

電波信号とヒルベルト変換

～無線技術者視点からの～

唐沢 好男

研究会技報「はじめに」より

アンテナから放射され空間を伝搬する電波信号は、物理信号であり実数で表される。一方、電波信号に乗っているベースバンド信号はIQ平面状で表される複素数信号である。また、回路解析の便宜上、空間を伝搬する実数信号（電波信号）そのものを複素数の形で表すことが行われ、解析信号と呼ばれる。このように、通信に用いられる信号はその目的により複素数で表されたり実数で表されたりする。この実数信号表現と複素数信号表現との橋渡しをするのがヒルベルト変換である。

ヒルベルト変換は通信・音響・レーダ・制御など様々な信号生成や信号処理の分野に現れてくるが、利用分野の広さゆえ、入り方を間違えるとその理解が回り道になってしまう恐れがある。そこで、本稿では、無線分野の応用に焦点を当て、若い人向けのチュートリアルなまとめを行う。ヒルベルト変換を知らなくても無線システムの設計に困ったことは起きないかもしれないが、通信信号の仕組みの理解に役立つものと信じる。

ヒルベルト変換を

- 1) 知らない、必要になったことがない
- 2) 凡そは知っているが、ピンとこないところがある
- 3) よく知っている。フィルタ設計もできる

ヒルベルト変換は信号表現の理解を深める上で、AP分野においても非常に重要である

発表の内容

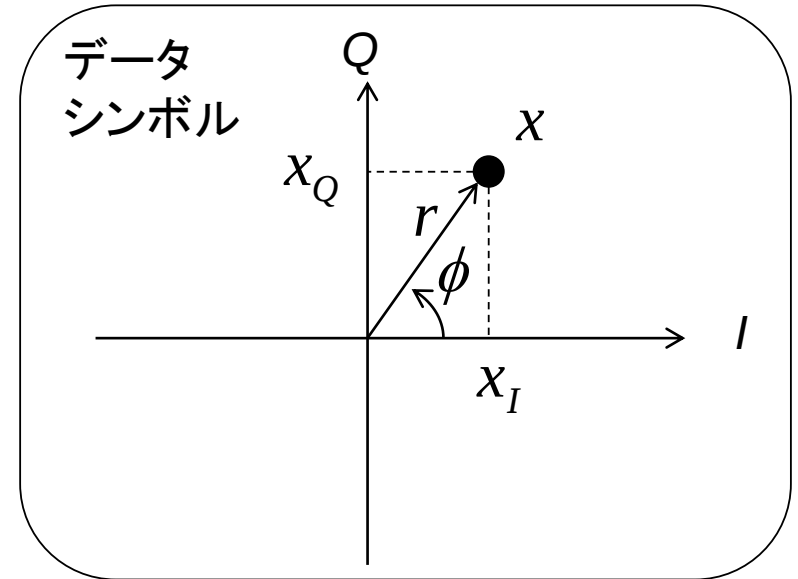
1. こんなところにヒルベルト変換が
2. ヒルベルト変換とは？
3. 応用例
4. ヒルベルト変換器の設計

こんなところにヒルベルト変換: その1 解析信号

<ベースバンド信号と電波信号>

電波信号

(帯域通過信号、変調信号)



$$s(t) = \boxed{r(t)} \cos\{2\pi f_c t + \boxed{\phi(t)}\}$$

$$= \boxed{r(t) \cos \phi(t)} \cos(2\pi f_c t)$$

直交する
搬送波

$$\boxed{-r(t) \sin \phi(t)} \sin(2\pi f_c t)$$

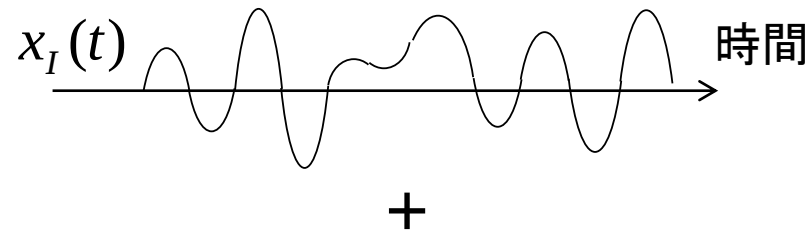
ベースバンド信号

$$x(t) = \boxed{r(t)} \exp\{j \boxed{\phi(t)}\} = \boxed{x_I(t)} + j \boxed{x_Q(t)}$$

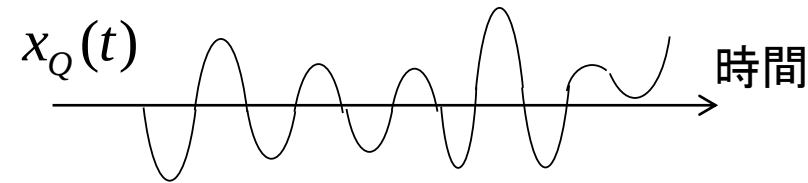
こんなところにヒルベルト変換: その1 解析信号

ベースバンド信号(複素数信号)

