

アンテナ・電波伝搬

～その根底にある不思議を探る [III]～



唐沢 好男
(元)電気通信大学

自己紹介

1950年(長野県)生まれ。学部の卒研テーマは結晶成長、就職した会社の部署は半導体課。量子力学を本格的に学びたく大学院受験。合格するも希望の研究室は満杯。このとき、シュレーディンガーを神様とする世界からマックスウェルを神様とする世界に宗旨替え(24歳)。偶然が導いてくれた電波の道であったが、40年以上を歩き続けてみると面白いことがいっぱい。研究者(KDD(現KDDI))、研究マネージャー(ATR)、研究教育者(大学)を経てフリーに。今は、次世代を担う若者に向け、培った電波技術の継承を願って技術レポートをせっせと書いている。唐沢研究室HPより公開中(下記リンク: 唐沢研究室,技術レポートの公開)。

好きな言葉は「セレンディピティ」。周りの人(主に学生)にやたらそれを説くので「セレンディピティバカ」と呼ばれていた。偶然の出会いを重ねながら今日ここまで歩み来た人生そのものに、それを強く感じている(下記リンク: セレンディピティ)。

- [唐沢研究室](http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/) <http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/>
- [技術レポートの公開](http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/report.htm) (現時点で70報まで)
<http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/report.htm>
- [セレンディピティ](http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/tainin.html) <http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/tainin.html>

このセミナーについて

アンテナ・伝搬分野の根底に横たわる不思議を掬い取り、その理解を通じて基礎体力の向上を目指す。過去二回の講義とは中身を入れ替える。一つ目は電波の基礎：電磁気学、電界・磁界・ベクトルポテンシャルが織り成すからくりを学ぶ。二つ目はアレーアンテナの利得。素子間隔接近時のスーパーゲインアンテナの性質を探る。三つ目はマルチパス伝搬と無線システムの接点を探り、伝送誤りが発生するメカニズムや情報伝送の物理限界を学ぶ。

講義内容 3点(電磁気学・アンテナ・伝搬)

Part 1 電波の基礎を知ろう

- ・ 電磁気学から無線へ
- ・ 電磁気学の世界
- ・ ベクトルポテンシャル視点での平面波の伝搬

Part 2 アレーアンテナの利得

- ・ アレーアンテナの働き
- ・ 素子間隔接近時のアレーアンテナの利得に見る不思議
- ・ アレーアンテナの最大利得と制御ウェイト
- ・ エンドファイアアレーに見るスーパーゲイン特性

Part 3 マルチパス伝搬による情報伝送誤り

- ・ マルチパス伝搬の性質
- ・ 伝送誤りはなぜ起きる(伝搬とシステムの関係)
- ・ 情報伝送の物理限界

Part 1 電波の基礎を知ろう

(1) 電磁気学から無線へ

(2) 電磁気学の世界: 太郎と花子と透明人間の物語

(3) ベクトルポテンシャル視点での平面波の伝搬

(1) 電磁気学から無線へ(18世紀～)

キャベンディッシュ

クーロン

アンペア

ファラデー

マクスウェル

ヘルツ

マルコーニ

テスラ

短距離無線通信

長距離無線通信(電離層反射)

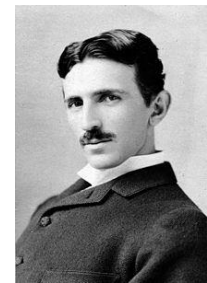
対流圏散乱通信

無線電力伝送

このうち、下線の偉人を、教科書「[電波システム工学](#)」
(信学会/コロナ社)のコラムで紹介



(マルコーニ: 1874-1937)



(テスラ: 1856-1943)

電磁気学： マクスウェルの方程式

4つの法則よりなる連立方程式ががっちりスクラムを組んで、
電磁現象の全ての仕組みを説明する(WhyではなくHowの意味で)

- ① $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$ 電束密度に関するガウスの法則
(電束(電気力線)の出発点は電荷)
- ② $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ 磁束密度に関するガウスの法則
(磁束(磁力線)の出発点はない、ループになっている)
- ③ $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ (ファラデーの)電磁誘導の法則
(磁力線の密度が変化するとき、その周りに
電界の渦ができる)
- ④ $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ アンペア・マクスウェルの法則
(電流があると、あるいは、電束密度の時間変化が
あると、その周りに磁界の渦ができる)

法則は経験則である。これまで、反証が無く正しいと信じられている。
我々は、黙って受け入れるしかない。法則の正しさを証明できる人は誰もいない。

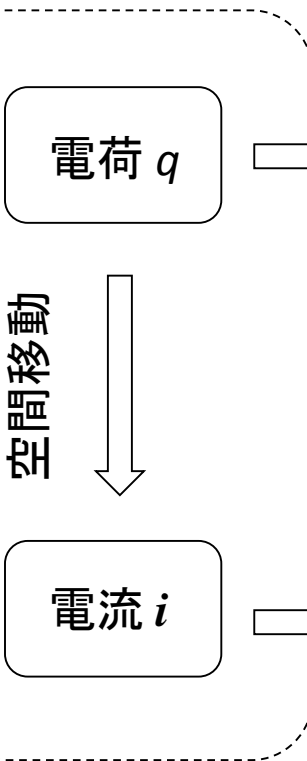
電磁気学 マクスウェルの方程式

4つの法則

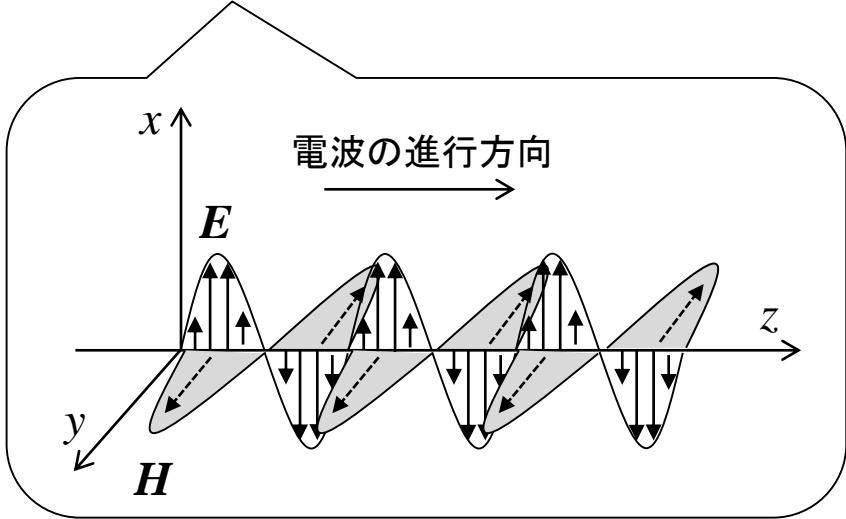
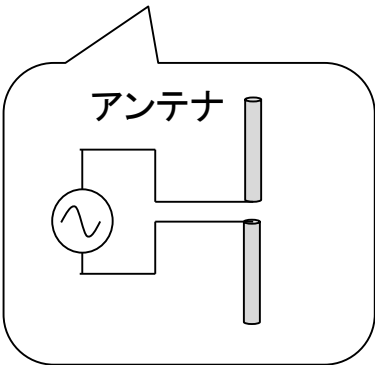
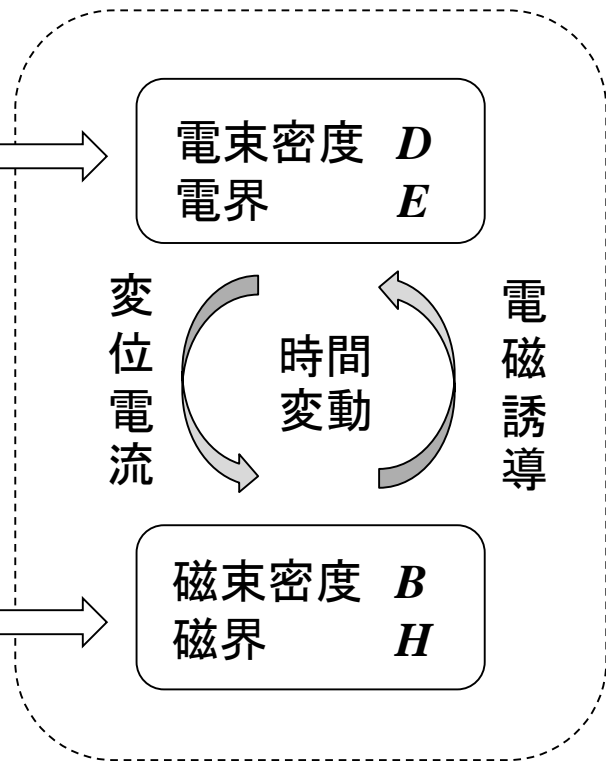
- ・電束密度に関する
ガウスの法則
- ・磁束密度に関する
ガウスの法則
- ・ファラデーの
電磁誘導の法則
- ・アンペア-
マックスウェルの法則

電界と磁界の
振る舞いに関
する力学の理
論

電波の発生



電波の伝搬



(2) 電磁気学の世界

電磁気学の屋台骨は相対性理論によって支えられている

【世にも不思議な話(太郎と花子と透明人間の物語)】

私には、二人の友達、太郎と花子がいる。

あるとき、太郎のいるところに行った。見回しても太郎以外に誰もいない。私が歩き出すと、ずっと、花子が現れた。

また、あるとき、花子に会いに行った。見回しても花子以外に誰もいない。歩き出すと、ずっと、太郎が現れた。

また、あるとき、誰もいないところに行った。でもそこには透明人間がいるらしい。透明人間が変身するときだけに太郎が現れる。でも花子が現れることは無い。

さて、太郎と花子と透明人間の正体は？

電磁気学は19世紀の後半に完成した理論

20世紀に吹き荒れた力学の革命(相対性理論)を無傷で乗り越え、現代に生きる綻びのない理論

なぜ乗り越えることができたか、それは、マクスウェルの方程式が、相対性理論が規範とした座標変換:**ローレンツ変換**に対して不変であったから(マクスウェルがそれを意識して組み入れたわけではない。式を作ったらそうになっていたということ)

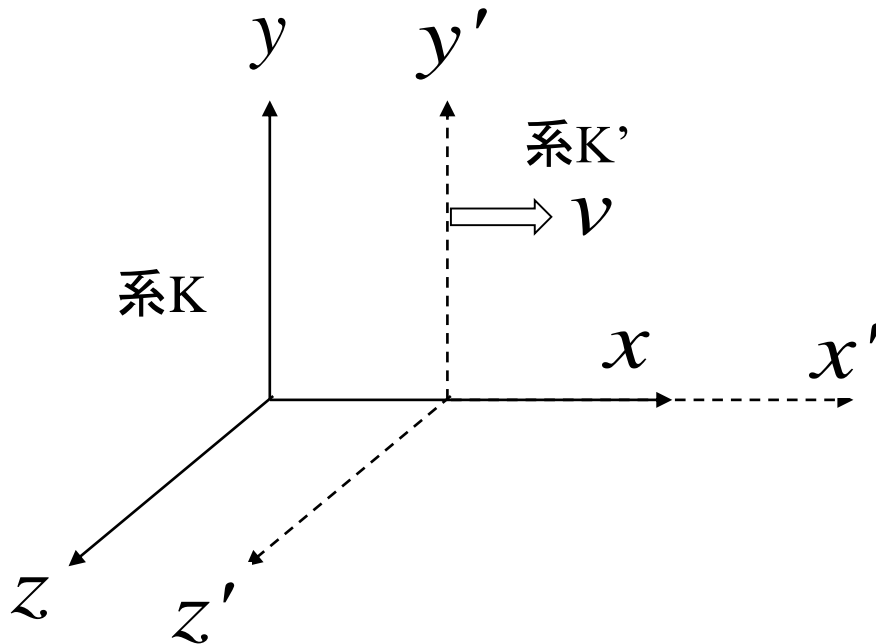
当時の力学:ニュートン力学:その根拠とする座標変換は**ガリレイ変換**

ガリレイ変換の例

速度 v で走る電車の中で、進行方向に向かって速度 v_0 でボールを投げるとき、外から見る人には、ボールの速度は $v + v_0$

マクスウェルの方程式は、ガリレイ変換による不変性が厳密には成り立たない → 厳密性に欠ける理論(近似理論)と見られていた

物理学における慣性系に対する法則の不変性とは



慣性系：
等速直線運動する系
KとK'

どの慣性系でも、物理法則は同じ式で表される
例えば、電磁誘導の法則では

$$\begin{array}{l} \text{K系: } \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{(静止系)} \end{array} \quad \leftrightarrow \quad \begin{array}{l} \text{K'系: } \nabla' \times \mathbf{E}' = -\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'} \\ \text{(動いている系)} \end{array}$$

でも、ガリレイ変換で座標変換してもこの関係が成り立たない

ローレンツ変換(異なる慣性系での座標変換)

- 1) 相対性原理(全ての慣性系は同等である)
- 2) 光速不変の原理(光の速度は光源や観測者の運動とは無関係に決まる)

(ミンコフスキーの4次元時空間:我々が住む物理世界)

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0 \\ x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma v \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma v / c^2 & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \geq 1 \quad (\text{ローレンツ因子})$$

空間と時間は光の速度を介して関係付けられる

電磁界諸量のローレンツ変換

【電界と磁界】

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \\ E'_z \\ B'_x \\ B'_y \\ B'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 & 0 & -\gamma v \\ 0 & 0 & \gamma & 0 & \gamma v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma v / c^2 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & -\gamma v / c^2 & 0 & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}$$

【電荷密度と電流密度】

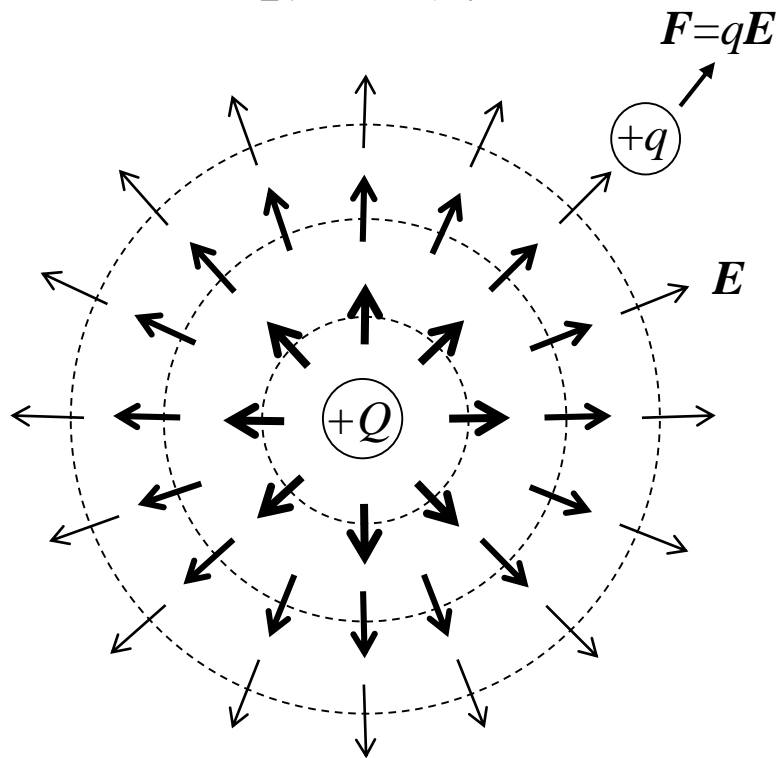
$$\begin{pmatrix} \rho'_e \\ i'_x \\ i'_y \\ i'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma v / c^2 & 0 & 0 \\ -\gamma v & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_e \\ i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix}$$

【変換に対して不変な物理量】

光速： c 、真空の誘電率： ϵ_0 、真空の透磁率： μ_0

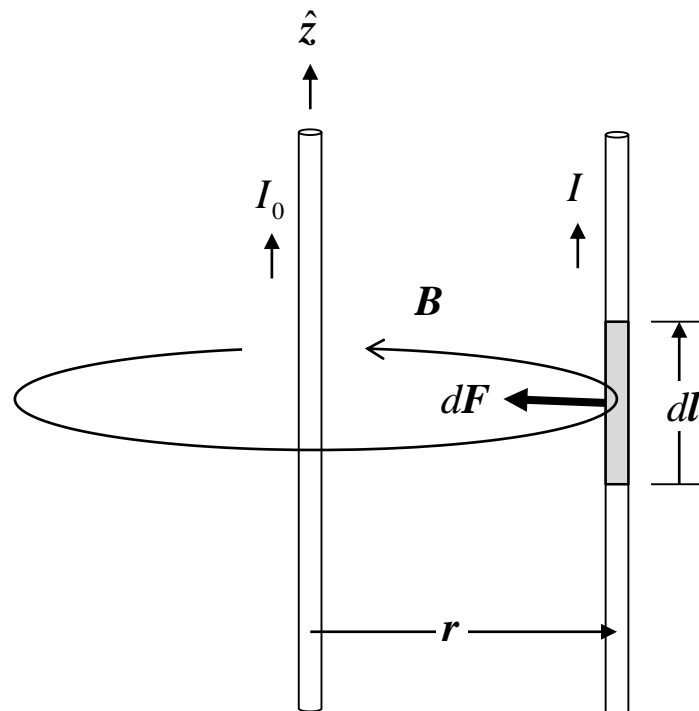
おさらい：電界 E と磁束密度 B

静電界の性質



(電荷に力が働く:クーロン力)

