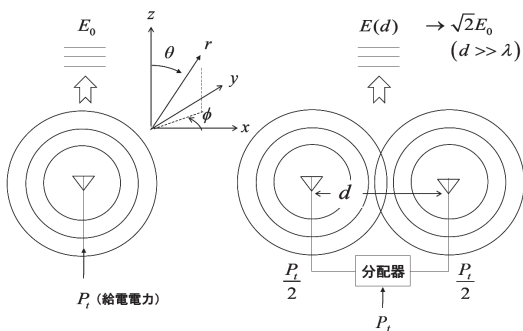


図1 無指向性アンテナを素子（左）とする2素子アレー（右）

$$G(\theta, \phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{(\theta, \phi) \text{ 方向の電力密度}}{\text{全方向の平均電力密度}}$$

$$= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{|E(r, \theta, \phi)|^2}{\langle |E(r, \theta, \phi)|^2 \rangle} \quad (1)$$

無指向性アンテナの利得1を基準に、目的方向（ $\theta, \phi$ ）に  $G$  倍の強さで放出されるという意味である。なお、(1)式で与えられる利得は指向性利得で、一般に記号  $D$

が用いられる。これに対してアンテナ利得  $G$  は、放射効率  $\eta (\leq 1)$  を用いて  $G = \eta D$  で与えられるが、本講では  $\eta = 1$  とし、 $G$  を用いる。

図1に示した2素子無指向性アンテナアレーで、アンテナを近づけても、それぞれのアンテナの放射パターンが、お互いの影響を受けず、変わらない (= 電波が球面状に広がってゆく) としよう。そうすると、このアレーアンテナによる遠方での電界強度は次式で表される。

$$E(\theta, \phi) \propto \cos\left(\frac{1}{2}kd \sin\theta \cos\phi\right) \quad (k = 2\pi/\lambda)$$

この電界強度を(1)式の利得計算式に入れると、正面方向 ( $\theta = 0$ ) の利得は次式になる (と思してほしい)。

$$G(\theta = 0) = \frac{2}{1 + \frac{\sin(kd)}{kd}} \quad (2)$$

この計算結果を図2に示す。同図には、カップリングがない場合の  $G=2$  も点線で示している。式(2)によって求められる利得は、 $d \gg \lambda$  で  $G \rightarrow 2$ 、 $d \rightarrow 0$  で  $G \rightarrow 1$  となり、上述したエネルギー保存則の破綻は解消され、一見合理的ではある。では、この算定は正しいのだろうか？カップリングがあると言いながら、パターン計算にはカップリングを考慮しないパターンを用いているが、それは問題ないのだろうか。

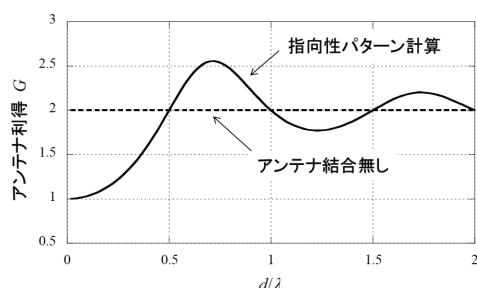


図2 無指向性アンテナの2素子同相合成アレーの利得 (縦軸のアンテナ利得はdB値で無く真値)

## 半波長ダイポールアンテナで調べてみよう

無指向性アンテナは実体がない架空のアンテナなので定量的な議論ができない。そこで、動作が理論的に解明されている半波長ダイポールアンテナの2素子アレーを分析してみたい。

### ◆アンテナの相互インピーダンス

半波長ダイポールアンテナの基本特性のうち、結合

問題の主演はアンテナの入力インピーダンスである。アンテナ単体のインピーダンス(自己インピーダンス)  $Z_{11}$  は、

$$Z_{11} (= R_{11} + jX_{11}) = 73.13 + j42.55 \quad [\Omega]$$

である。アンテナに供給される電圧が  $V_1$  のとき、流れ込む電流  $I_1$  は  $V_1/Z_{11}$  になる。

さらに、2本の半波長ダイポールアンテナ(素子1,2)では、素子間結合の影響を受け、それぞれのアンテナの入力電圧・電流(素子1にかける電圧を  $V_1$ 、電流を  $I_1$ 、素子2も同様に  $V_2, I_2$ ) の関係は次式に変わる。