$$x(t) = x_I(t) + jx_Q(t)$$

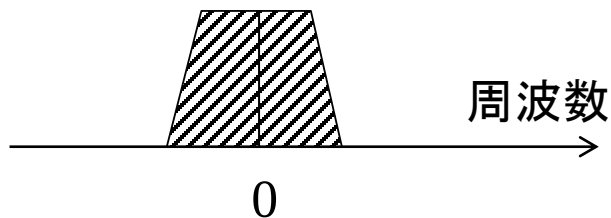


+

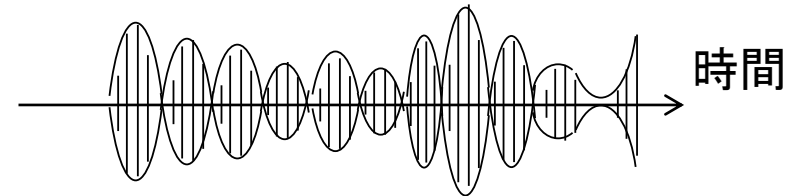
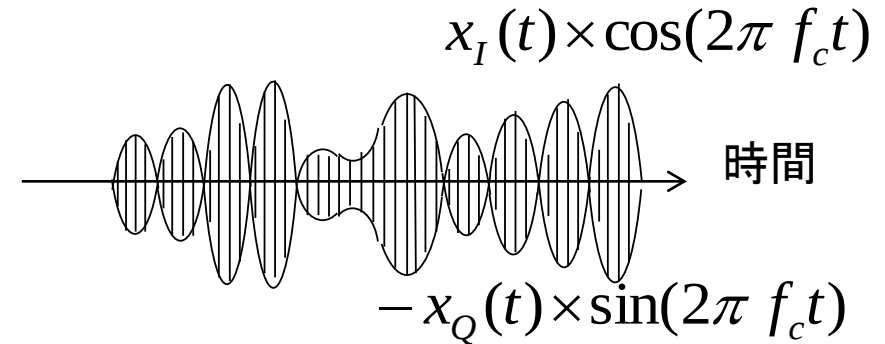


↓ $x_I(t) + jx_Q(t)$
フーリエ変換

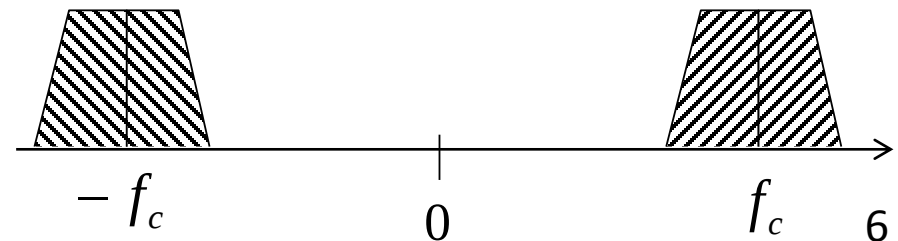
周波数スペクトル)



電波信号(実数信号)

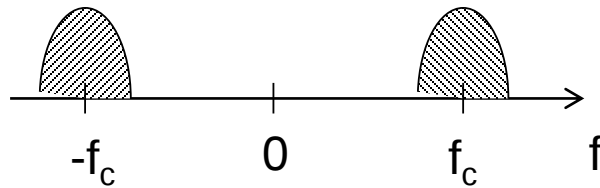


↓

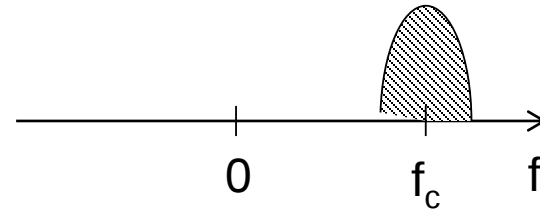


こんなところにヒルベルト変換: その1 解析信号

<電波信号>



<解析信号>



$s(t)$

$$\begin{aligned} &= r(t) \cos\{2\pi f_c t + \phi(t)\} \\ &= x_I(t) \cos(2\pi f_c t) \\ &\quad - x_Q(t) \sin(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

$s^{(+)}(t)$

$$\begin{aligned} &= r(t) \exp\{j(2\pi f_c t + \phi(t))\} \\ &= x_I(t) \cos(2\pi f_c t) - x_Q(t) \sin(2\pi f_c t) \\ &\quad + j\{x_I(t) \sin(2\pi f_c t) + x_Q(t) \cos(2\pi f_c t)\} \\ &= s(t) + j\hat{s}(t) \end{aligned}$$