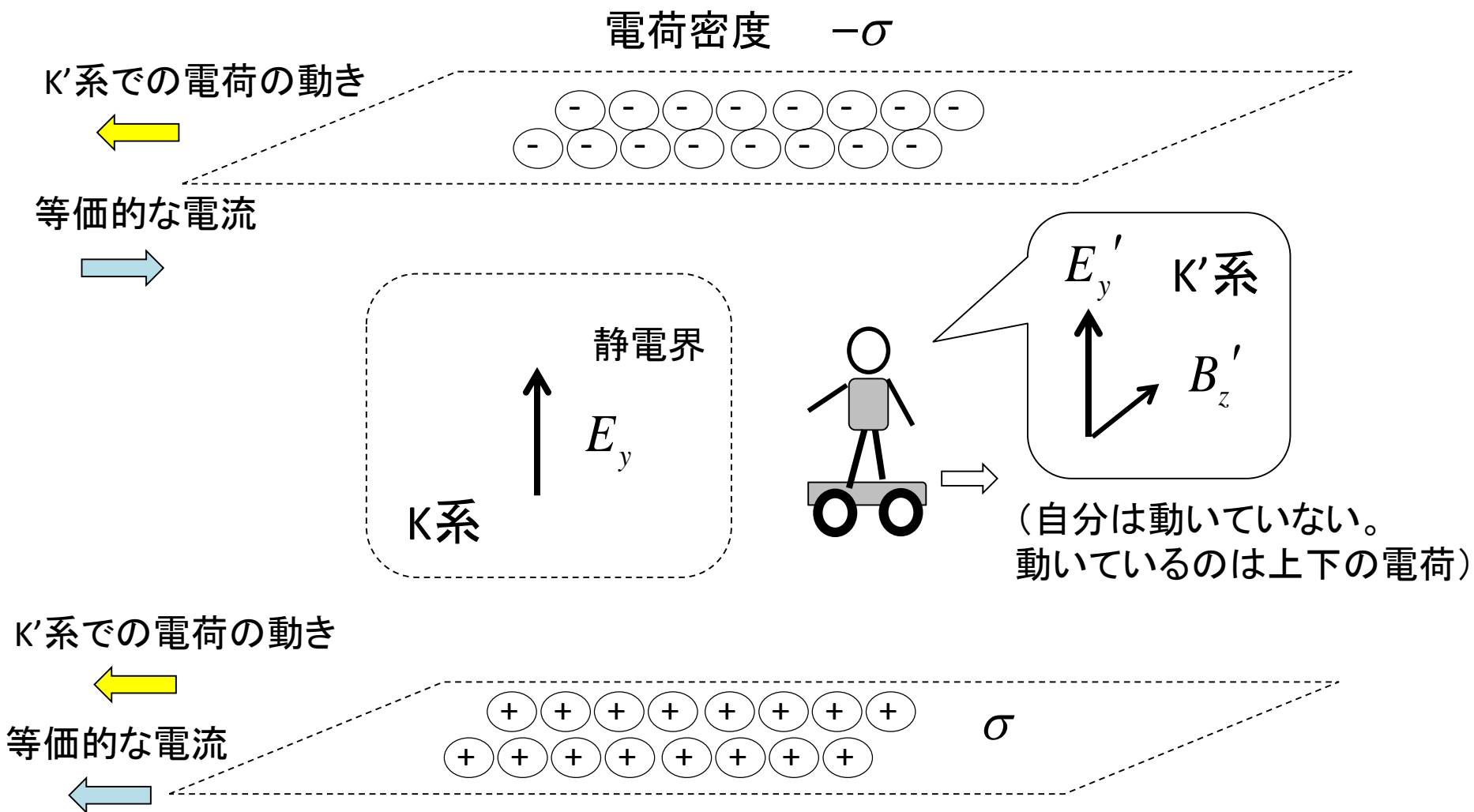
静磁界の性質



(電流や動く電荷に力が働く:
アンペアの力、ローレンツ力)

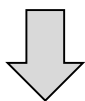
注)磁気の性質を有する場(磁場)の表現には磁界 H と磁束密度 B がある。両者はベクトルであり、違う物理量(単位が異なる)であるが、真空中では $B=\mu_0 H$ の関係で結ばれ、両者は比例関係にある
ここでは、広い意味で磁束密度 B も磁界と呼んでいる

止まっている系(K)に静電界 E が有る空間に対して、
動いている人はどう感じるか？



動いている人には、電荷が左に動いているように見える。電荷が動くと電流ができる。電流の向きは上下反対方向。この平板電流によって、**動いている人は磁界を感じる。**

止まっている系(K)に静電界Eが有る空間に対して、
動いている人はどう感じるか？ まとめ



- ・動いている人は、電界に加えて、磁界も感じるようになる。
- ・電界と磁界は独立な物理量ではなく、見方によって表れ方が違ってくる物理量
- ・その背景に何か隠れたもっと本質的なものがあるのではないだろうか？

動いている人が磁界を感じるということは、ガリレイ変換でもローレンツ変換でも同じ。
違うのは、変換された後の電磁界の量

$$\text{ガリレイ変換 (K} \rightarrow \text{K')} \quad E_y = E_y, B_x = 0 \rightarrow E_y' = E_y, B_z' = -\frac{v}{c^2} E_y$$

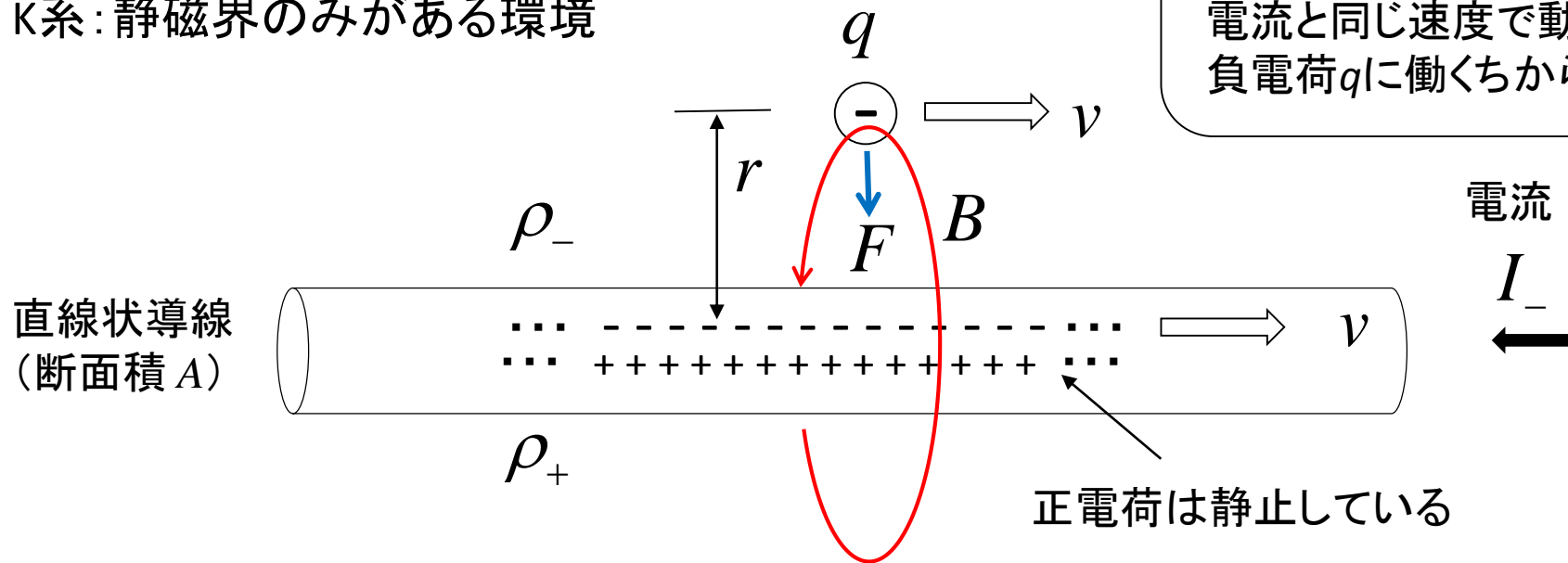
$$\text{ローレンツ変換} \quad E_y = E_y, B_x = 0 \rightarrow E_y' = \gamma E_y, B_z' = -\gamma \frac{v}{c^2} E_y$$

ローレンツ変換でのみ、マクスウェルの方程式の共変性が成立する

(上記の詳しいことは： 唐沢「[無線通信物理層技術へのアプローチ](#)」§ 1.3 (コロナ社)に)

止まっている系(K)に静磁界 B が有る空間に対して、
動いている人はどう感じるか？

K系：静磁界のみがある環境



電荷密度： $\rho_+ = -\rho_- \equiv \rho \rightarrow$ 導線の外部に電界は無い ($E = 0$)

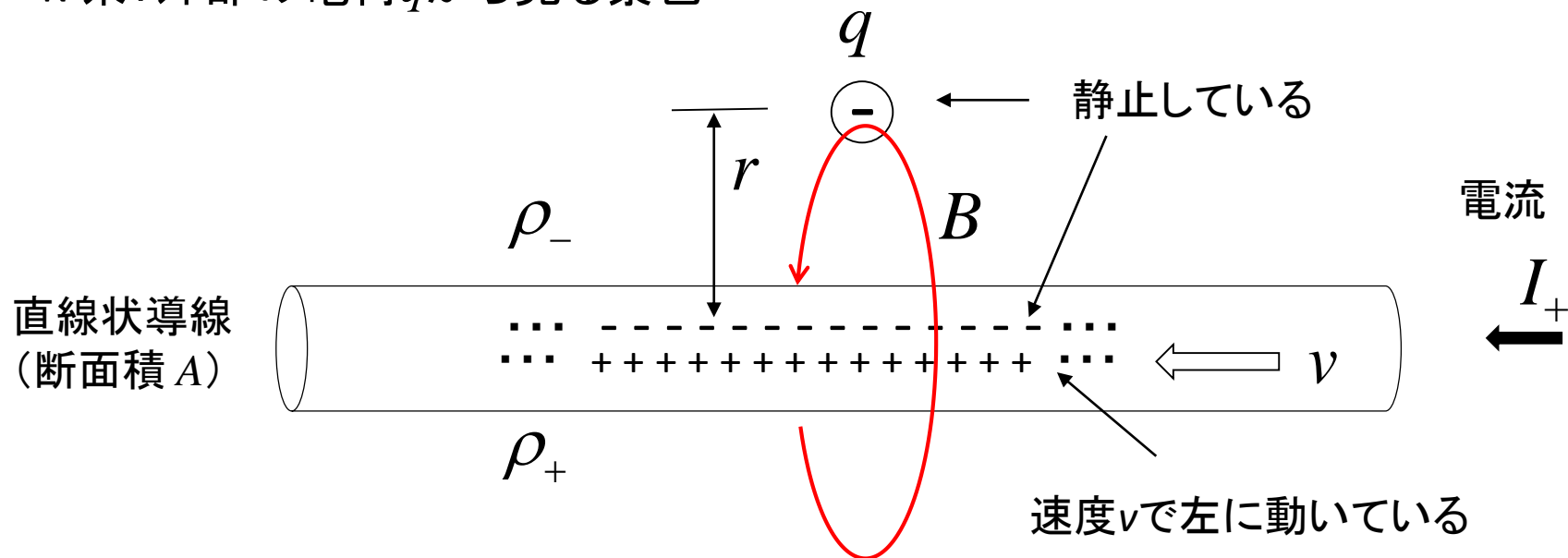
負電荷の流れが作る電流： $I_- = -\rho_- Av$

\rightarrow 導線の外部の周方向に磁界ができる $B = \frac{\mu_0 v \rho_- A}{2\pi r}$

\rightarrow 動く電荷 q にローレンツ力が働き力 F を受ける $F = qvB = \frac{\mu_0 q v^2 \rho_- A}{2\pi r}$

止まっている系(K)に静磁界 B が有る空間に対して、
動いている人はどう感じるか？ 動く電子の視点(K' 系)で見ると

K' 系: 外部の電荷 q から見る景色



磁界は、正電荷の流れによって同じようにできているが、静止している電荷にはローレンツ力は働かないので、電荷 q は何の力も受けない

K 系では導線に引き寄せられる力が働いたが、 K' 系ではその力が消えている。
視点の違いだけで、力が働いたり消えたりするのはありえないこと。これはパラドックスか？

アインシュタインはこの思考実験から、相対性理論を生み出したと言われている

この結論は

導線内の正電荷が反対方向に動き、周囲に磁界はできるが、電荷 q は静止しているので、ローレンツ力は働かない。
では、どのような力が生まれて、力学的に辻褃が合うのか？

相対論的解釈：静止系ではバランスが保たれていた正負の電荷の電荷密度が、移動する系から見ると違った値になり、これによって、電気的中和が崩れて電界 E が生まれ、それによって、 $F=qE$ のクーロン力が働き、辻褃が合う

K系では磁気力
(ローレンツ力)を受ける



K'系では、生まれた電界による
電気力(クーロン力)に変わる

矛盾と感じたのは、ガリレイ変換で両者を見たため
ローレンツ変換では、定量的に辻褃が合い、
パラドックスは存在しない

【参考】電荷密度と電流密度に関するローレンツ変換(再掲)

$$\begin{pmatrix} \rho' \\ i'_x \\ i'_y \\ i'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma v / c^2 & 0 & 0 \\ -\gamma v & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix}$$

このケースに適用する式

$$\rho' = \gamma\rho - \frac{\gamma v}{c^2} i_x \quad (\because i_y = i_z = 0 \text{ for } \rho_- ; i_x = i_y = i_z = 0 \text{ for } \rho_+)$$

二つの電荷密度、K'系では

$$\rho'_- = -\gamma\rho + \frac{\gamma v}{c^2} \rho v = \gamma\rho \left(-1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \quad \leftarrow \text{K系で動いていた負電荷の密度}$$

$$\rho'_+ = \gamma\rho \quad \leftarrow \text{K系で静止していた正電荷の密度}$$

導線全体での電荷密度は

$$\rho' = \rho'_+ + \rho'_- = \frac{\gamma\rho v^2}{c^2} \quad \leftarrow \text{K系でバランスがとれていた電子密度が} \\ \text{K'系では異なる電子密度になり、} \\ \text{差し引き+の電荷量になる(電荷に引力が働く)} \quad 20$$

移動系 (K'系) で見えてきた電界 E'

$$E' = \frac{\rho' A}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\gamma\rho Av^2}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \quad (\text{面積}A\text{は移動方向と直交する面なので}K'\text{系でも変わらない})$$

電荷 q に働くクーロン力

$$F' = qE' = \frac{q\gamma\rho Av^2}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} = \gamma F \quad \left(\because c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \right)$$

静止している環境にあった磁気力が、動く環境では電気力に変わった。すなわち電界と磁界が作用する力は独立にあるものではなく、相互に関わりあっている。K'系の方が γ 倍力が強くなっているが、これは、移動する系では、相対論でおなじみのローレンツ短縮によって、電荷密度が大きくなることによる。

【結論】

電磁気学にパラドックスは無い

(物理にパラドックスは無い。有るのは、我々の理解の迷い(ファインマン))

電磁気学には、この種のパラドックスもどきがいっぱいある。

その大部分は、このように相対論(=ローレンツ変換)により、つじつまの合う説明が可能である

ベクトルポテンシャルと友達になろう

太郎と花子と透明人間の物語

太郎と花子の正体： 太郎 → 電界、 花子 → 磁界
さて、透明人間は？

電界と磁界は見方によって現れ方が変わる。
裏に何かもっと本質的な物理量が隠れているのでは？

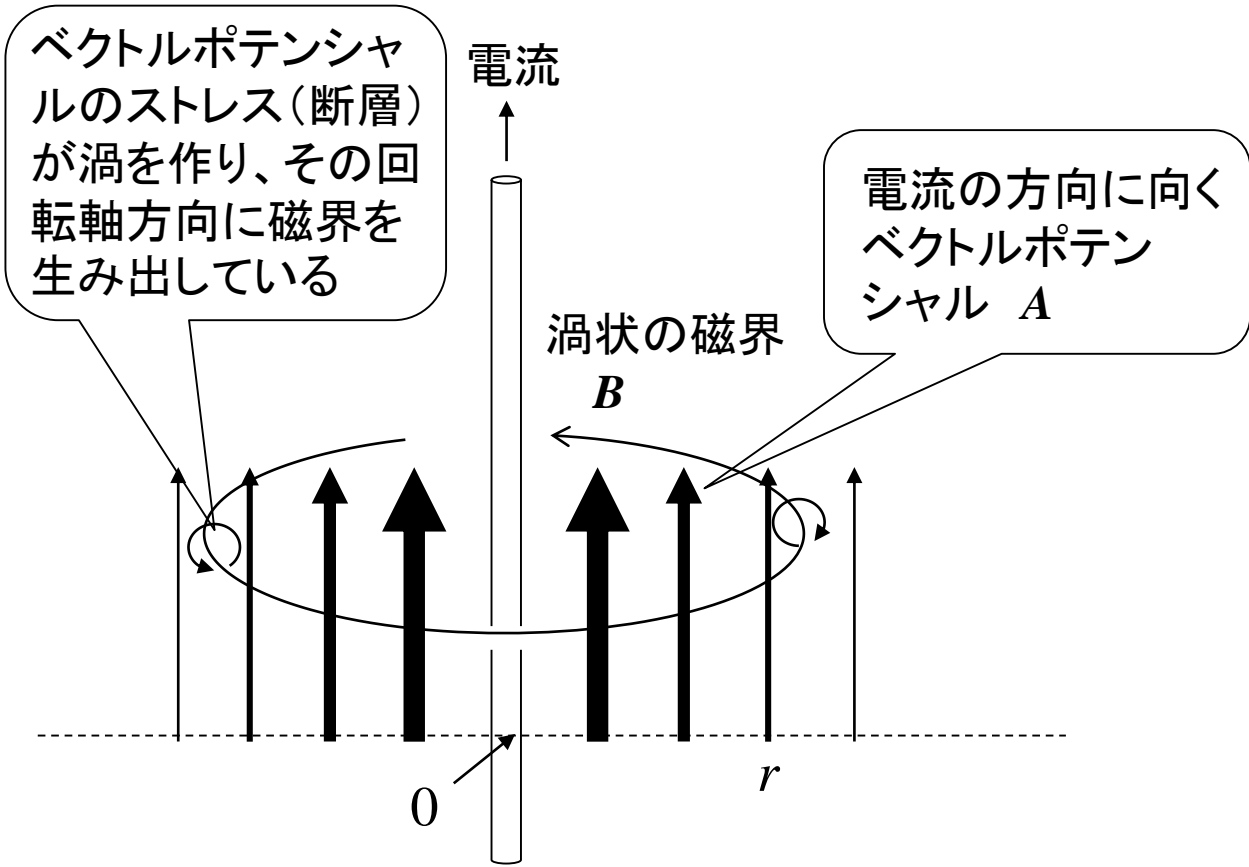
それはポテンシャル関数(電磁ポテンシャル)？
ポテンシャルには、スカラーポテンシャル(電位) ϕ とベクトルポテンシャル A がある

ベクトルポテンシャル A とは

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \leftarrow$$

この意味
 A に回転(捻れ)が有るところに B がある、
すなわち、 A の層にずれがあるところに捻れが生じ、
そこに B がある

ベクトルポテンシャルの描像



ベクトルポテンシャルのラフなイメージ

ベクトルポテンシャルは電流の外側に同じ向きに現れかつ軸から離れるほど弱くなる。水飴の中に棒を入れて引き上げるとき、水飴も棒にへばりついて動く。棒が電流、水飴がベクトルポテンシャルというイメージである。径方向に強度が変わってゆくためあらゆる場所に縦方向の断層(ストレス)ができそこに捩れが生じる。この捩れは回転軸を中心とする周方向(電流の)で円をなす。これが磁力線であり磁界である。 23

電界 E と磁界 B とベクトルポテンシャル A

その存在を調べるには

電界 E : 電荷を置けば力が働く(クーロンの力)

磁界 B : 電流を置けば力が働く(アンペアの力)

ところが、

ベクトルポテンシャル A : 電磁気学的手段でその存在を知ることができない

→ 透明人間みたいなもの(あるのか無いのかわからない)

→ 物理量としての実在が疑われる過去があった

→ 量子力学の世界に、電子波の位相に関するアハラノフ・ボーム効果があり、
ベクトルポテンシャルの下でその効果が現れる

→ 日立製作所の外村彰博士が、電子顕微鏡で観測に成功(1986)

→ 実在する物理量として、認められている

電界 E と磁界 B とベクトルポテンシャル A の関係

(定義)

$$B = \nabla \times A$$

磁界は、ベクトルポテンシャルの空間的捩れのあるところに存在する
(A の回転性空間微分)