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$Z_{12}, Z_{21}$  はアンテナの結合によって生まれる相互インピーダンスで、この場合は、 $Z_{21} = Z_{12}$  である。間隔  $d$  で横に並んで置かれたとき、アンテナ相互インピーダンス ( $Z_{12} = R_{12} + jX_{12}$ ) は間隔  $d$  に依存し、計算結果は図3のようになる。 $d=0$  における相互インピーダンスは自己インピーダンスと等しくなる。

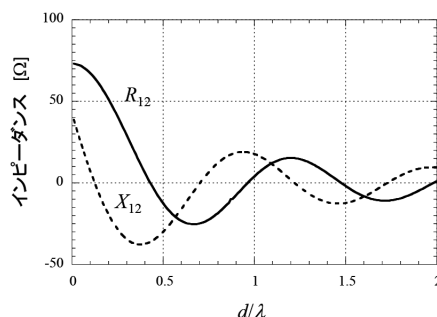


図3 半波長ダイポールアンテナ間の相互インピーダンス

### ◆同相給電ブロードサイドアレー

半波長ダイポールアンテナの相互インピーダンス特性を使って、間隔  $d$  が0に近づく場合の利得変化を調べてみよう。図4(a)に示すように、ダイポールを  $z$  軸方向に、配置を  $x$  軸上に間隔  $d$  開けて置き、給電位相は同相とする。このとき、 $y$  軸方向 ( $\theta = \phi = \pi/2$ ; ブロードサイドアレーと呼ばれる) の利得を考える。

間隔  $d$  が狭くなると相互インピーダンスの影響が現れるが、放射電力を議論したいため、インピーダンスのうち、放射に寄与する実数分(抵抗分)に着目する。二つのアンテナは同じ特性なので、 $R_{21} = R_{12}$ 、 $R_{22} = R_{11}$  であり、 $V_1 = V_2$ 、 $I_1 = I_2$  である。ゆえに、アンテナ1の入力関係は、

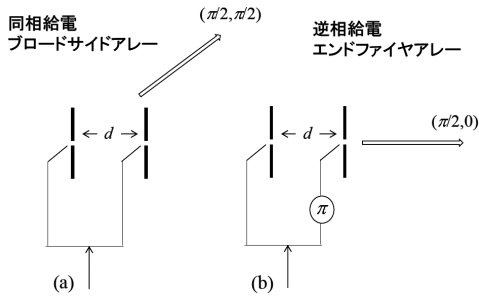


図4 半波長ダイポールアンテナの2素子アレー (ブロードサイドアレーとエンドファイヤアレー)

$$V_1 = (R_{11} + R_{12}(d))I_1 \rightarrow R_1 = \frac{V_1}{I_1} = R_{11} + R_{12}(d)$$

となり、カップリング時の入力抵抗  $R_1$  は  $R_{11}$  と  $R_{12}$  の和となる。また、アンテナ2の  $R_2$  に対しても  $R_2=R_1$  である。これより、

$$R_1, R_2 \rightarrow 2R_{11} \text{ for } d \rightarrow 0, \quad R_1, R_2 \rightarrow R_{11} \text{ for } d \rightarrow \infty$$

となり、間隔  $d$  が0に近づくと  $R_{12}$  は  $R_{11}$  に近づくと、抵抗分  $R_1, R_2$  は  $R_{11}$  の2倍に漸近する。素子毎の送信電力は一定のため、 $I_0^2$  は抵抗値に反比例して半分の値になる。その結果、結合が無い十分な大きな間隔のときに比べて受信点周囲の電力密度は  $R_{11}/R_1$  の比率で変化し、 $d$  が0付近では半分になる。ゆえに、同相給電ブロードサイドアレーの正面方向利得は、アンテナ抵抗を用いて次式で算定できる。

$$G = 2 \frac{R_{11}}{R_{11} + R_{12}(d)} G_{HDP} \quad (3)$$

ここで、 $G_{HDP}$  は半波長ダイポールアンテナの正面方向利得（最大利得）で、1.64 (=2.15dBi) である。この方法によって求めた利得を図5に実線で示す。