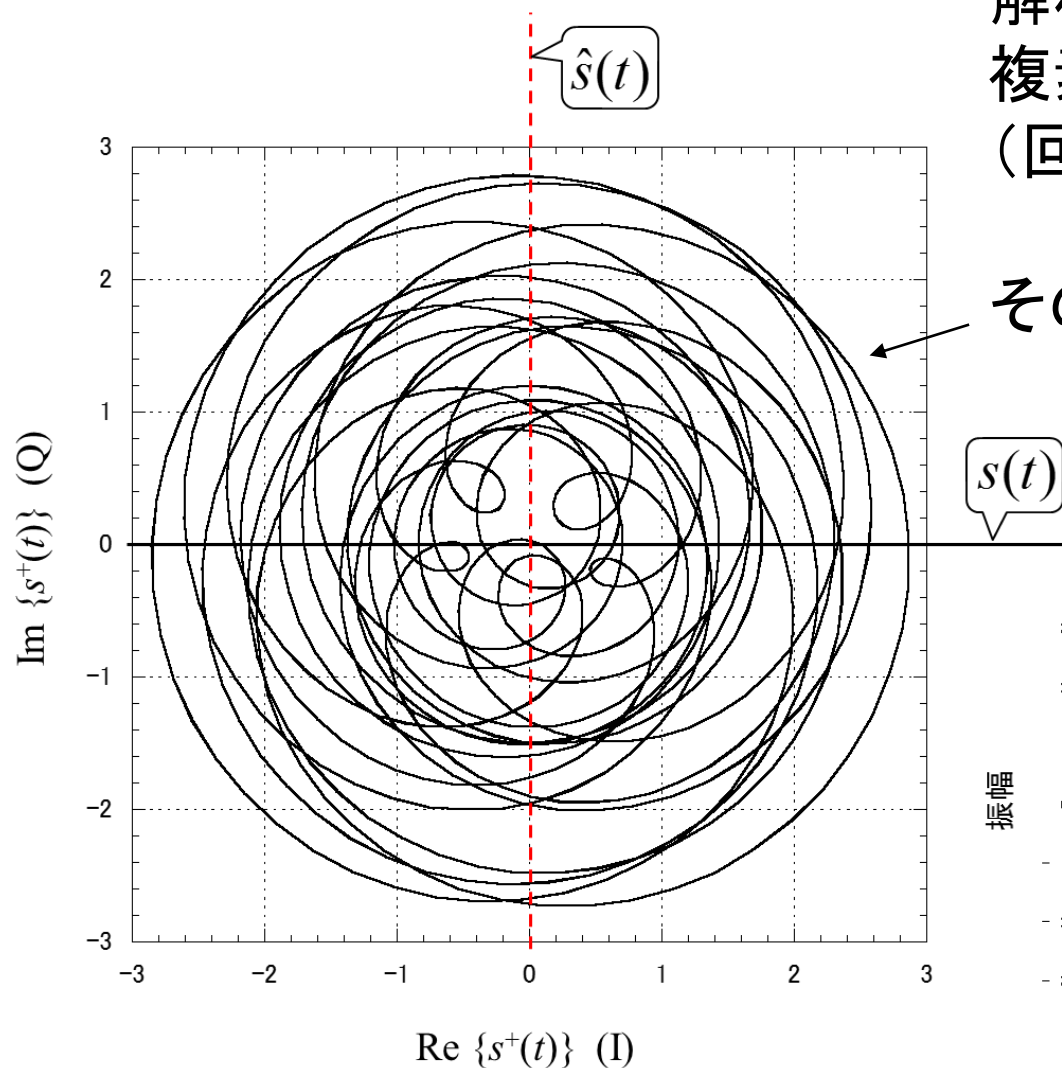
$s(t)$ からの
この変換が
ヒルベルト変換



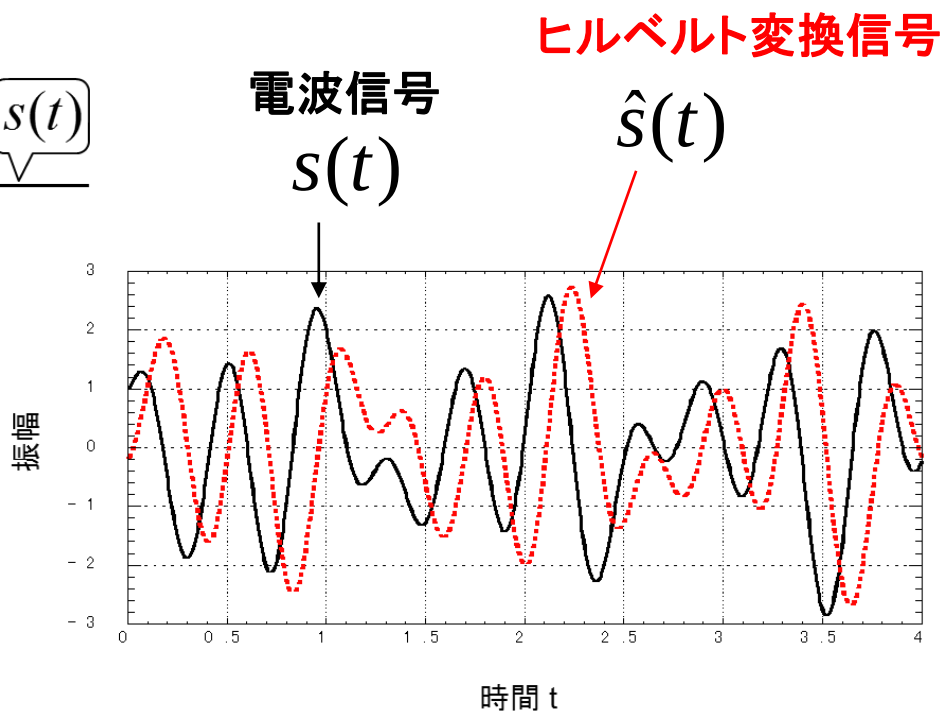
$$\hat{s}(t) \equiv x_I(t) \sin(2\pi f_c t) + x_Q(t) \cos(2\pi f_c t)$$

こんなところにヒルベルト変換: その1 解析信号

解析信号 $s^{(+)}(t)$ は複素数:
複素平面状を時間と共に動き回る
(回転する)