(マクスウェルの方程式より)

$$E = -\nabla \phi - \frac{\partial A}{\partial t}$$



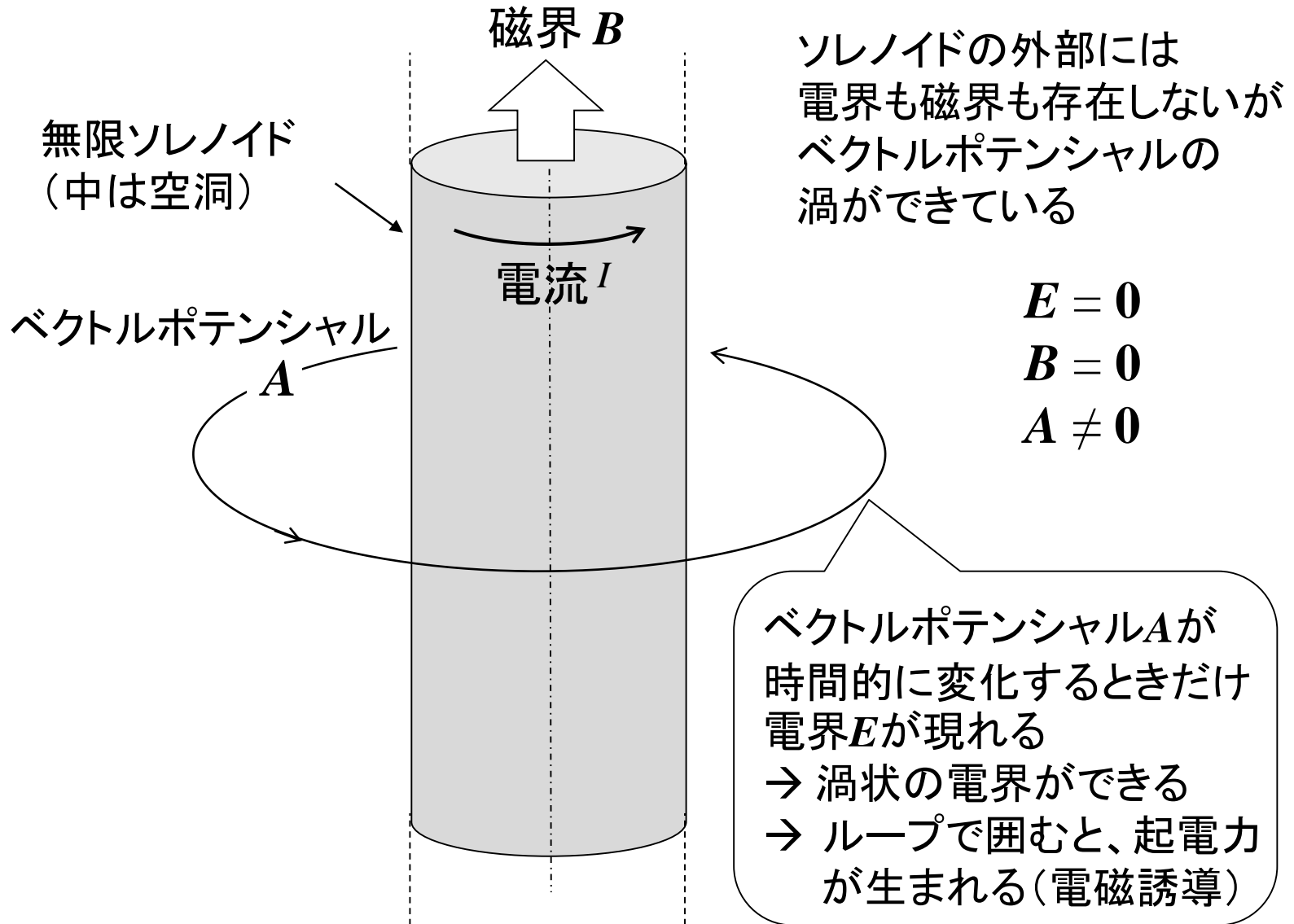
電荷のない空間(例えば自由空間)では

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t}$$

電界は、ベクトルポテンシャルの時間変化があるとき現れる(A の時間微分)

上記式からは、電界や磁界はベクトルポテンシャルから生まれた子供に見える
(ただし、これは解釈の問題)

電界 E も磁界 B もなく、ベクトルポテンシャル A のみがある空間



自由空間中の平面波の伝搬：電界と磁界の視点から

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

電磁誘導の法則

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

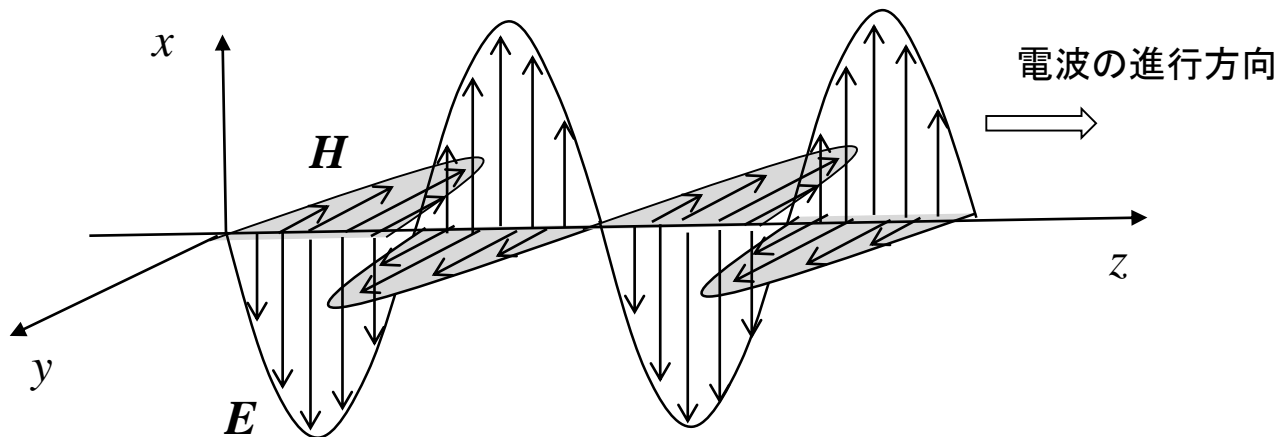
アンペア・マクスウェルの法則

技を掛け合う
イメージ

平面波

$$E_x = E_1 e^{j(\omega t - kz)} + E_2 e^{j(\omega t + kz)} \quad (k \equiv \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 2\pi / \lambda, \lambda: \text{電波の波長})$$

$$H_y = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \{ E_1 e^{j(\omega t - kz)} - E_2 e^{j(\omega t + kz)} \}$$

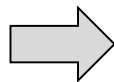


自由空間中の平面波の伝搬：ベクトルポテンシャルの視点から

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2}$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

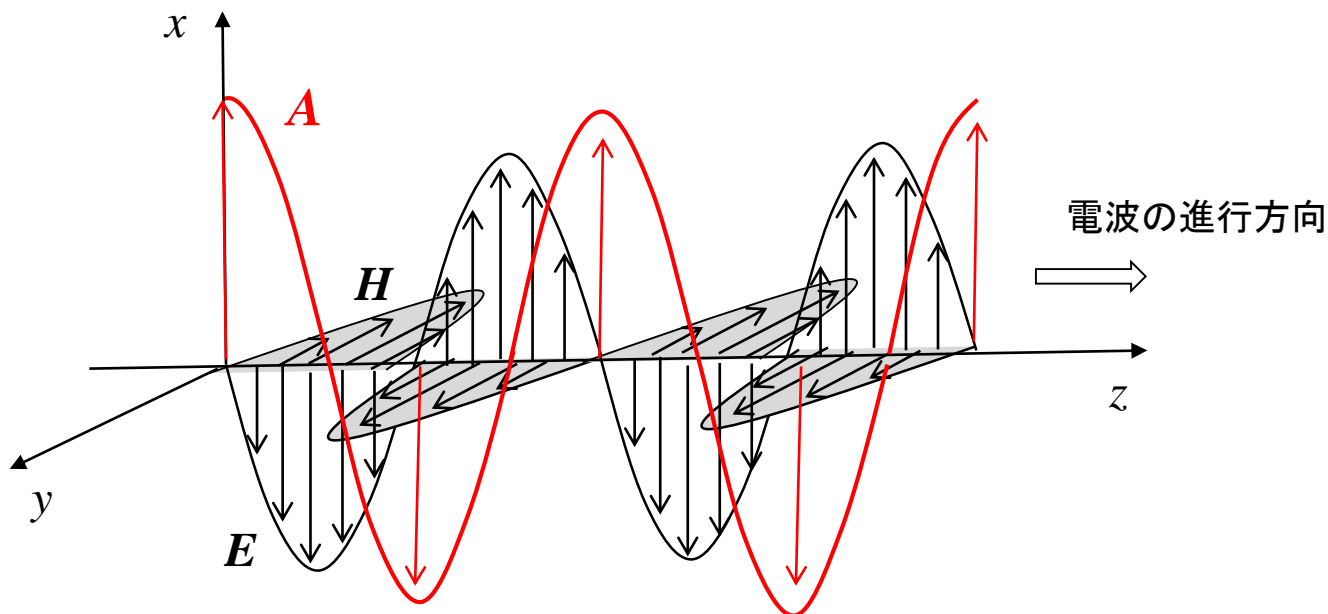
$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A}$$



$$A_x = A_0 \cos(\omega t - kz)$$

$$E_x = \omega A_0 \sin(\omega t - kz)$$

$$H_y = \frac{k}{\mu_0} A_0 \sin(\omega t - kz) = \frac{1}{Z_0} E_x$$



電磁波伝搬の描像(異なる見方をすると)

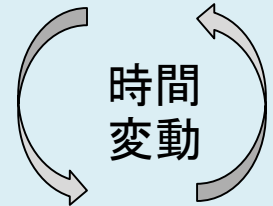
電界と磁界が技を掛け合う形

$$u_E = DE / 2$$

電束密度 D
電界 E

変位電流

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$



電磁誘導

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

磁束密度 B
磁界 H

$$u_M = BH / 2$$

ベクトルポテンシャル視点

時間微分

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

電束密度 D
電界 E

ベクトル
ポテンシャル
 A

$$u_A = i_d A$$

$$= u_E + u_M$$

空間微分
(回転)

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

磁束密度 B
磁界 H

(u_E, u_M, u_A はそれぞれの成分のエネルギー密度)

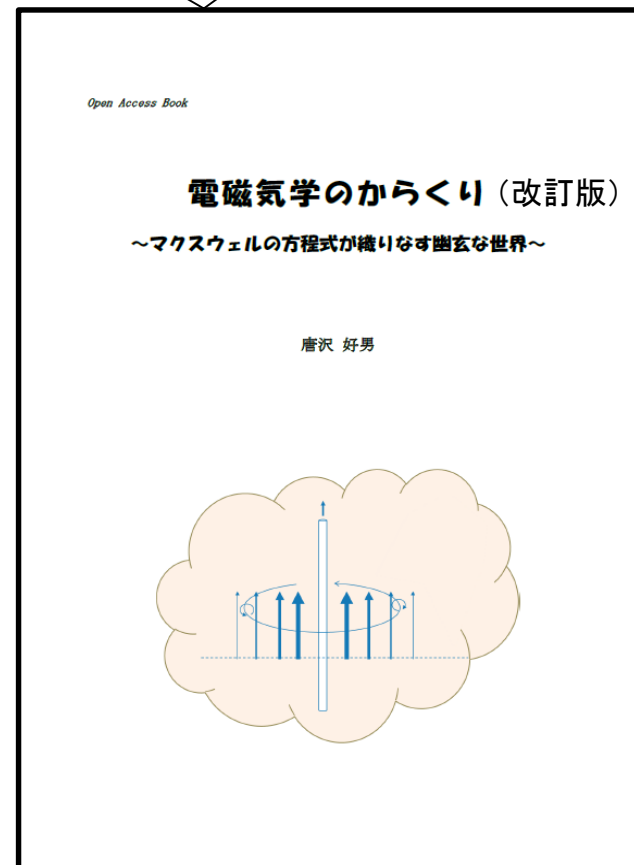
この例に限らず、電磁気学には不思議がいっぱい

電磁気学はマクスウェルの方程式を構成する4つの法則ががちりスクラムを組んで、綻びのない理論体系を作り上げている。

ニュートン力学が絶対視されていた19世紀、慣性系座標変換の規範となっていたガリレイ変換をマクスウェルの方程式に適用すると、厳密には成立しない問題があった。そのため、電磁気学は、当時、近似の理論と見なされていた。アインシュタインはこの点に着目し、電磁気学の方に真実があることを見抜き、ニュートン力学を近似理論とする特殊相対性理論を作り上げた。

電磁気学の諸法則は、ローレンツ変換に対して不変の性質を具備し、20世紀に吹き荒れた力学の大革命（相対性理論）の嵐を無傷で乗り切ることができた。

- 4章 電磁ポテンシャル
- 5章 近接作用で見る電磁誘導の法則
- 6章 電磁気学と相対論
- 7章 電磁波



(Open Access Book: ネット公開)



http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR-YK-061_EM_Wonderland.pdf

Part 2: アレーアンテナの利得について

素子間隔が接近すると利得はどうか？

スーパーゲインアンテナになる？

Part 2: 講義の内容

- ① 近接素子配置におけるアレーアンテナの利得についての不思議
- ② 理論解析が可能な半波長ダイポールアレーの場合
- ③ アレーファクタを前提とするアレーアンテナの最大利得
 - ・利得最大化問題は固有値問題
 - ・ダイポールアレーの場合
 - ・スーパーゲインアンテナとしてのエンドファイアアレー

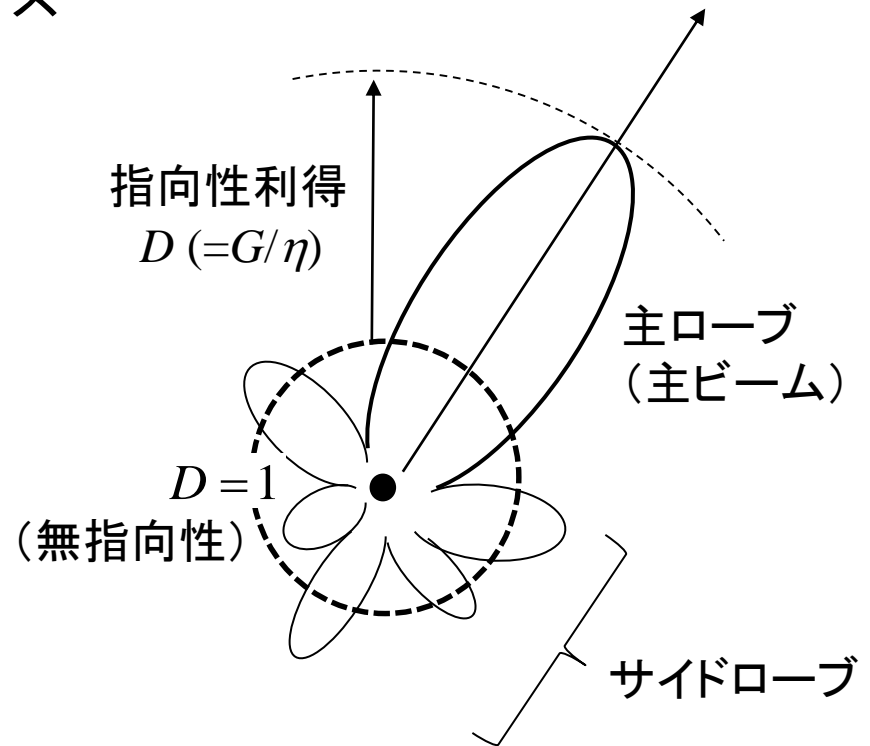
アンテナとは

無線装置の電気信号を空間に電波の形で放出する(送信アンテナ)
到来する電波を取り込んで電気信号に変え、無線装置に送る(受信アンテナ)

無線装置と空間を結ぶインターフェース

アンテナの利得

遠方地点において、全方向に
均一に放射するアンテナ(無指
向性アンテナ)の電力強度と
実際の強度との比

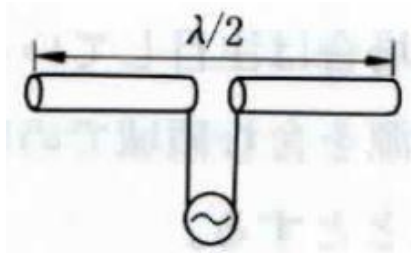


アンテナの基本的な性質

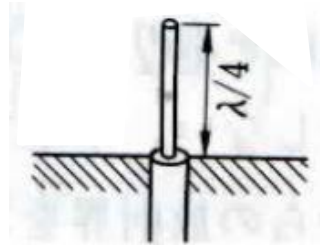
アンテナを送信アンテナとして使うときの利得(送信利得)と受信アンテナとして
使うときの利得は同じ(アンテナの送受信の可逆性)

アンテナの例

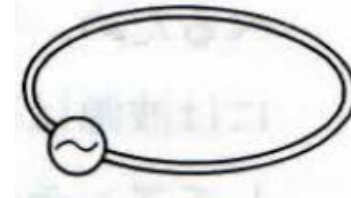
(各アンテナ名の後にアンテナがつく:例:パラボラアンテナ)



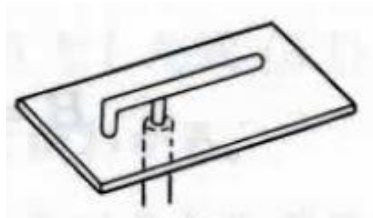
半波長ダイポール



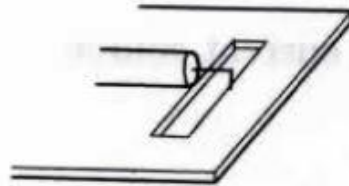
モノポール



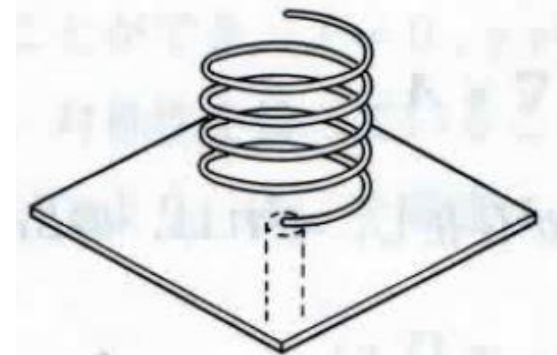
ループ



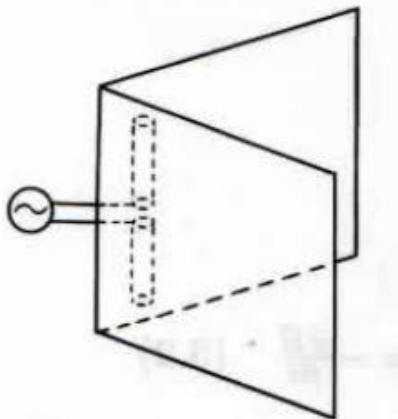
逆F



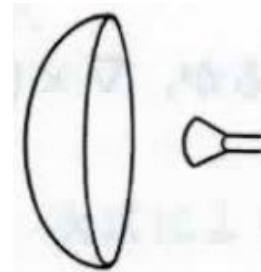
スロット



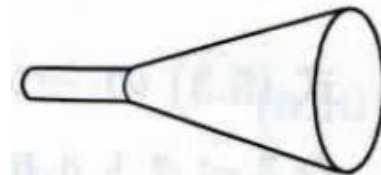
ヘリカル



コーナリフレクタ



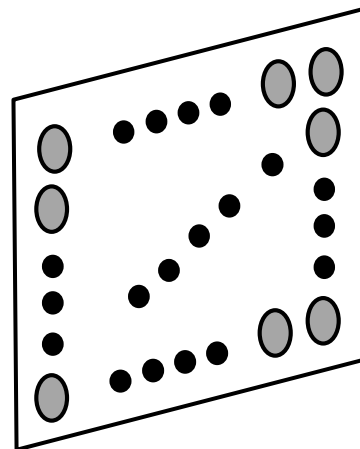
パラボラ



ホーン

アレーアンテナ(配列アンテナ)