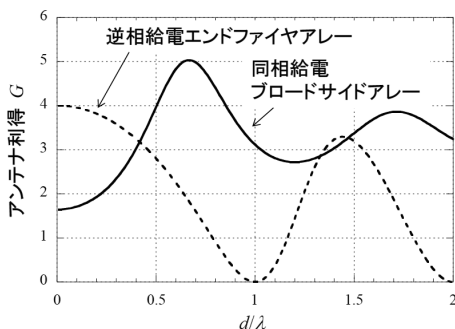


図5 2素子半波長ダイポールアレー利得の素子間隔依存性 (後述する逆相給電エンドファイヤアレーの利得も点線で示している)

これによって、無指向性アンテナアレーで述べた不思議は、以下のようにまとめることができる。

- 1 アンテナ間隔を近づけると、素子アンテナ同士が相互結合し、アンテナの入力インピーダンスが大きくなる。 $(d \rightarrow 0$ で、インピーダンスの抵抗分は2倍に近づく)
- 2 アンテナへの供給電力を一定とし、そのすべてが放射されるとすると、アンテナに流れる電流は、インピーダンスの増加に応じて弱くなる。 $(d \rightarrow 0$ で、電流の大きさは $1/\sqrt{2}$ 倍に近づく)
- 3 受信点での電界強度は、アンテナに流れる電流の大きさに比例する。 $(d \rightarrow 0$ で、電界強度は $1/\sqrt{2}$ 倍に近づく)
- 4 ゆえに、結合が無いときのアンテナ利得が  $2D_{HDP}$  であるのに対して、間隔  $d$  を0に近づけてゆくと電界強度の二乗に比例して低下し、 $d=0$  付近においては、素子単体の利得である  $D_{HDP}$  に漸近する

この結果は、素子アンテナパターンは変化しないと言う仮定で求められる利得計算式の結果と完全に一致する。これは、カップリングにより電流の大きさは変化するが、電流分布の形は変わらず、故に、素子パターンには違いが現れないためである。無指向性アンテナは架空のアンテナなので、入力抵抗を具体的に定めることはできないが、結合によって  $d \rightarrow 0$  では値が2倍になると言う性質は共通であると理解すればよいであろう。

### 逆相給電エンドファイヤアレー

2素子アレーにおいて、素子間隔変化に対する利得変化のメカニズムは上述の例で十分であろう。ここでは、結果が面白いと言う意味で、この例を加える。図4(b)で素子2を逆相給電（位相差  $\pi$  (=180°)）とし、利得を見る方向をアレーのライン方向（ $x$  軸方向；エンドファイヤアレー）とする。逆相にしてアンテナを近づければあらゆる方向の電波は打ち消されてしまい、アンテナとして機能しなくなると思うであろう。そうはならない、と言う話である。

この場合は電流が  $I_2 = -I_1$  であるので、入力抵抗  $R_1$  と  $R_2$  は共に  $R_{11} - R_{12}(d)$  であり、 $d \rightarrow 0$  で  $R_1 \rightarrow 0$  になる。角度  $\theta = \pi/2$ ,  $\phi = 0$  方向の利得は次式になる（と思ってほしい）。

$$G = 2 \frac{R_{11}}{R_{11} - R_{12}(d)} \sin^2\left(\frac{kd}{2}\right) G_{HDP} \quad (4)$$

逆相給電エンドファイアレーの利得の計算値を図5に点線で示す。興味深いのは $d \rightarrow 0$ での利得の増加である。素子間隔 $d/\lambda = 0.5$ では、受信点で見て同相になるので高い利得になることは理解できるが、そこから距離を狭めてゆくと逆相合成に近づき、利得は下がるはずと思うであろう。でも、結果はそうはならない。なぜだろうか？

$d=0$ 付近では、当該方向に対しては電界が打ち消されて利得が下がる要因になるのは事実である。しかし、一方で、インピーダンスが0に近づき、電流値を大きくする動作になっていて、これは受信点の電界強度を上げる働きをする。後者がより強く働き $d=0$ 付近に高い利得を得ているのである。 $x$ 軸方向から見れば、完全な逆相にはなっていないので、打消しの度合いは他の方向よりは弱く、かつ、給電回路のインピーダンスを整合させて全電力を空間に送り出しているのだから、この方向に高い利得を得ているわけである。