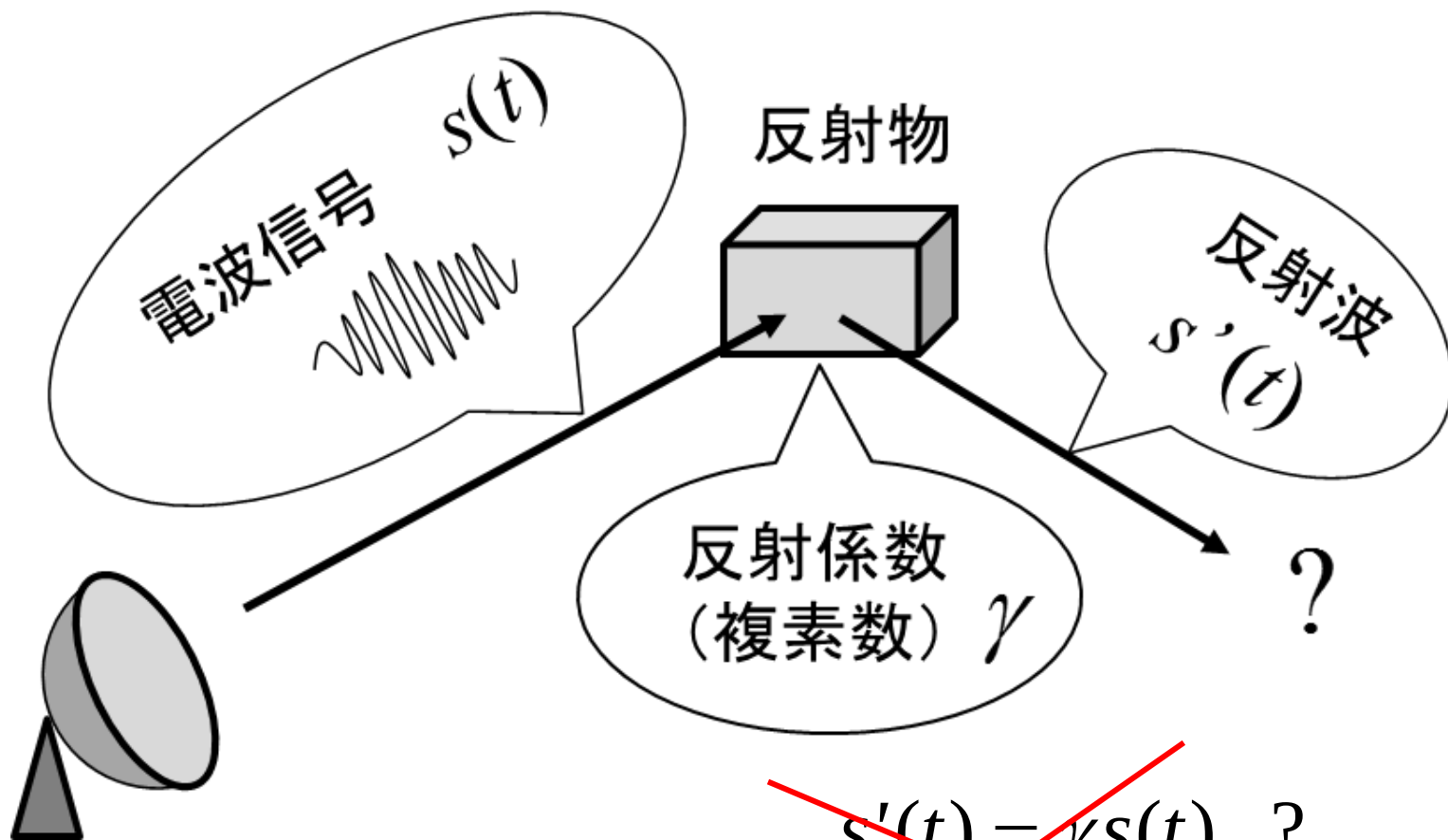


その一例



この意味は？

こんなところにヒルベルト変換: その2 電波の反射

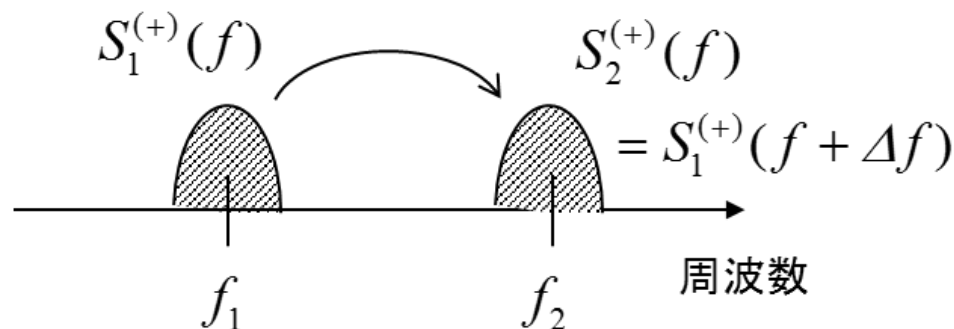
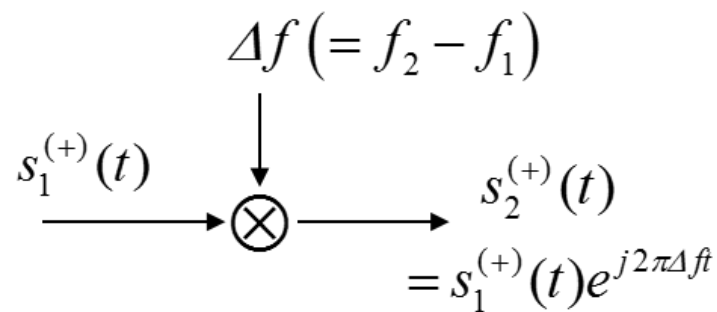


$$\begin{aligned} & \cancel{s'(t) = \gamma s(t) \quad ?} \\ & \cancel{s'(t) = \operatorname{Re}\{\gamma s(t)\} \quad ?} \end{aligned}$$

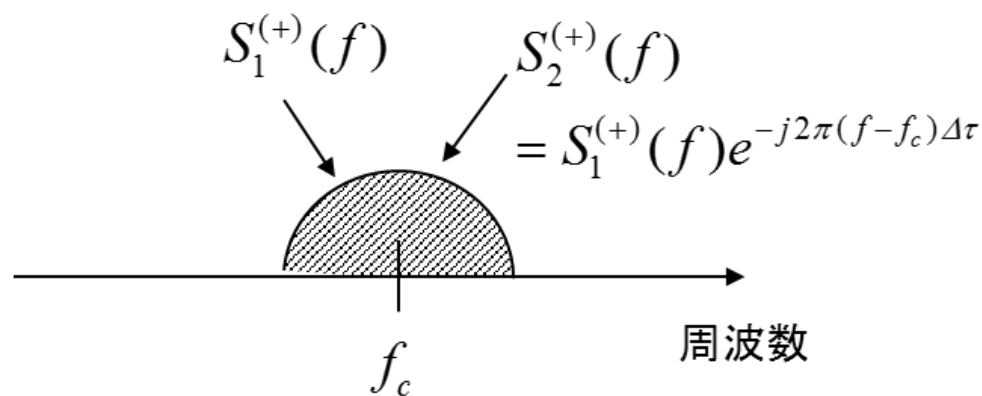
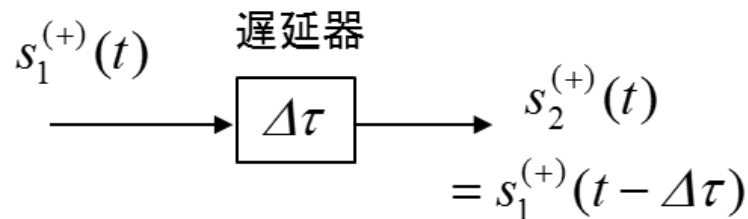
$$\Rightarrow s'(t) = \operatorname{Re}\{\gamma\}s(t) - \operatorname{Im}\{\gamma\}\hat{s}(t)$$