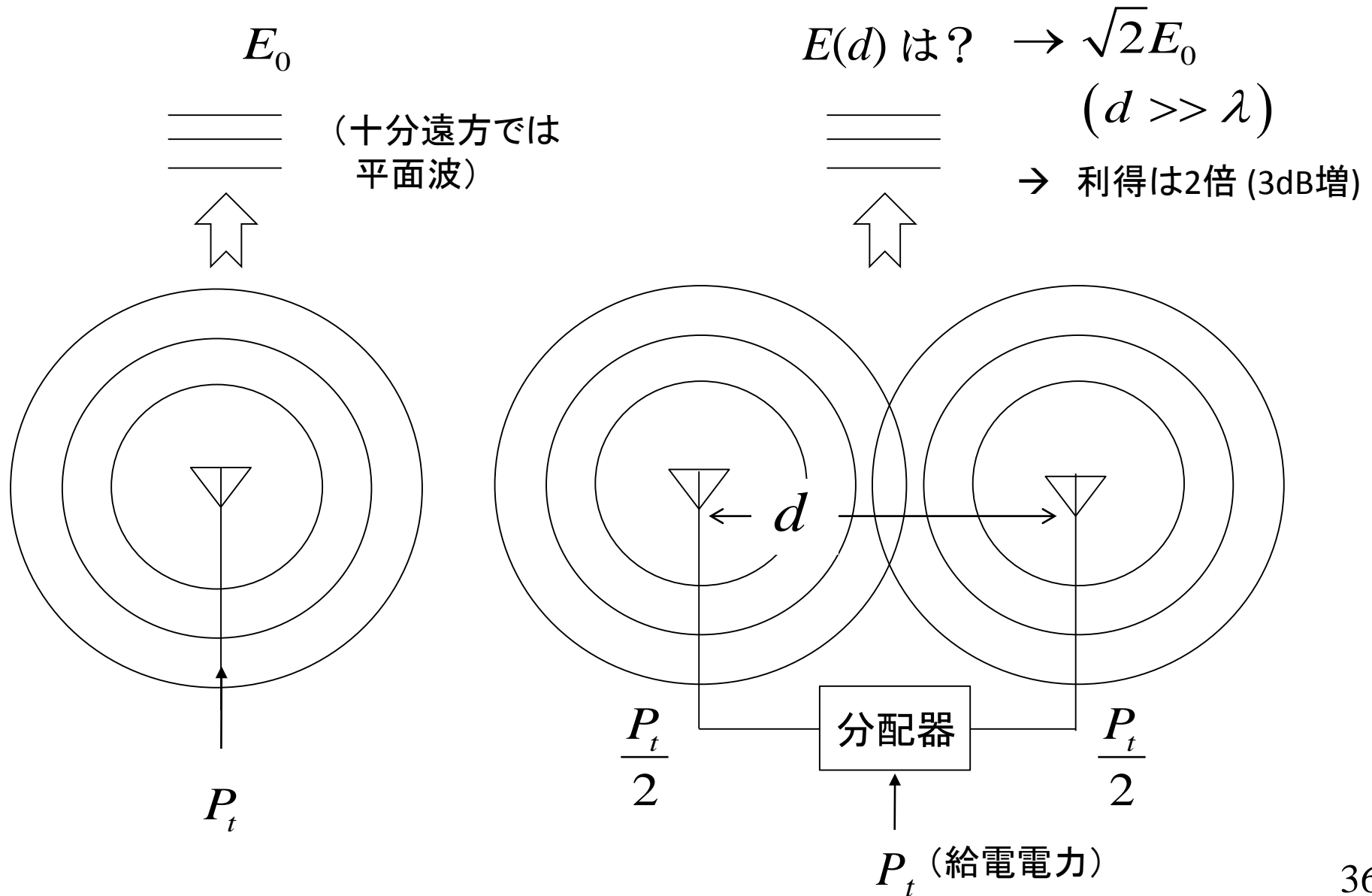
- ・複数の素子アンテナで構成されるアンテナ
- ・素子アンテナ個々の信号を合成または処理して、高度な機能を実現する



アレーアンテナの特徴・機能

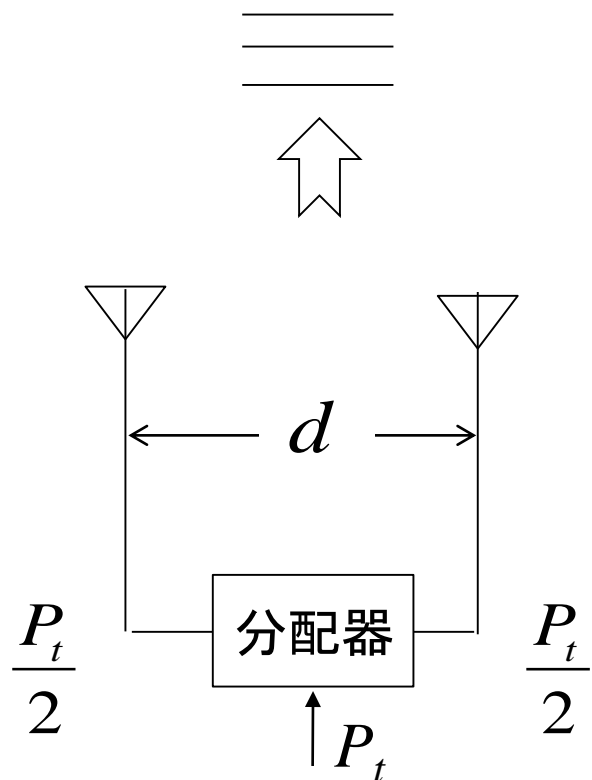
- ・アンテナを平面で構成できる(平面アンテナ)
- ・素子の位相等を制御してビーム方向を電氣的に変えることができる(フェーズドアレー)
- ・信号強度の劣化を防ぐ(スペースダイバーシティ)
- ・環境に適応して干渉信号を除去できる(アダプティブアレー)
- ・素子アンテナごとの信号を処理して電波の到来方向を高分解能で推定できる(MUSIC法、ESPRIT法)
- ・MIMO構成(送受信アレー)により、通信路容量を上げることができる

アレーアンテナの利得(送信利得): 素子間隔が狭くなると



アレーアンテナの利得(送信利得): 素子間隔が狭くなると

$d \ll \lambda$ のとき 利得は?



前提条件

- ① 2素子の同相給電アンテナ(送信)
- ② 素子アンテナは無指向性アンテナ
- ③ アレー素子間の結合は無い

↓
正面方向利得は、距離に依存せず 2 (=3dBi)

↓
 $d \rightarrow 0$ の極限では、全方向に対して、利得 2

↓
アンテナ利得の定義に矛盾する
(エネルギー保存則が崩れる)

指向性アンテナ利得： 定義

$$D(\theta, \phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{|E(r, \theta, \phi)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E(r, \theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi} \right)$$

2素子アレー(無指向性アンテナ)

カップリングが無ければ

$$E(\theta, \phi) \propto 1 + \exp(jkd \sin \theta \cos \phi) \quad (k: \text{電波の波数。} 2\pi/\lambda)$$

でも、利得は

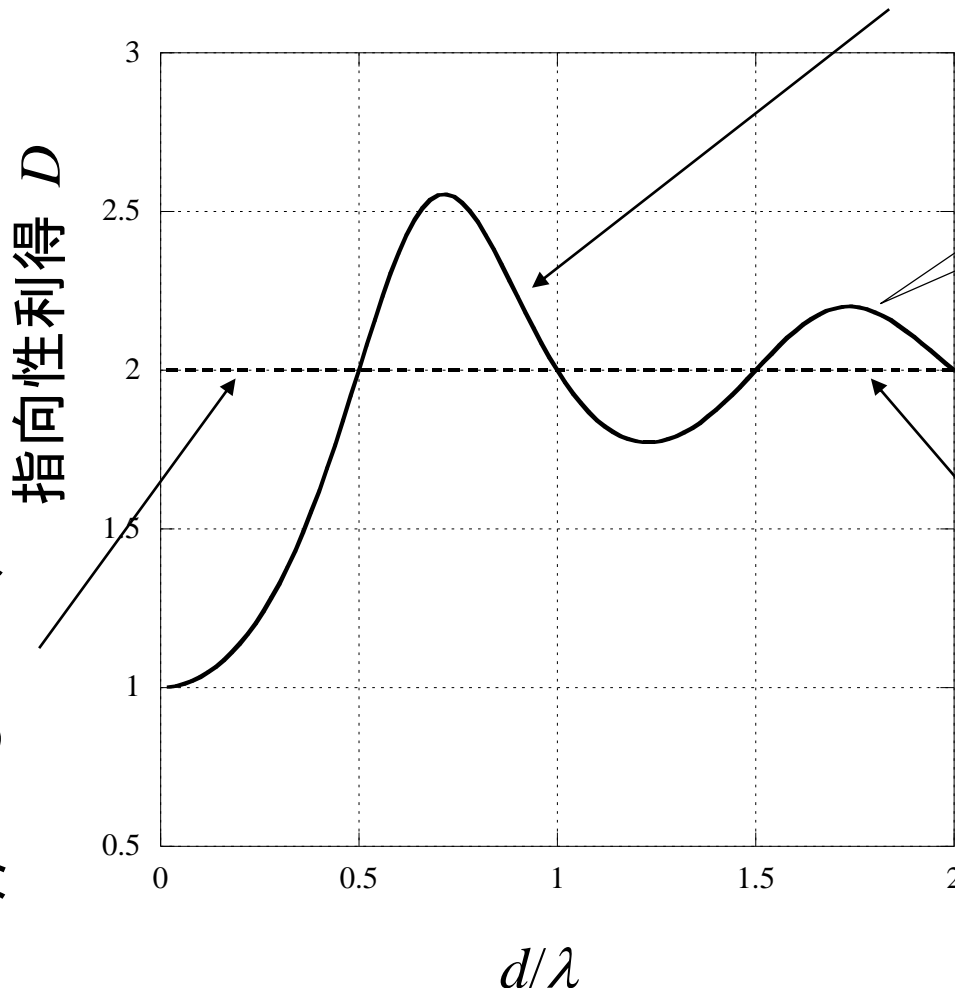
$$D(\theta, \phi) = \frac{2 \cos^2 \left(\frac{kd}{2} \sin \theta \cos \phi \right)}{1 + \frac{\sin(kd)}{kd}}$$

$d \rightarrow 0$ では $D \rightarrow 1$ (矛盾は解消されている)

無指向性アンテナの正面方向利得

アンテナ利得の定義式

$$D(\theta, \phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{|E(r, \theta, \phi)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E(r, \theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi} \right)$$

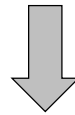


この算定なら正しいのか？

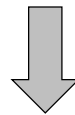
アンテナ結合無し

間隔d=0では、どの方向でもD=2。供給電力の倍の電力が空間に放出されることになり、不合理

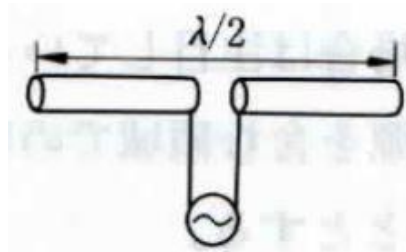
無指向性アンテナは実体の無い空想上のアンテナ



具体的に解析しようが無く、これ以上議論が進まない



理論的な特性が分かっている半波長ダイポールアンテナで考えてみよう



半波長ダイポールアンテナ素子アレーの場合（理論解析が可能）

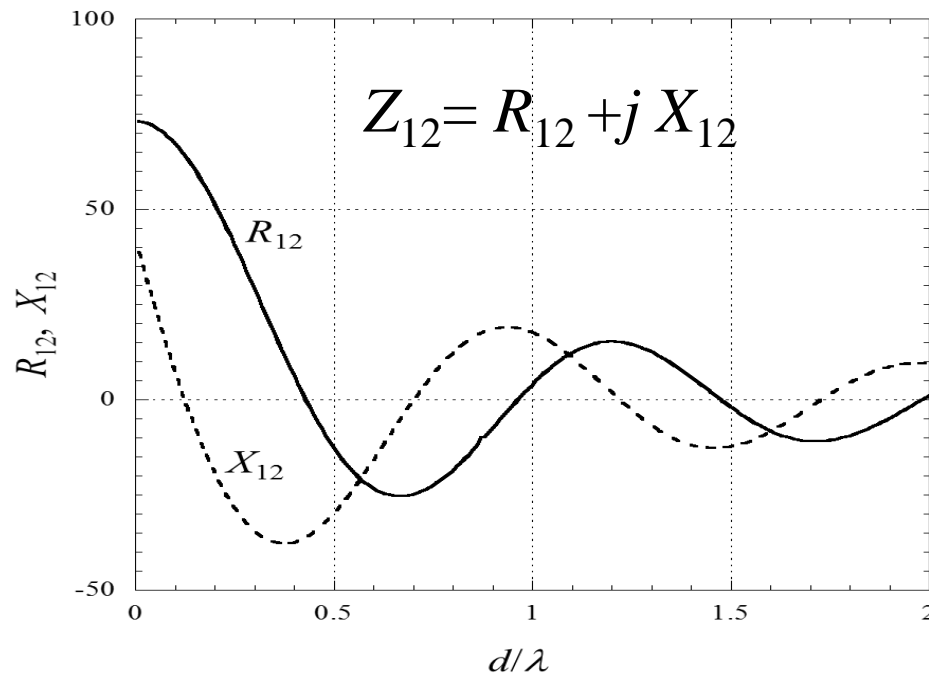
半波長ダイポールアンテナ単体の基本特性

電流分布
$$I = I_0 \sin k \left(\frac{\lambda}{4} - |z| \right) \quad \left(0 < |z| \leq \frac{\lambda}{4} \right)$$

指向性(電界次元)
$$E_\theta = j60I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos\theta\right)}{\sin\theta}$$

アンテナインピーダンス
$$Z (= R_{11} + jX_{11}) = 73.13 + j42.55 \text{ } [\Omega]$$

相互インピーダンス
(素子間隔接近時の)



遠方での受信強度の算定

マクスウェルの方程式により

アンテナに流れる電流(I_0) → 受信点におけるベクトルポテンシャル(A)
→ 受信点における磁界(H) → 受信点における電界(E)

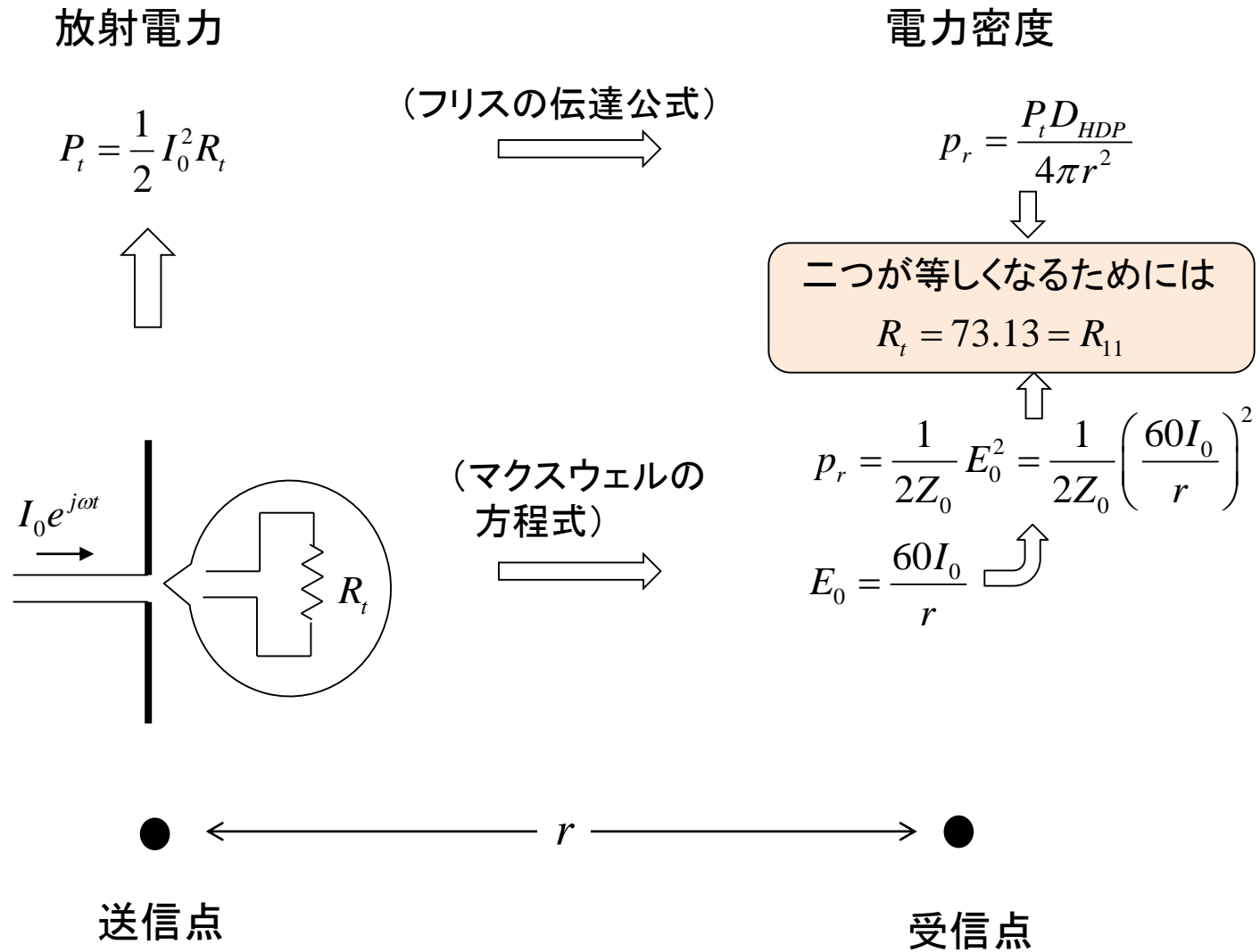
これらは比例関係($E \propto H \propto A \propto I_0$)