## 👉 スーパーゲインアンテナ

図5の点線で示したように、半波長ダイポールアンテナのエンドファイアレーでは、素子間隔を狭め、かつ、給電位相を逆相にすることによって大きな利得向上が得られた。2素子( $N=2$ )の場合の素子毎のウェイトは素子1,2に対して(1,-1)であった。多素子の場合はどうであろうか。理論解析の結果は以下のウェイトを示している[1]。3素子( $N=3$ )では、 $N=2$ の逆相給電アレーを2組用意し、一方を(1,-1)、他方を(-1,1)にし、図6の様にずらして重ねて3素子にする。この時ウェイトは(1,-2,1)となる。 $N=4$ も2組の3素子アンテナを図のように重ねると、ウェイトは(1,-3,3,-1)となる。この数値の並びは多項式 $(x-y)^{N-1}$ の係数に現れるパスカルの3角形である。素子間隔が小さいのでアレーアンテナ全体のサイズの増加を抑えながら利得だけを大きくしてゆくことができる。この例のように、通常のアンテナに比べてサイズ(=アンテナを展開するエリア)が小さいアンテナはスーパーゲインアンテナ(超利得アンテナ)と呼ばれる。

図7は $N=2$ と4について、 $d=0.2\lambda$ で最大利得となるよう最適化ウェイト(間隔を $0.2\lambda$ にしているので、パスカル3角形係数とは少し異なっている)を用いたアレーアンテナの放射パターンである[1]。このアンテナの利得は $N=2$ で7.0dBi、 $N=4$ で12.3dBiとなり、シャープなビームが実現できている。

スーパーゲインアンテナは小型高利得アンテナなので良いこと尽くめに聞こえるかもしれないが、動作帯

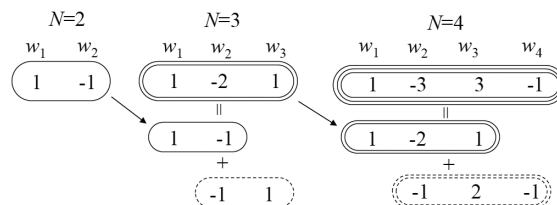


図6 エンドファイアレーの $d \rightarrow 0$ における最適ウェイトの仕組み(近似的な意味での)

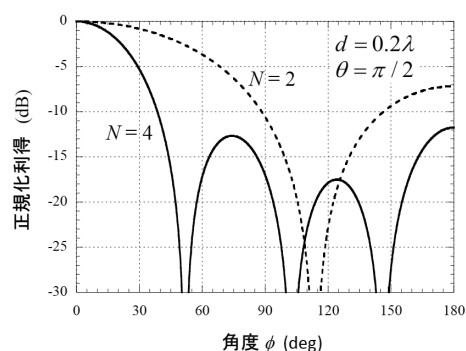


図7 半波長ダイポールエンドファイアレー( $N=2, 4; d/\lambda=0.2$ )における最大利得給電のアンテナパターン( $\theta = \pi/2$ 面、利得(dB値)は $\phi=0$ で正規化)

域幅が狭くなり、かつ、入力インピーダンスが低くなると給電整合回路の設計が難しくなり、実利用へのハードルは高いと思ってほしい。

## 👉 シリーズの終わりに

奥が深く難しいことで定評の電磁気学、自分の学生時代を振り返り、そして、晩年、担当した授業での学生の反応を見るにつけ、苦手意識をもつばかりと言う印象。そこで、我が人生最後のここの一番、好奇心を呼び起こす不思議探検と気負って見たが、案内役の力不足故、空回り感はぬぐえない。それでも、どこかに「えっ本当？」と思う部分を見つけて楽しんでいただけたら本望である。本シリーズ全8回の記事は、筆者のネット公開私製本「謎解き電磁気学」[2]の付録に載せている。マニアックな世界へ、長らくお付き合いいただき、ありがとうございました。

### <参考文献>

- [1] Y. Karasawa, "Maximum gain of array antenna with closely-placed dipole elements," IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters (AWPL), vol. 21, no. 8, pp. 1674-1677, 2022.
- [2] 唐沢好男, 謎解き電磁気学, ネット公開私製本, 2023.  
http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR-YK-075\_EM\_Wonderland.pdf