ヒルベルト変換とは？ (1) 三つの信号シフト変換

周波数シフト

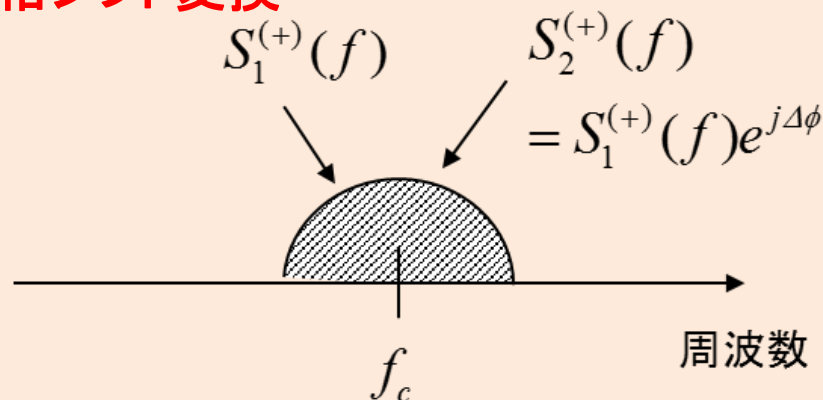
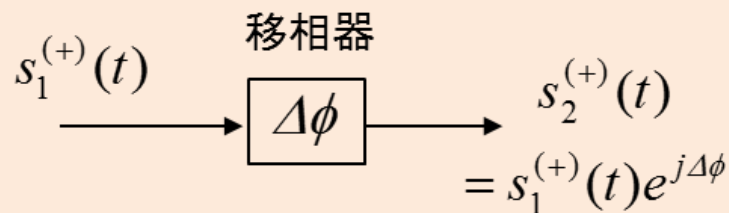


時間シフト



ヒルベルト変換 = 90° 位相シフト変換

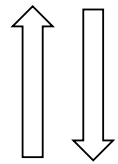
位相シフト



ヒルベルト変換とは？ (2) 周波数特性とインパルス応答

周波数特性
(伝達関数)

$$H(f) = \begin{cases} -j (= e^{-j\pi/2}) & (f > 0) \\ 0 & (f = 0) \\ j (= e^{j\pi/2}) & (f < 0) \end{cases}$$



(フーリエ変換/逆変換)

インパルス応答

$$h(\tau) = \frac{1}{\pi\tau}$$

電波信号のヒルベルト変換

$$\hat{s}(t) = h(t) \otimes s(t)$$

$$s(t) = x_I(t) \cos(2\pi f_c t) - x_Q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