受信点での電力密度(p_r)は、電界強度の2乗に比例するので、アンテナ電流の2乗に比例する

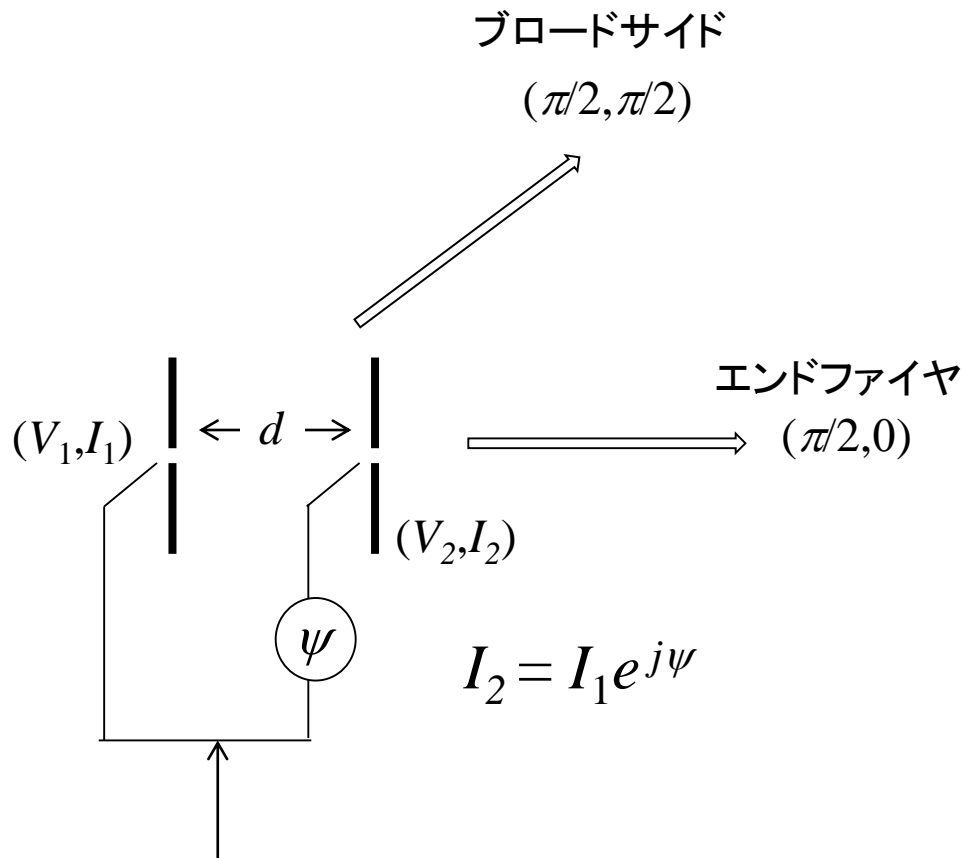
→ アンテナへの供給電力($P_t = I_0^2 R_{11} / 2$)が一定であれば、アンテナの電流の2乗値はアンテナ抵抗 R_{11} に反比例する

ゆえに、アンテナへの供給電力が一定であれば、受信点での電力密度は、アンテナ抵抗に反比例する

送信点の物理量 ($I_0, R_t (=R_{11}), P_t$) と受信点の物理量 (p_r, E) の関係



2素子半波長ダイポールアレー

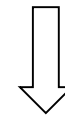


入力電圧と電流の関係

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12}(d) I_2$$

$$V_2 = Z_{21}(d) I_1 + Z_{22} I_2$$

(ただし、 $Z_{21} = Z_{12}, Z_{22} = Z_{11}$)



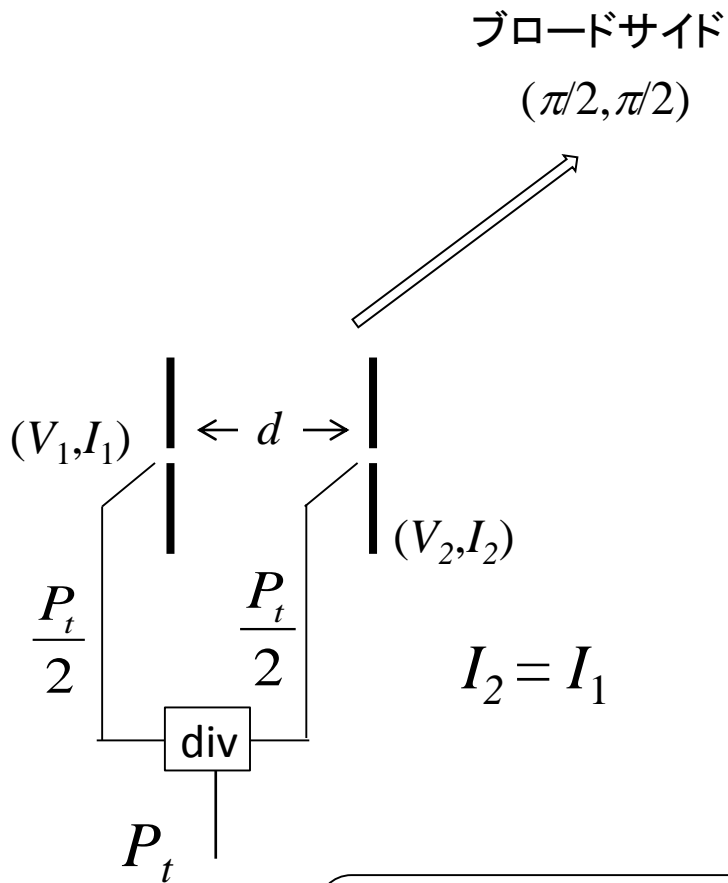
空間への放射電力

$$P_t = \{ R_{11} + \cos \psi R_{12}(d) \} I_1^2$$

(導出の詳細は下記に)

http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR_YK_063_Array_Antenna_Gain.pdf

2素子半波長ダイポールアレー: 同相給電の場合



入力電圧と電流の関係

$$V_1 = V_2 = (Z_{11} + Z_{12}(d)) I_1$$



空間への放射電力

$$P_t = \{R_{11} + R_{12}(d)\} I_1^2$$



放射電力は d の変化に対して一定を保つので

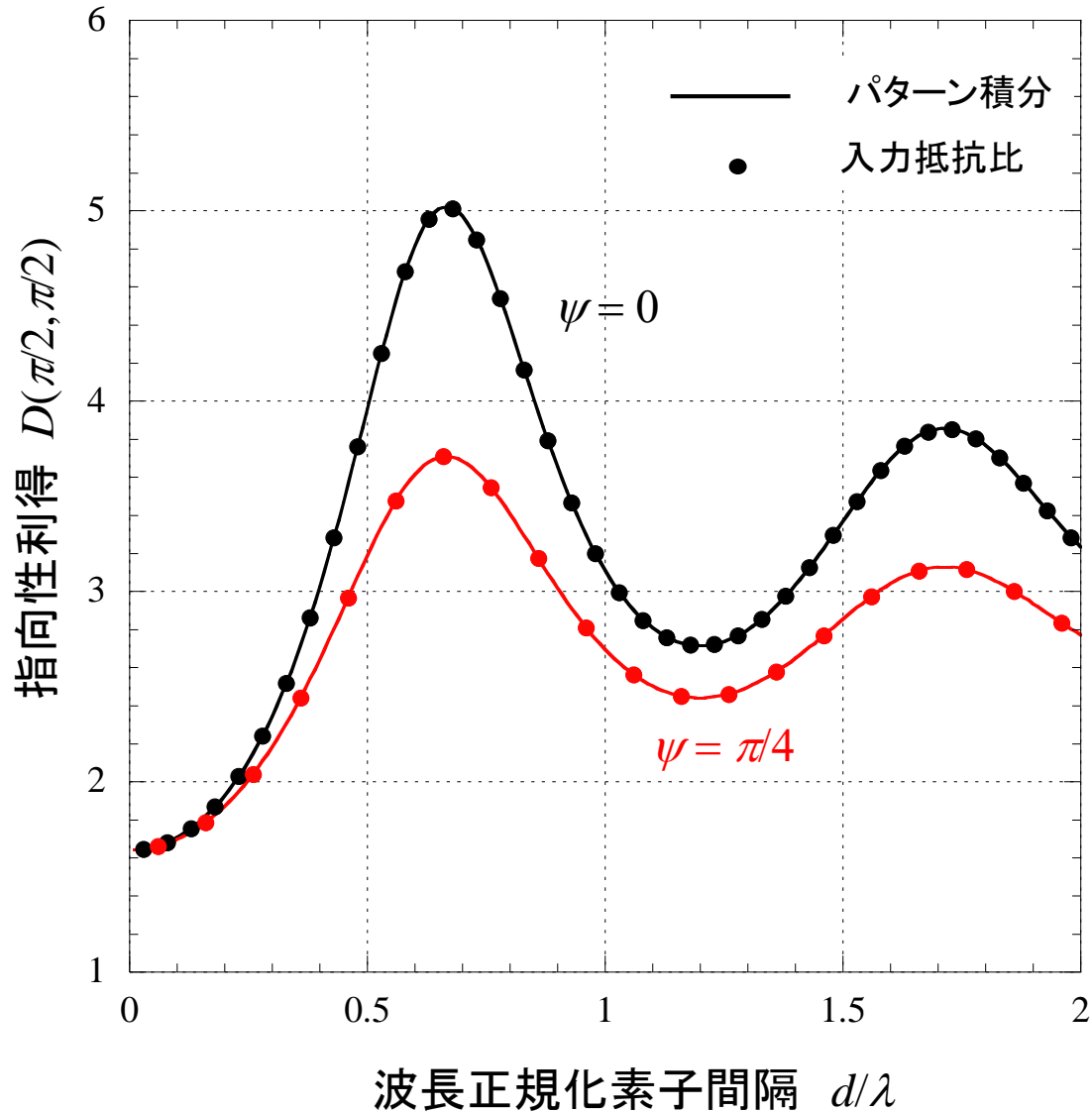
$$\{R_{11} + R_{12}(d)\} \{I_1(d)\}^2 = R_{11} \{I_1(0)\}^2$$



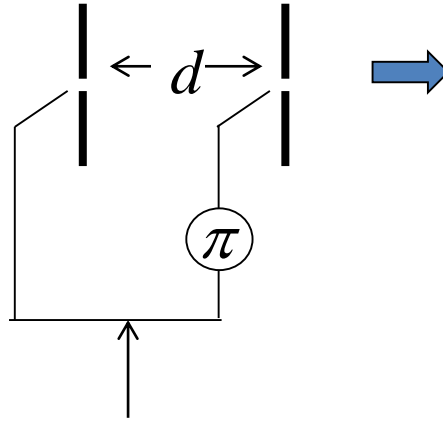
$$\frac{\{I_1(d)\}^2}{\{I_1(0)\}^2} = \frac{R_{12}(d)}{R_{11} + R_{12}(d)} = \frac{D(d)}{D(0)}$$

抵抗比は
受信電力の比であり
アンテナ利得の比でもある

2素子半波長ダイポールブロードサイドアレーの利得 (パターン計算 vs 入力抵抗比計算)



2素子半波長ダイポールアレー: 逆相給電エンドファイヤアレー



$$R_{in1} = R_{in2} = R_{11} - R_{12}(d)$$

(入力抵抗が下がる)

入力抵抗値から算定する指向性利得

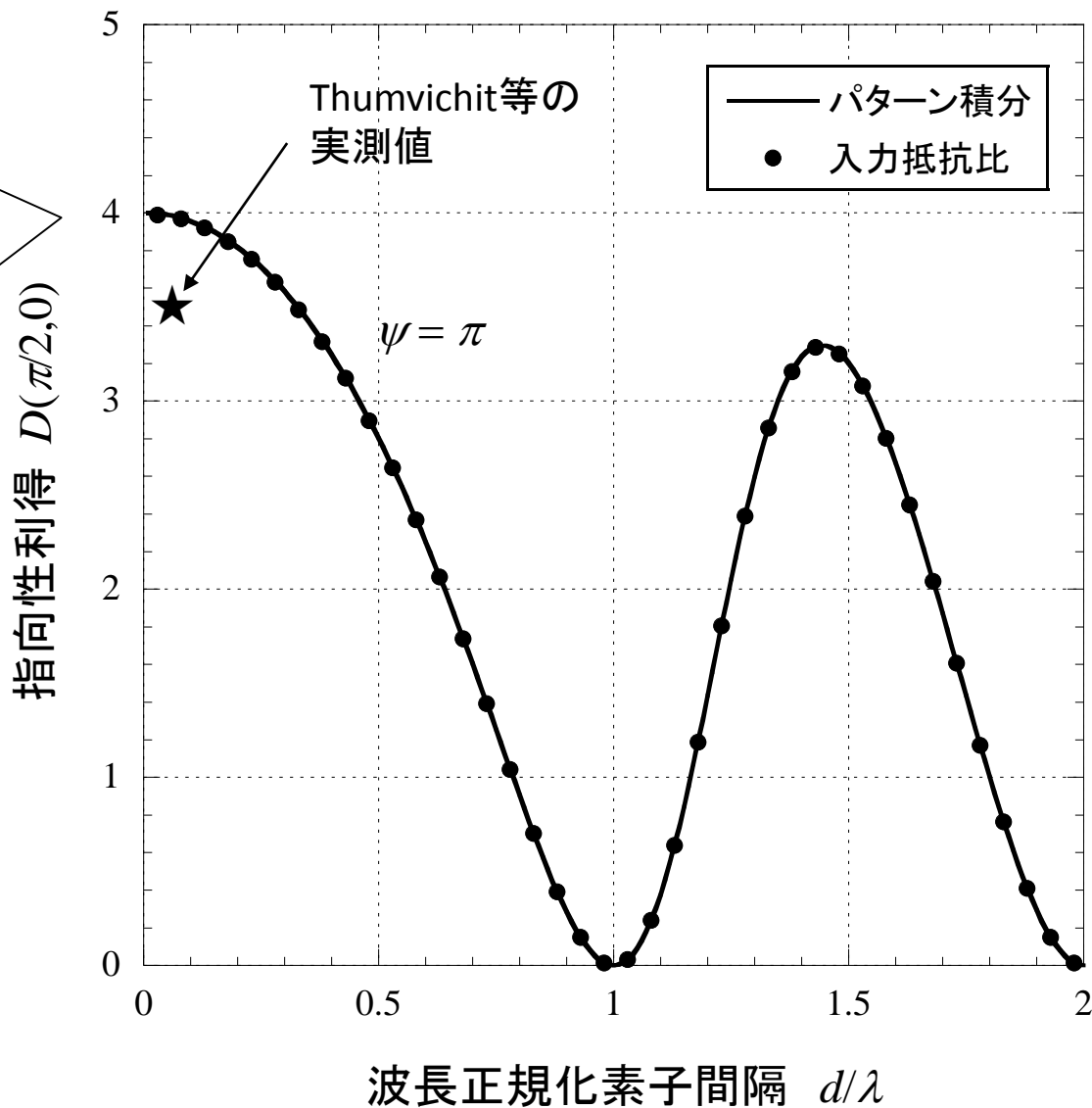
$$D\left(\frac{\pi}{2}, 0; d, \pi\right) = 2 \frac{R_{11}}{R_{11} - R_{12}(d)} \sin^2\left(\frac{kd}{2}\right) D_{HDP}$$

$$D_{HDP} = 1.64$$

2素子半波長ダイポールアレー: 逆相給電エンドファイヤアレー

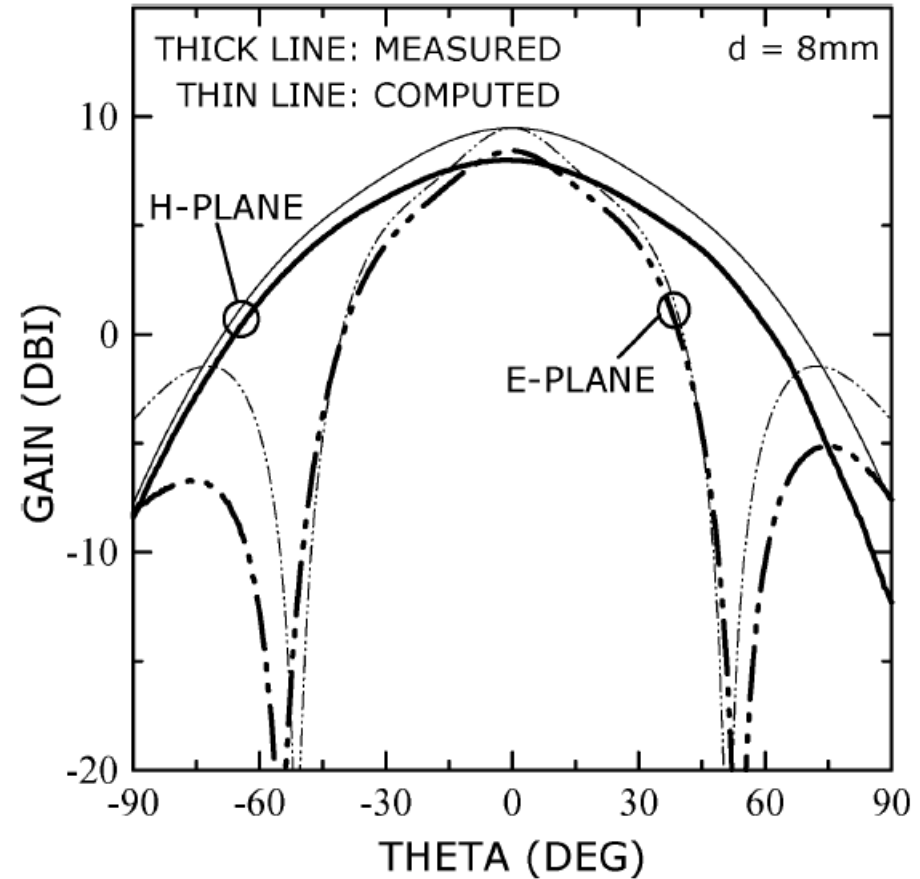
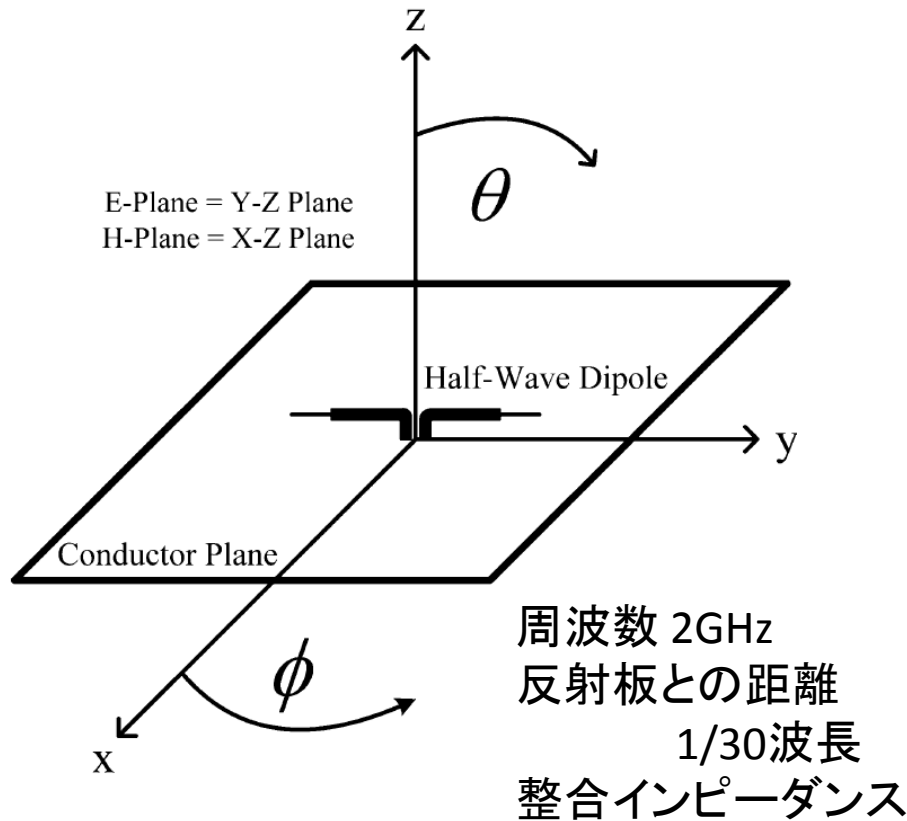
逆相で給電しているので、 $d \rightarrow 0$ では放射界も逆相に近づき利得が下がりそうだが、逆に上がっている

このメカニズムを考えてほしい



反射板上に近接させた半波長ダイポールアンテナの特性測定実験の例(2素子逆相給電に対応)

(実測利得: 8.4 dBi)



出典: Thumvichit, Takano他, IEEE Trans. AP, vol. 55, no. 1, 2007

ここまでのまとめ

最初に述べた不可思議は、以下のように考えることで解ける

- ① アンテナ間隔を近づけると、素子アンテナ同士が相互結合しアンテナの入力インピーダンスが変化する。(同相給電の場合は、 $d \rightarrow 0$ で、インピーダンスの抵抗分は2倍に近づく)
- ② アンテナへの供給電力を一定とし、そのすべてが放射されるとすると、アンテナに流れる電流は、インピーダンスの変化に応じて変化する。(同相給電の場合は、 $d \rightarrow 0$ で、電流の大きさは $1/\sqrt{2}$ 倍に近づく)
- ③ 受信点での電界強度は、アンテナに流れる電流の大きさに比例する。(同相給電の場合は、 $d \rightarrow 0$ で、電界強度は $1/\sqrt{2}$ 倍)
- ④ ゆえに、結合が無いときのアンテナ利得が $2D_{HDP}$ ($=3.28$)であるのに対して、間隔 d を0に近づけてゆくと電界強度の二乗に比例して変化し、 $d \neq 0$ 付近においては、素子単体の利得である D_{HDP} ($=1.64$)に漸近する
- ⑤ この結果は、素子パターンは変化しないという仮定で求められる利得の計算式(アレーファクタを用いた利得計算式(パターン積分式))の結果と完全に一致する。

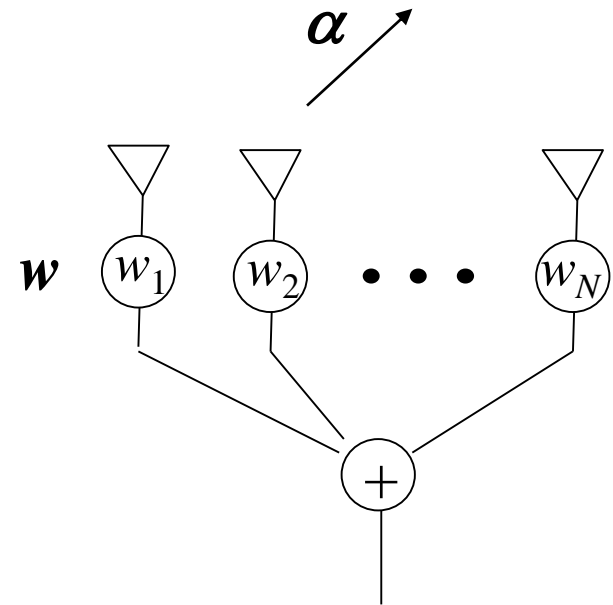
アレーアンテナの電界放射パターン

素子間隔が狭い場合でも使える一般的な式

$$E(\theta, \phi) = \underbrace{f(\theta, \phi)}_{\text{素子パターン}} \mathbf{w}^T \underbrace{\mathbf{v}(\theta, \phi)}_{\text{アレーファクタ}}$$

素子パターン

× アレーファクタ



アレー応答ベクトル

$$\mathbf{v} \equiv (v_1 \quad v_2 \quad \cdots \quad v_N)^T$$

$$v_i = \exp(j\varphi_i)$$

$$\varphi_i = kx_i \mathbf{i} \cdot \boldsymbol{\alpha} = kx_i \sin \theta \cos \phi$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \sin \theta \cos \phi \mathbf{i} + \sin \theta \sin \phi \mathbf{j} + \cos \theta \mathbf{k}$$

アンテナウェイトベクトル

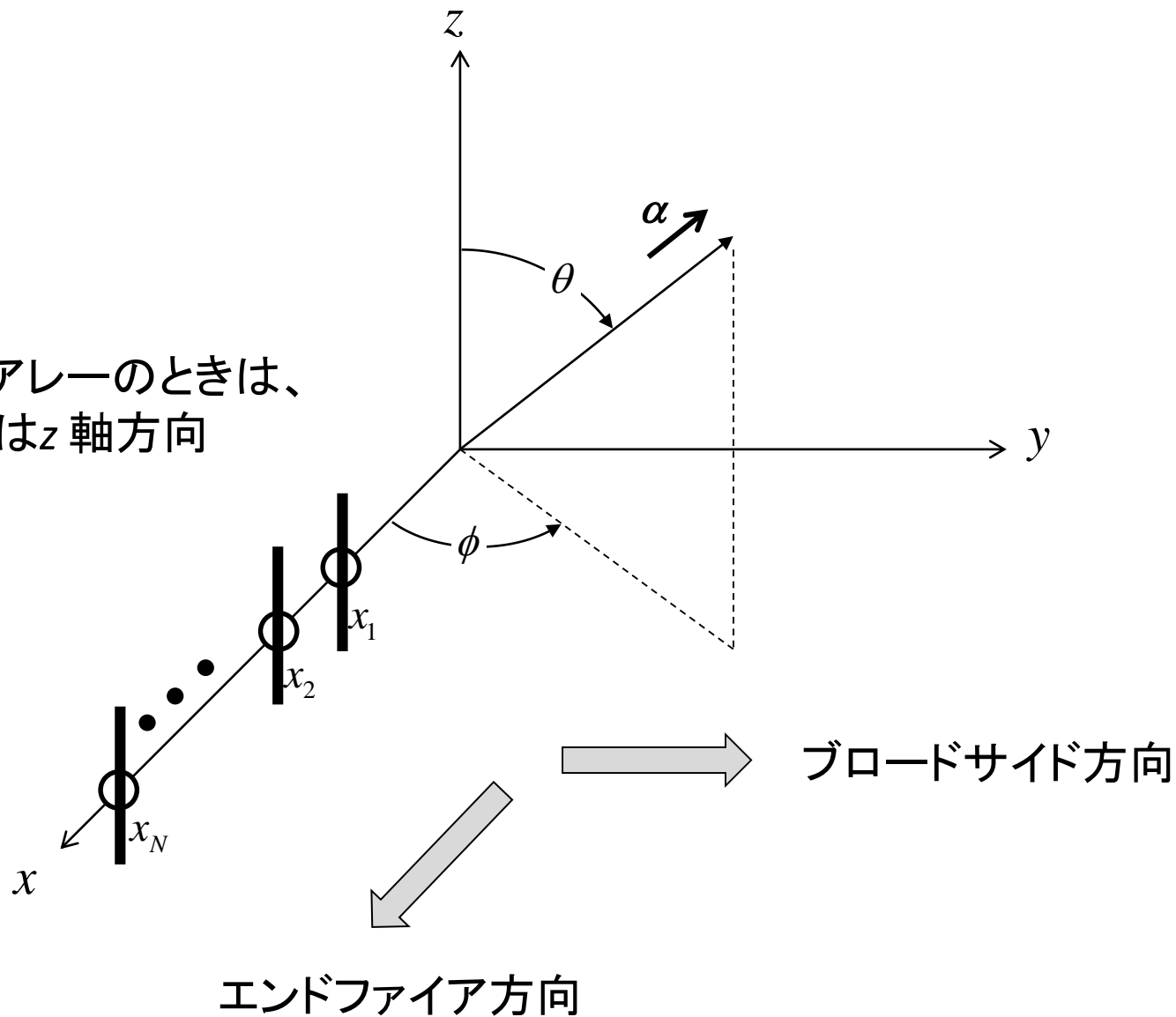
$$\mathbf{w} \equiv (w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_N)^T$$

$$\|\mathbf{w}\| \equiv \sqrt{\mathbf{w}^H \mathbf{w}} = 1$$

以降では、この式前提で、アレーアンテナの最大利得を求める

アレーアンテナの指向性利得：座標系

ダイポールアレーのときは、
素子の向きはz軸方向



アレーアンテナの指向性利得 $D(\theta_0, \phi_0)$

$$D(\theta_0, \phi_0) = \frac{|f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{w}^T \mathbf{v}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{v}^H(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |f(\theta, \phi)|^2 \mathbf{w}^T \mathbf{v}(\theta, \phi) \mathbf{v}^H(\theta, \phi) \mathbf{w}^* \sin \theta d\theta d\phi}$$

$$= \frac{|f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{w}^T \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*}{\mathbf{w}^T \mathbf{B} \mathbf{w}^*}$$

$$\mathbf{A}(\theta, \phi) \equiv \mathbf{v}(\theta, \phi) \mathbf{v}^H(\theta, \phi) \equiv \{a_{lm}\}$$

$$a_{lm} = \exp\left[jk(x_l - x_m) \sin \theta \cos \phi \right]$$

$$\mathbf{B} \equiv \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |f(\theta, \phi)|^2 \mathbf{A}(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \equiv$$

$$\begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} & \cdots & b_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{l1} & \cdots & b_{lm} & \cdots & b_{lN} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N1} & \cdots & b_{Nm} & \cdots & b_{NN} \end{pmatrix}$$

この2重積分が解けるかどうかは鍵になる

$$b_{lm} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |f(\theta, \phi)|^2 \times \exp\left[jk(x_l - x_m) \sin \theta \cos \phi \right] \sin \theta d\theta d\phi$$

アレーアンテナ解析では

素子アンテナの電力放射パターン

$$b_{lm} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |f(\theta, \phi)|^2 \times \exp[jk(x_l - x_m) \sin \theta \cos \phi] \sin \theta d\theta d\phi$$

素子アンテナ l と m とのパターン相関 (のイメージ)

3次元空間から到来するマルチパス環境における空間相関では

マルチパス到来波の平均電力角度プロファイル

$$\rho(\Delta x) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \Omega(\theta, \phi) \exp(jk \Delta x \sin \theta \cos \phi) \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \Omega(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}$$

距離差 Δx の空間相関

電波伝搬の研究とのつながりがある

→ 伝搬研究で導かれた式をこの問題に流用できる

2重積分で与えられる b_{lm} が閉形式で表される場合

無指向性アンテナ ($|f(\theta, \phi)|^2=1$) については

$$b_{lm} = \frac{\sin(kx_{lm})}{kx_{lm}} \quad x_{lm} \equiv x_l - x_m$$

電力パターンが $|f(\theta, \phi)|^2 = \sin^n \theta$ のアンテナについては

$$b_{lm} = {}_1F_2\left(\frac{n+2}{2}; 1, \frac{n+3}{2}; -\frac{(kx_{lm})^2}{4}\right) / D_0(n)$$

素子アンテナの
ピーク方向の利得

$$D_0(n) = \frac{2\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)}$$

(Wang等, IEEE AWPL, 2012)

$n=2$ (微小ダイポールアンテナ) では

$$b_{lm} = \frac{3}{2} \left\{ \frac{\sin(kx_{lm})}{kx_{lm}} \left(1 - \frac{1}{(kx_{lm})^2} \right) + \frac{\cos(kx_{lm})}{(kx_{lm})^2} \right\} / 1.5$$

(Doncker, Proc. Electromag. Res. 2003)

半波長ダイポールアンテナでは

$$b_{lm} \approx \frac{3}{2} \left\{ \frac{\sin(kx_{lm})}{kx_{lm}} \left(1 - \frac{1}{(kx_{lm})^2} \right) + \frac{\cos(kx_{lm})}{(kx_{lm})^2} \right\} / 1.64$$

このスライドの
式の根拠は
TR-YK-063に

ウェイトを最適に制御して得られる最大利得 $D_{max}(\theta_0, \phi_0)$

(理論は M. T. Maの本(1974)に)

$$D(\theta_0, \phi_0) = \frac{|f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{w}^T \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*}{\mathbf{w}^T \mathbf{B} \mathbf{w}^*}$$

$$\rightarrow \mathbf{w}^T \mathbf{B} \mathbf{w}^* D(\theta_0, \phi_0) = |f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{w}^T \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*$$

$$\rightarrow \mathbf{B} \mathbf{w}^* D(\theta_0, \phi_0) = |f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*$$

$$\rightarrow D(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^* = |f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{w}^*$$

$\mathbf{R} \mathbf{e} = \lambda \mathbf{e}$ の固有値問題になる

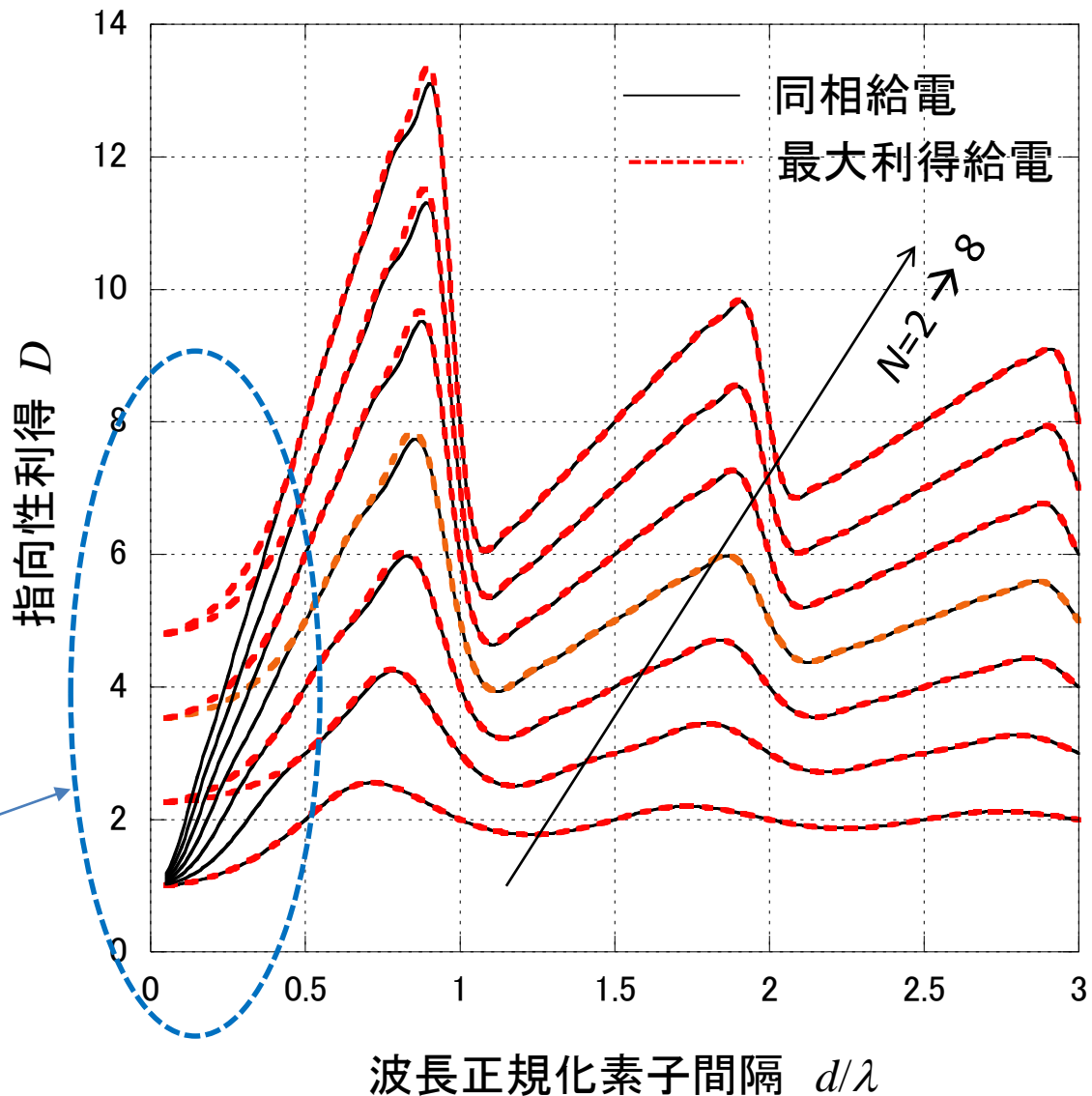
$$\mathbf{R} = |f(\theta_0, \phi_0)|^2 \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}(\theta_0, \phi_0)$$