$$\Rightarrow \hat{s}(t) = x_I(t) \sin(2\pi f_c t) + x_Q(t) \cos(2\pi f_c t)$$

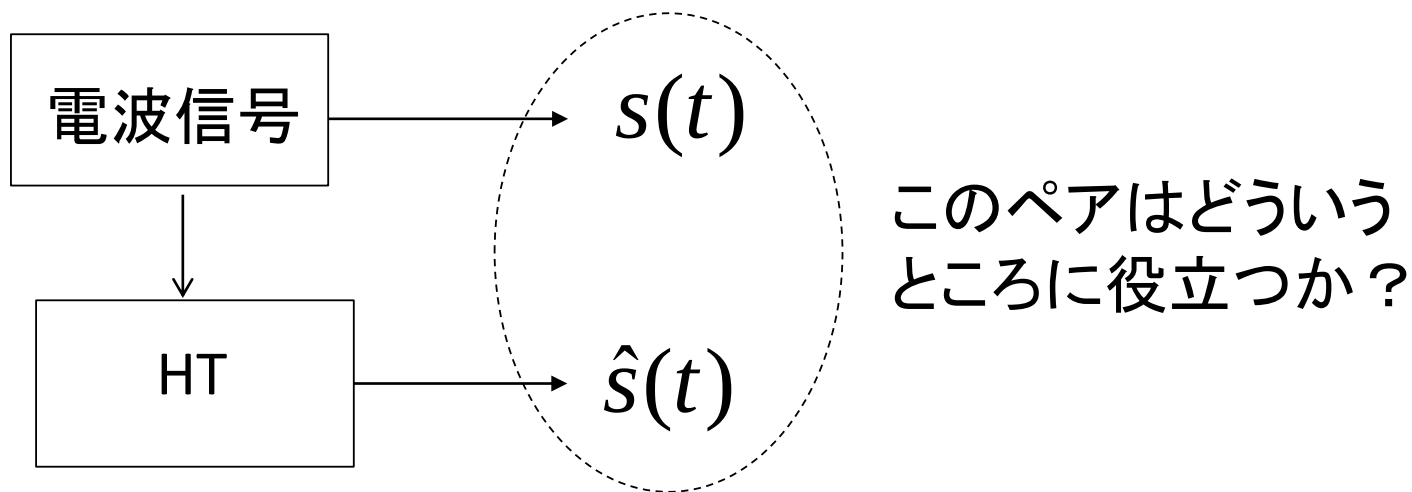
ヒルベルト変換とは？ (3) 基本的性質

電波信号(帯域通過信号)とそのヒルベルト変換は直交している

$$\langle s(t)\hat{s}(t) \rangle = 0$$

イメージとしては正弦波変動のcosとsinの関係

電波信号は帯域を有しており、その全ての周波数成分に対して



ヒルベルト変換の適用: (1) 複素数ウェイトとの乗算演算

ベースバンド信号に対して複素数ウェイトを掛ける

$$x = x_I + jx_Q$$

$$w = w_I + jw_Q$$

$$y = wx = w_I x_I - w_Q x_Q + j(w_Q x_I + w_I x_Q)$$

これと等価な演算を電波信号に対して行くと

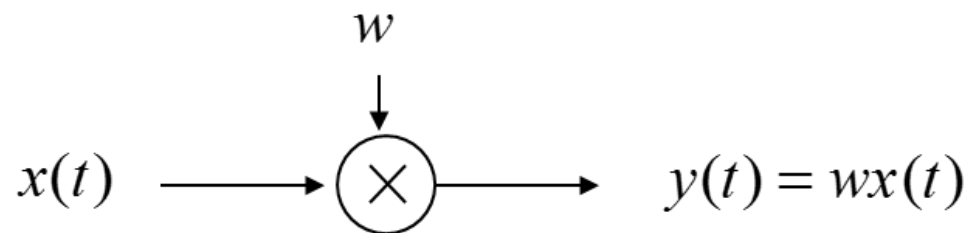
$$u(t) = (w_I x_I - w_Q x_Q) \cos(2\pi f_c t) - (w_Q x_I + w_I x_Q) \sin(2\pi f_c t)$$

$$\begin{aligned} &= w_I \{x_I \cos(2\pi f_c t) - x_Q \sin(2\pi f_c t)\} \\ &\quad - w_Q \{x_I \sin(2\pi f_c t) + x_Q \cos(2\pi f_c t)\} \end{aligned}$$