$$\lambda = D(\theta_0, \phi_0), \quad \mathbf{e} = \mathbf{w}^*$$

これより、利得の最大値とそれを実現するウェイトは

$$D_{\max} = \lambda_{\max}, \quad \mathbf{w}_{opt} = (\mathbf{e}_{\max})^*$$

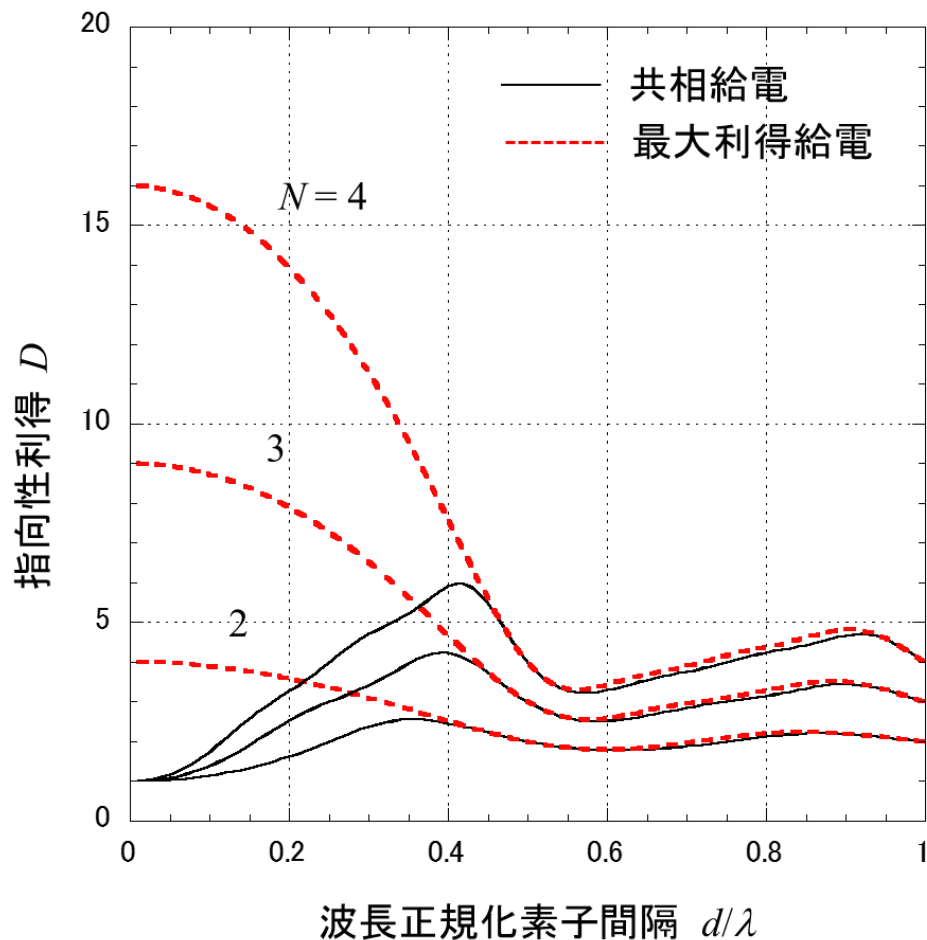
無指向性アンテナアレー ($N=2\sim 8$): ブロードサイド方向の利得



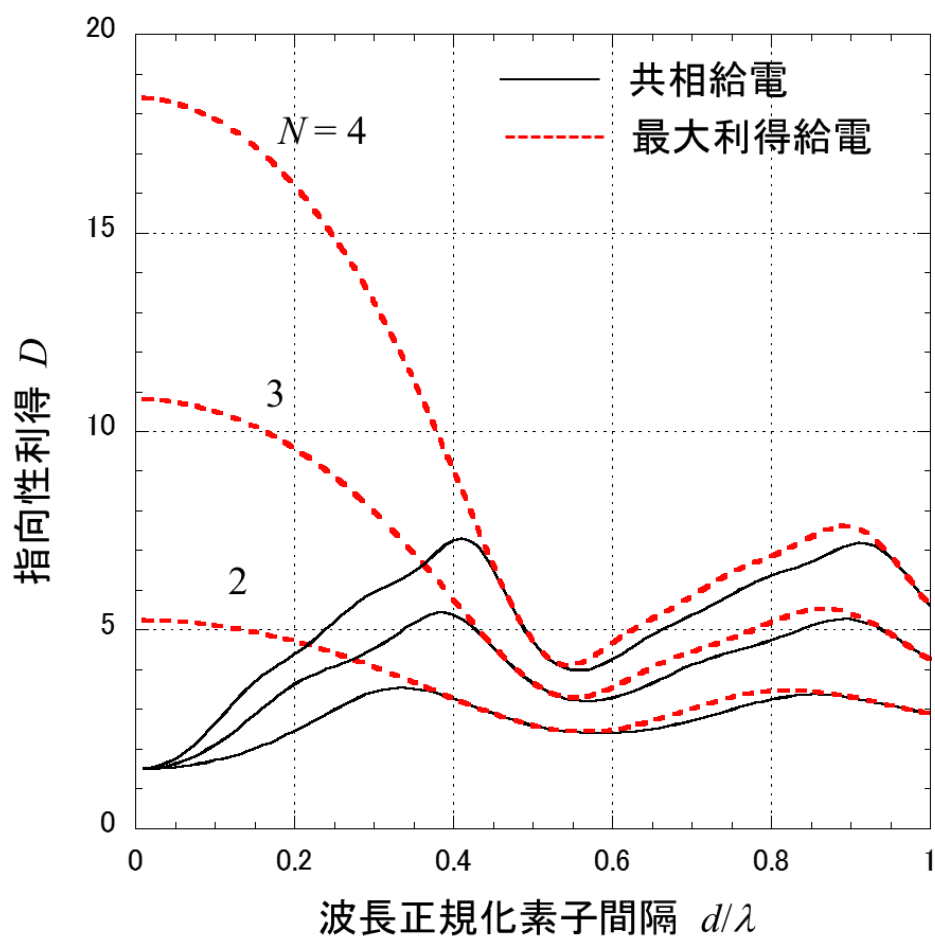
最適化の効果は $d/\lambda < 0.5$ に現れるが、利得が大きく低下する部分を、わずかに持ち上げるのみであるため、実用的メリットは小さい

エンドファイアアレー ($N=2, 3, 4$) の利得の素子間隔依存性

【無指向性アレー】



【微小ダイポールアレー】

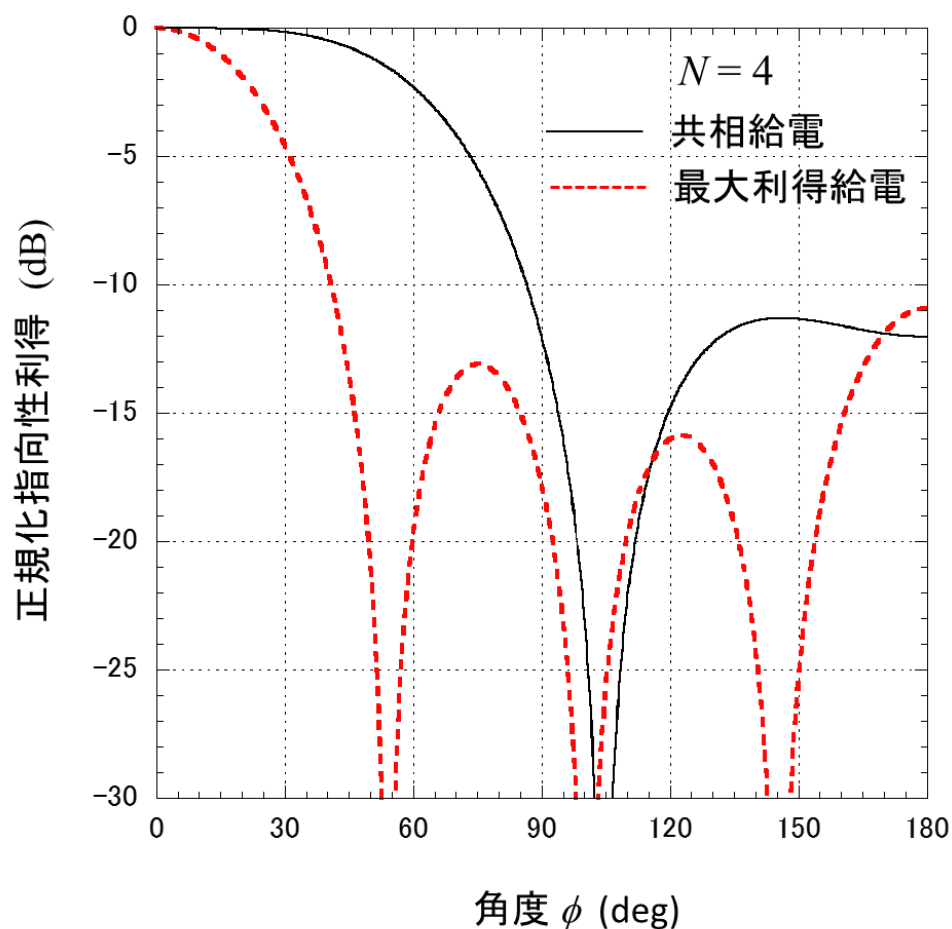
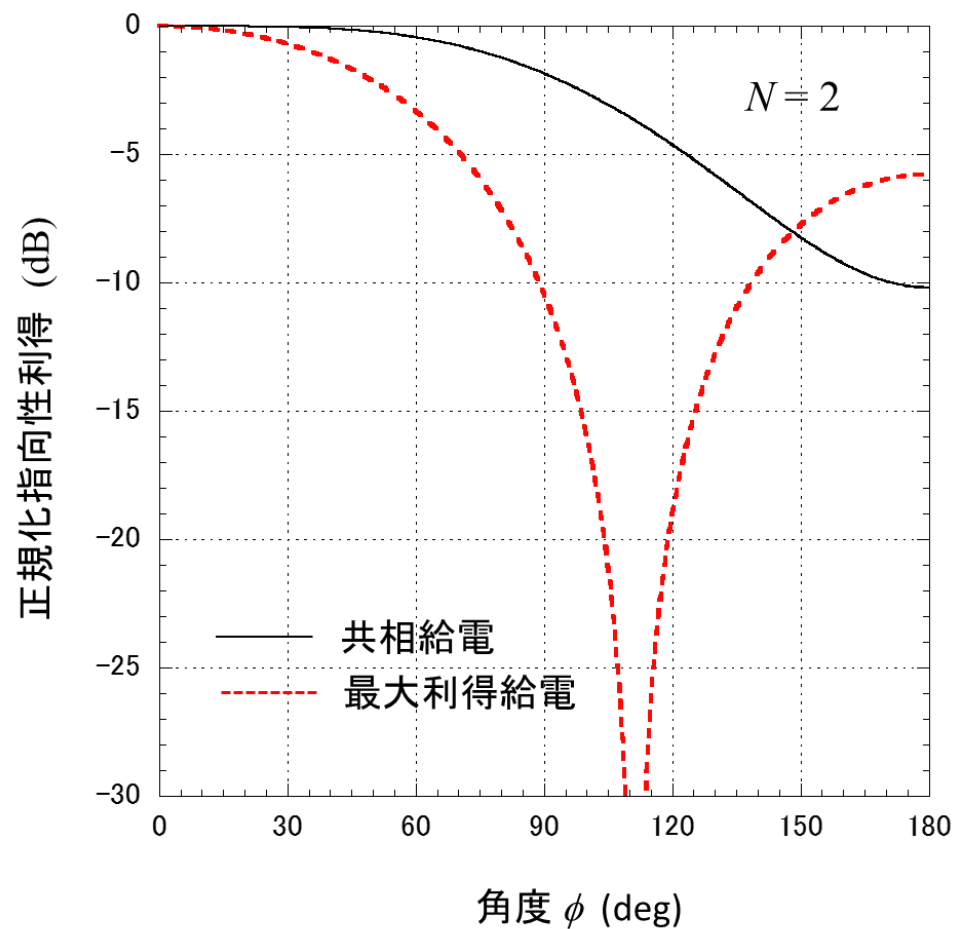


エンドファイアアレーでは、 $d/\lambda < 0.3$ に利得最大化の効果が大きい
 (スーパーゲインアンテナの働き。整合給電の難しさ、狭帯域化などのデメリットも) 58

微小ダイポールアンテナエンドファイアレーのアンテナパターン (共相給電 vs 最大利得給電: アンテナ間隔 0.2波長)

【2素子アレー】

【4素子アレー】

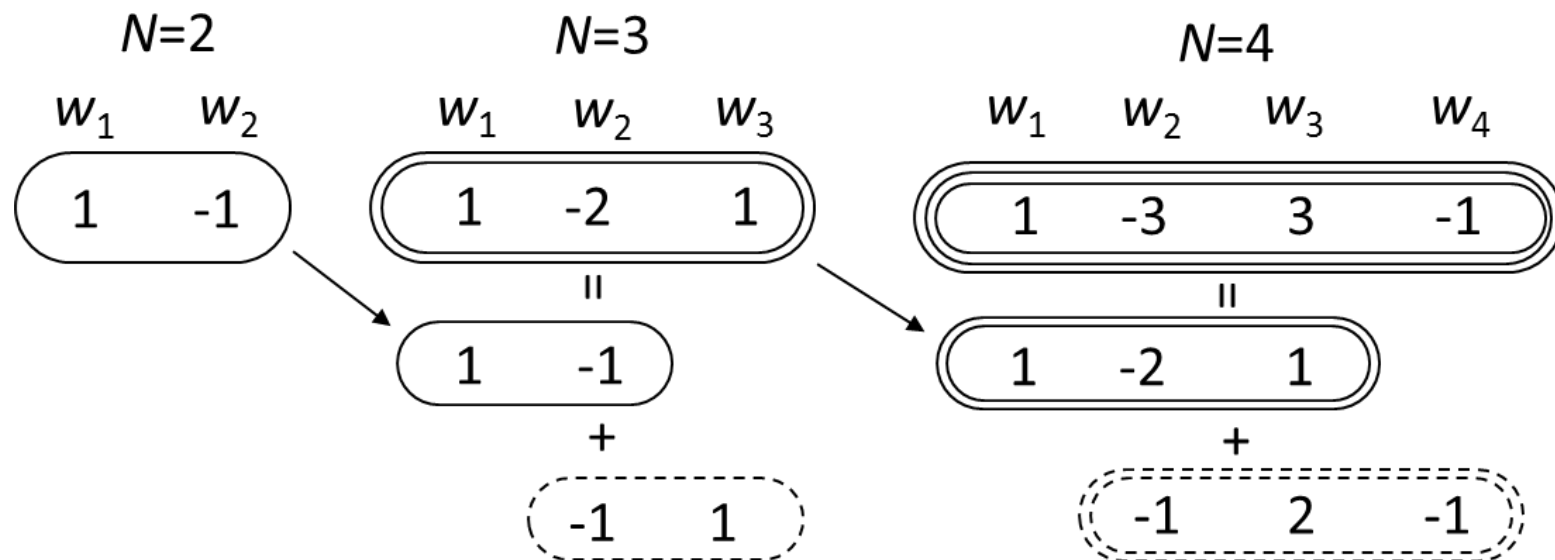


微小ダイポールエンドフファイアアレーの最大利得と それを実現するウェイト

N	d/λ	w_1		w_2		w_3		w_4		D_{max}
		振幅	位相	振幅	位相	振幅	位相	振幅	位相	
2	0.1	0.7071	0	0.7071	-165.9					5.117
	0.2	0.7071	0	0.7071	-153.7					4.721
	0.3	0.7071	0	0.7071	-146.4					4.080
	0.4	0.7071	0	0.7071	-150.4					3.285
	0.5	0.7071	0	0.7071	180.0					2.604
3	0.1	0.4232	0	0.8011	-172.8	0.4232	14.5			10.508
	0.2	0.4671	0	0.7508	-165.9	0.4671	28.3			9.583
	0.3	0.5315	0	0.6596	-160.2	0.5315	39.5			7.987
	0.4	0.5893	0	0.5526	-159.6	0.5893	40.8			5.772
	0.5	0.6031	0	0.5220	180.0	0.6031	0			3.675
4	0.1	0.2380	0	0.6658	-174.7	0.6658	10.3	0.2380	-164.4	17.865
	0.2	0.2857	0	0.6468	-169.3	0.6468	19.9	0.2857	-149.4	16.190
	0.3	0.3760	0	0.5989	-164.2	0.5989	27.7	0.3760	-136.5	13.262
	0.4	0.4914	0	0.5084	-162.5	0.5084	30.8	0.4914	-131.7	9.014
	0.5	0.5362	0	0.4609	180.0	0.4609	0	0.5362	180.0	4.727

スーパーゲインアンテナのウェイト比率にみるからくり

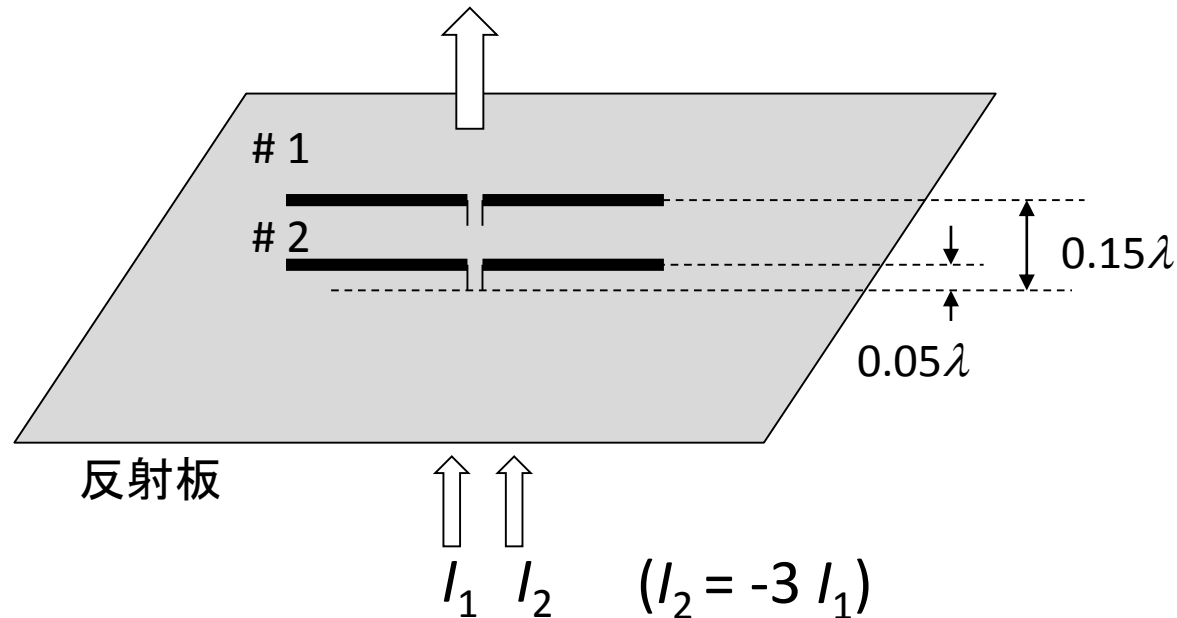
$d/\lambda = 0.1$ でのウェイト比率を大雑把に見ると



(パスカルの三角形)

スーパーゲインアンテナ(の皮算用)

$$D \rightarrow 2 * 17.8 * 1.64 / 1.5 \approx 38 \text{ (15.8dBi)}$$



ウェイト比率を外側対内側で1: -3にする(正確には表の値で)

ただし、ウェイト比率はアンテナに流れる電流の比率

二つの素子では入力インピーダンスが異なるので、給電回路の設計は難しそう

1素子を置く例: Thumvichit, Takano他, IEEE Trans. AP, vol. 55, no. 1, 2007 (スライド49)

近接素子配置におけるアレーアンテナの利得について

① アレーファクタの考え方が適用できそう

(少なくとも、2素子半波長ダイポールアンテナにおいては)

② アレーファクタを前提とするアレーアンテナの最大利得の ダイポールアレーへの適用

- ・利得最大化問題は固有値問題
- ・ダイポールアレーに適用できる計算式が導かれている
(利得特性は、エンドファイアアレーに魅力あり)

Part 3 移動通信の電波伝搬とシステムの接点を探る

(1) 電波伝搬概要

(2) マルチパスフェージングの基本的な性質

- ・マルチパスフェージング

 - (レイリーフェージング、仲上・ライスフェージング)

- ・周波数選択性フェージング

- ・時間選択性フェージング(高速フェージング)

- ・周波数・時間選択性フェージング(スプレッドファクタ)