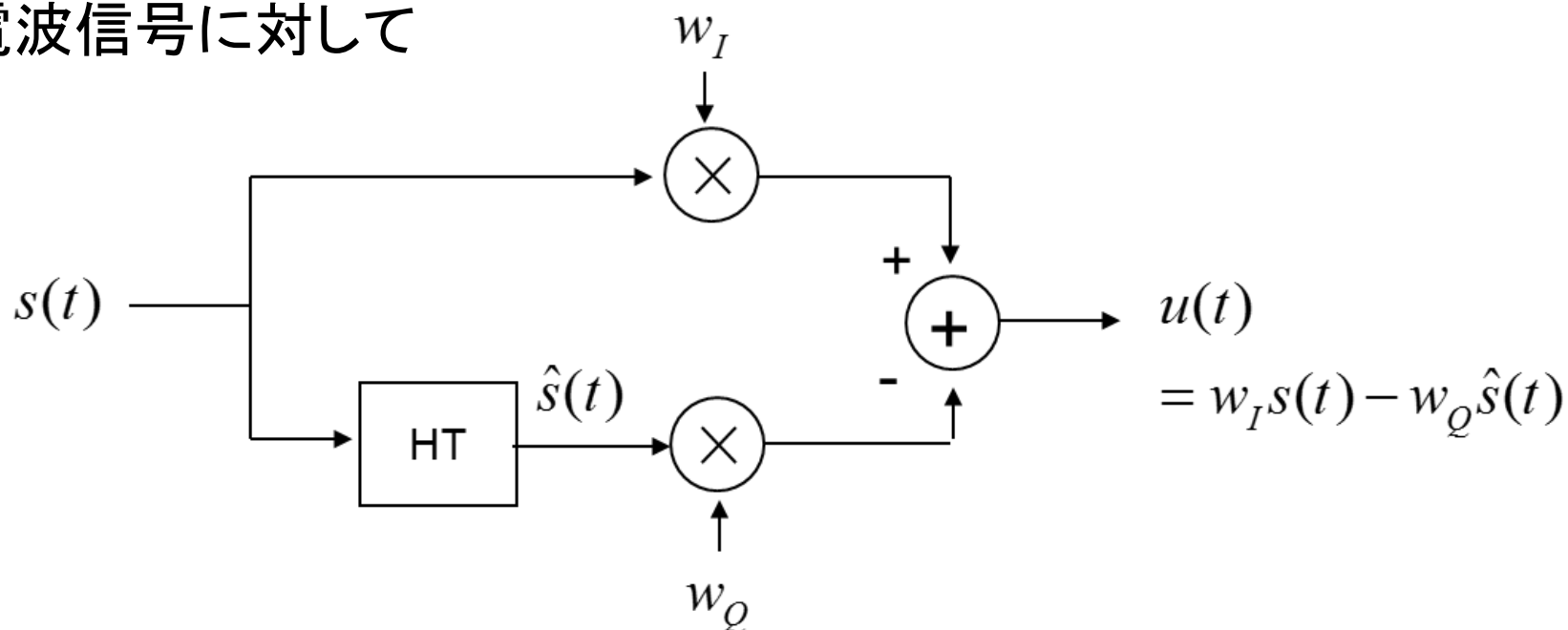
$$= w_I s(t) - w_Q \hat{s}(t)$$

ヒルベルト変換の適用: (1)複素数ウェイトとの積算演算

ベースバンド信号に対して

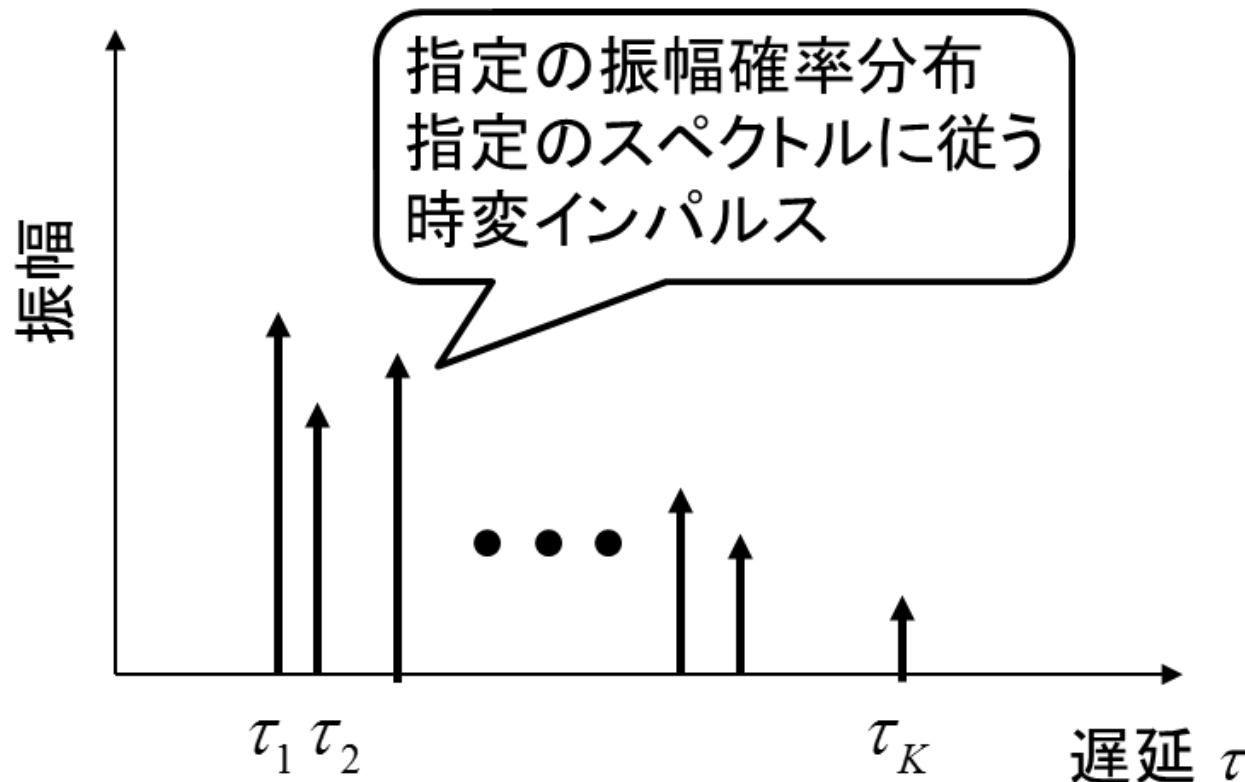


電波信号に対して

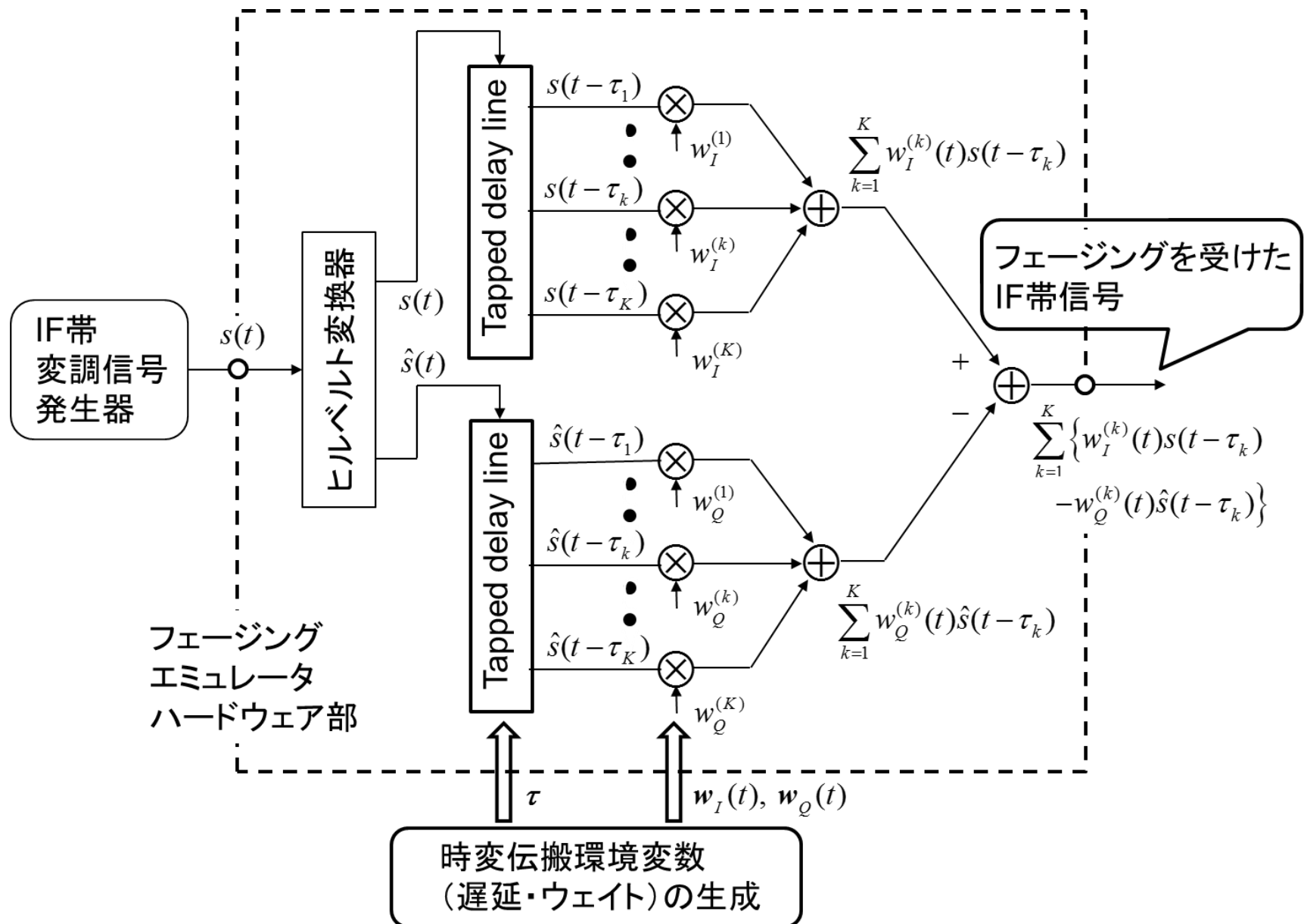


ヒルベルト変換の適用: (2)フェーシングエミュレータ

IF帯のデジタル変調信号が以下のマルチパスフェーシングを受けた信号を作りたい
(ベースバンドに変換せずIF帯信号のまま)

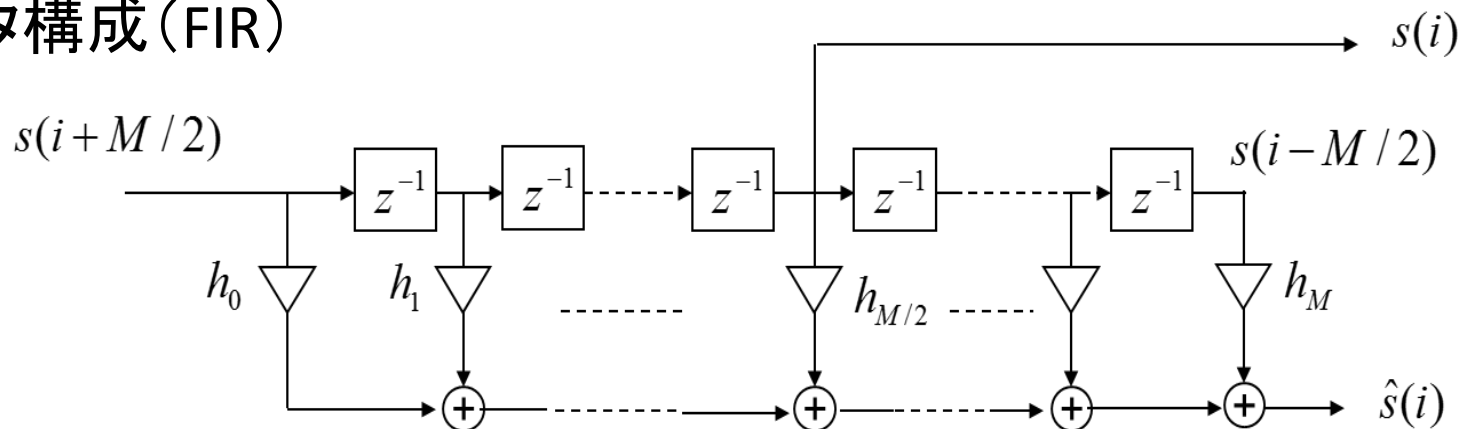


ヒルベルト変換の適用: (2)フェージングエミュレータ

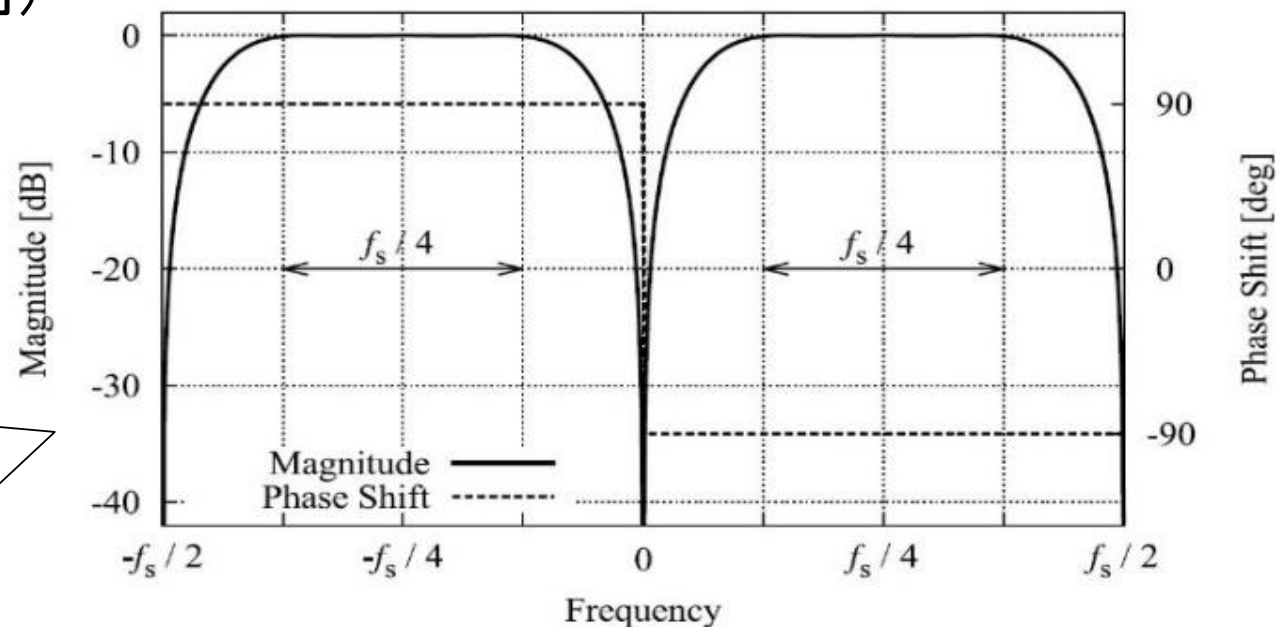


ヒルベルト変換器の設計

フィルタ構成 (FIR)



フィルタ特性 (例)



M=10のフィルタで
比帯域1の信号を
歪なく変換できる

まとめ

ヒルベルト変換は電波信号(帯域通過信号)の直交信号を作る変換である

電波信号(元の信号)とヒルベルト変換信号のペアによって、ベースバンド信号処理(複素数演算)と等価なことが電波信号のまま(実数演算で)できる

ヒルベルト変換は信号表現の理解を深める上で、AP分野においても非常に重要である

本発表では、数式の導出等は省いている。
それについては、本研究会資料を見てほしい。さらにそこで割愛しているものについては、[唐沢研ホームページ](#)で公開している技術レポート[TR-YK-013](#)(参考文献の[2])を見てほしい