(3) 伝送誤りとフェージング

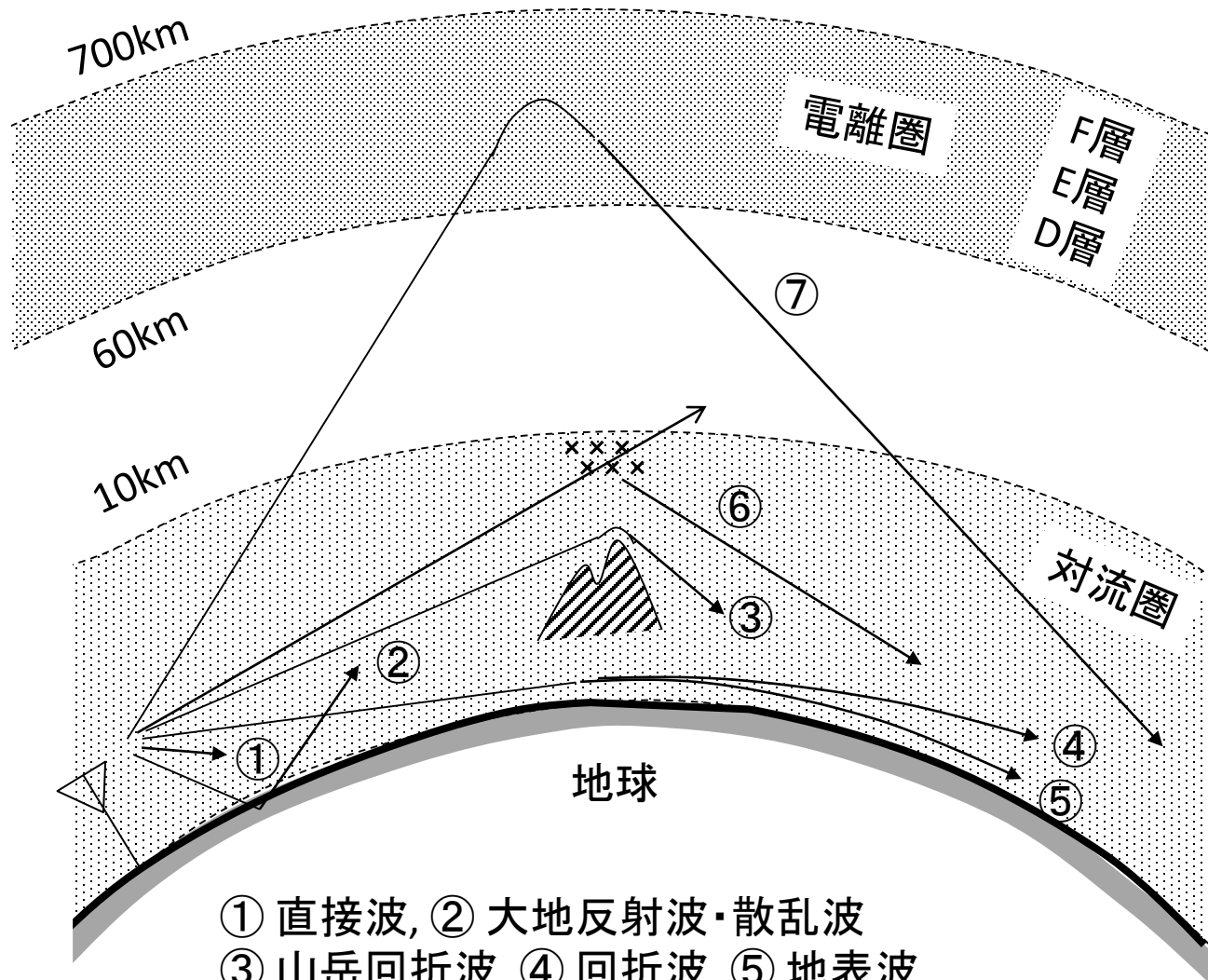
- ・熱雑音による誤り

- ・符号間干渉による誤り

- ・位相変動による誤り

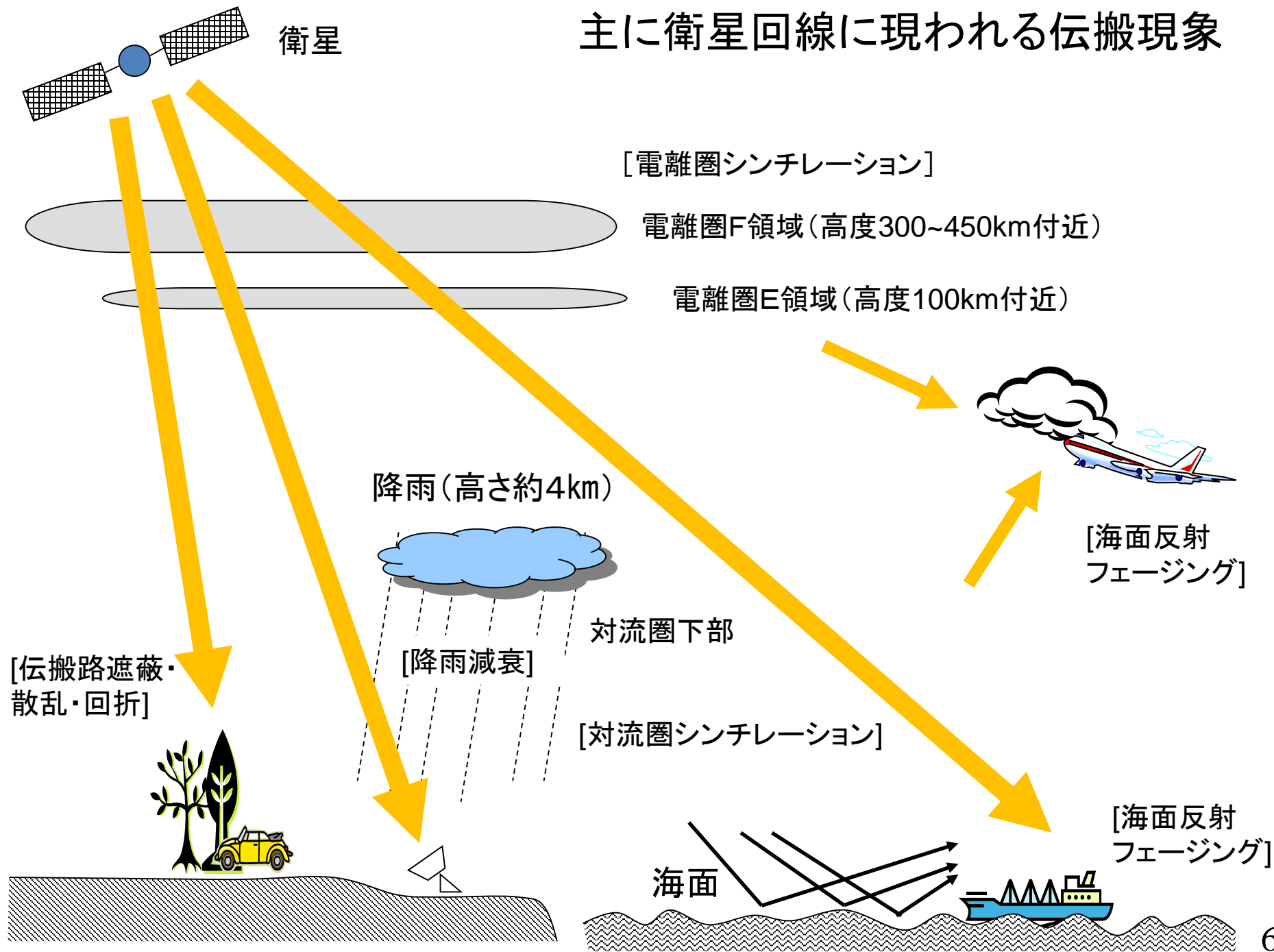
- ・情報伝送の物理限界

地上系無線回線に現われる伝搬現象



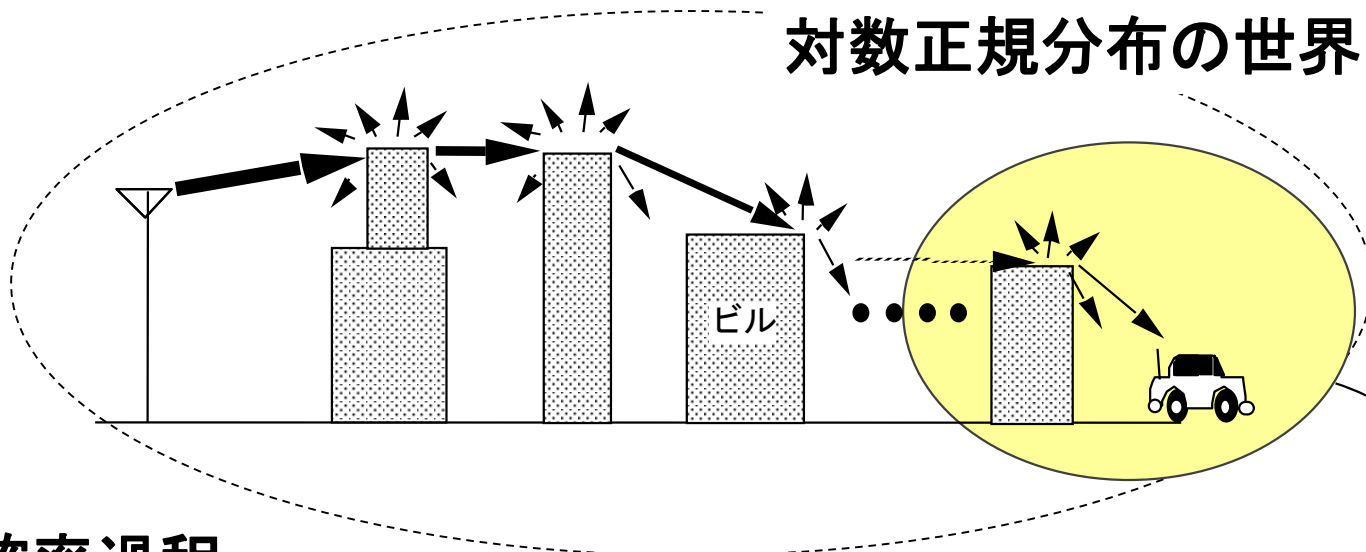
- ① 直接波, ② 大地反射波・散乱波
- ③ 山岳回折波, ④ 回折波, ⑤ 地表波
- ⑥ 対流圏散乱波, ⑦ 電離層(F, E, D層)反射波

主に衛星回線に現われる伝搬現象



移動伝搬の確率過程

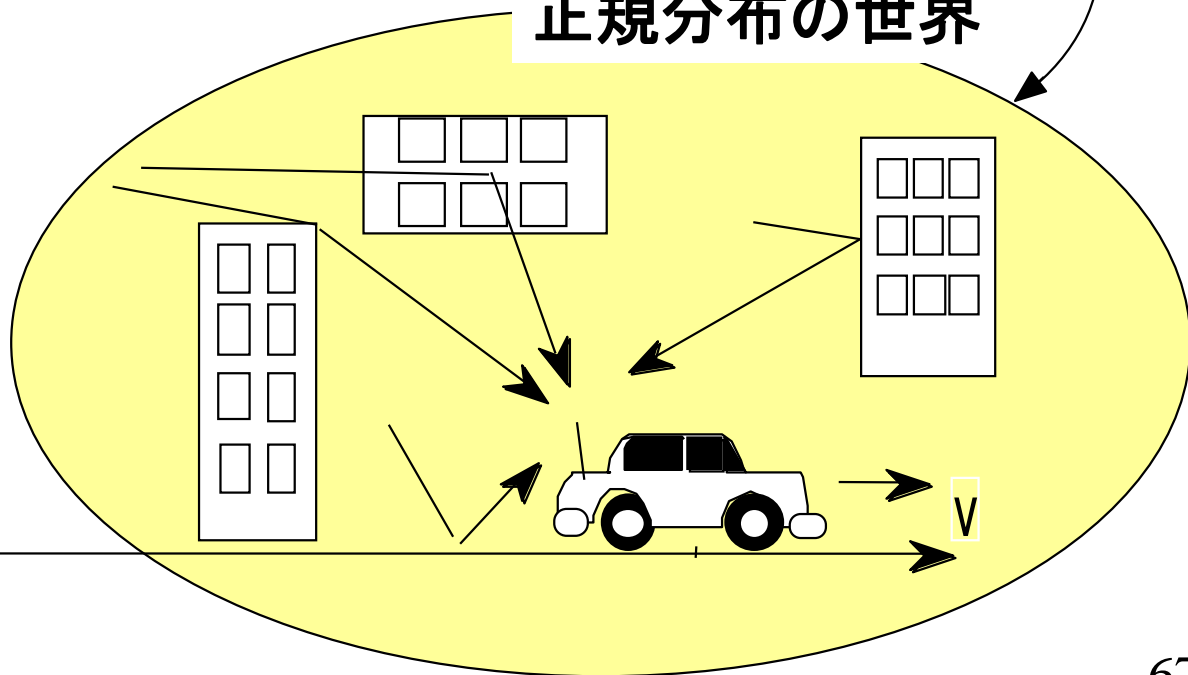
対数正規分布の世界



乗法性確率過程

Multiplicative
Stochastic
Process

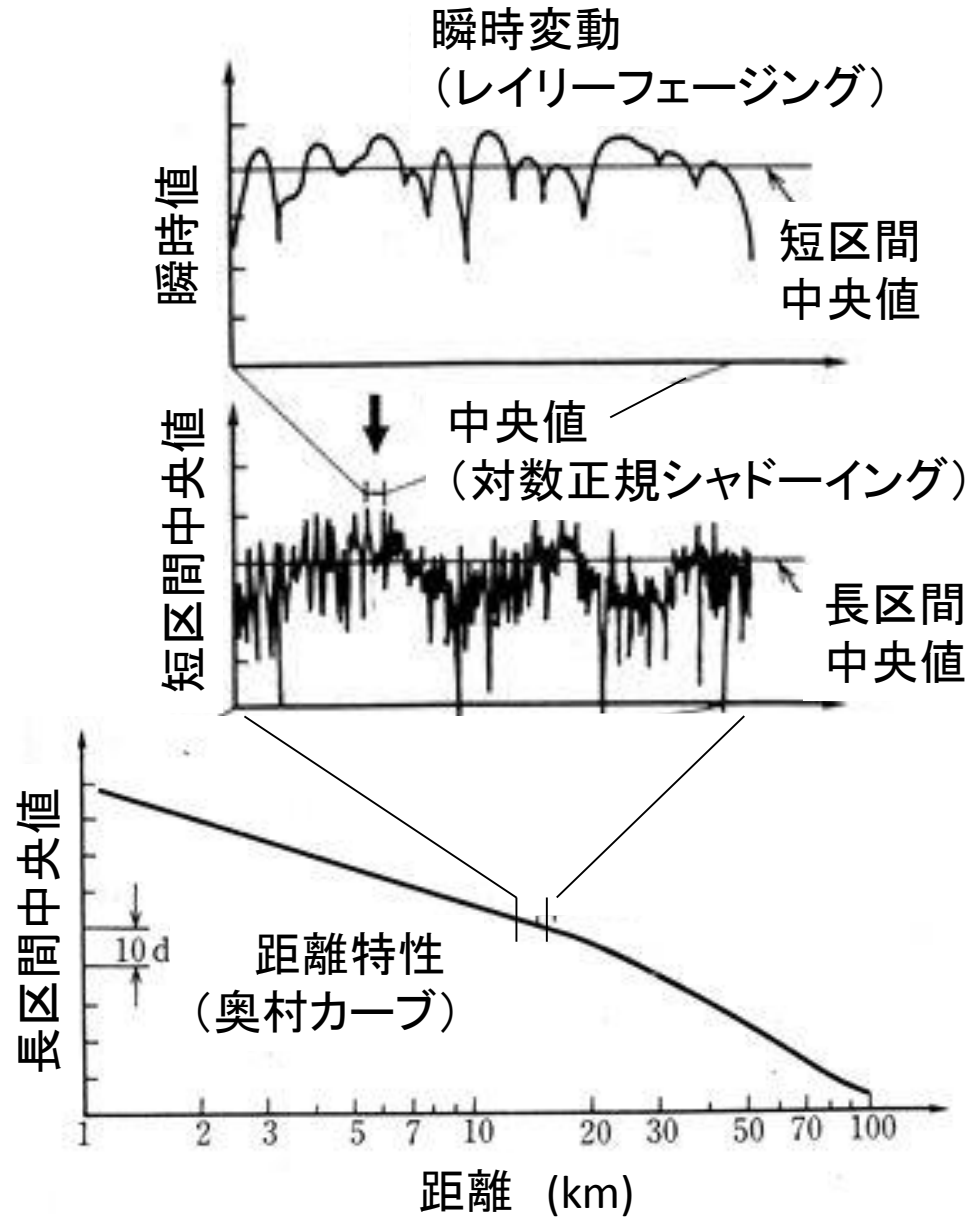
正規分布の世界



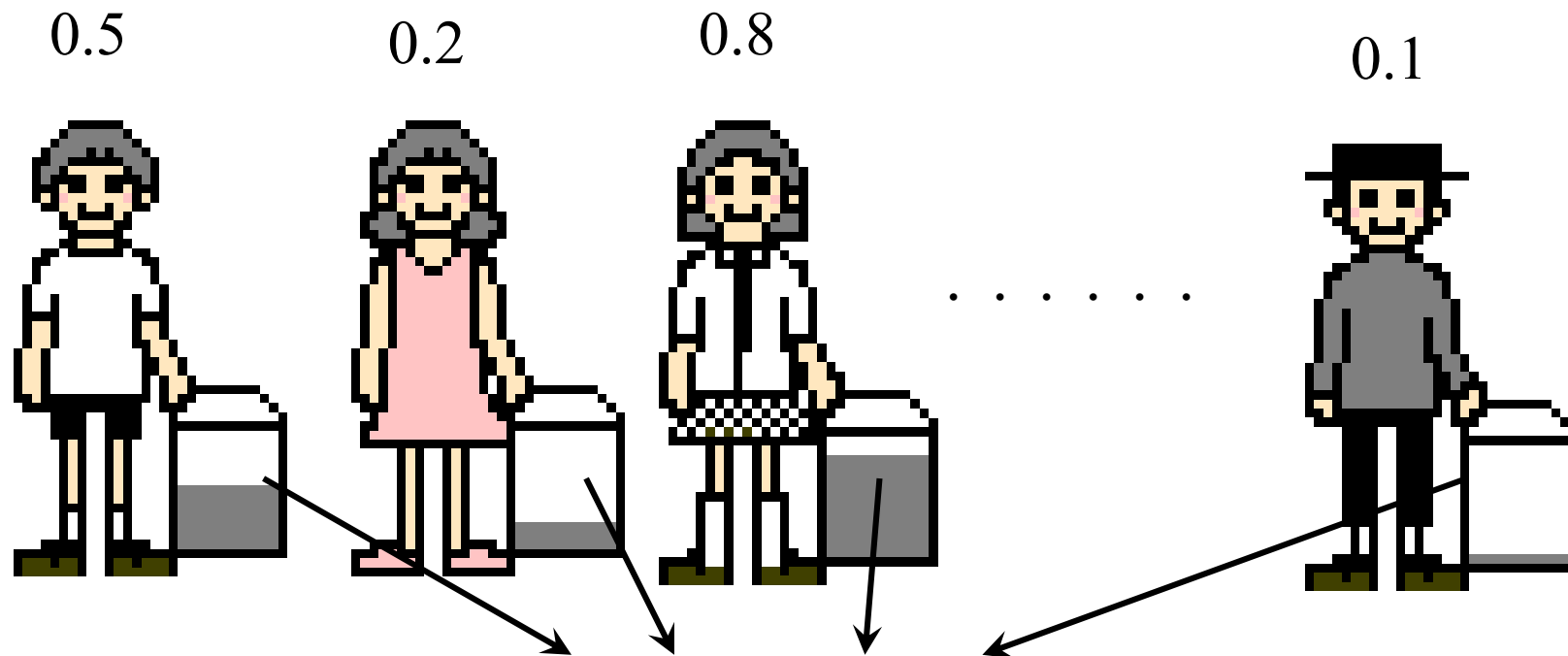
加法性確率過程

Additive
Stochastic
Process

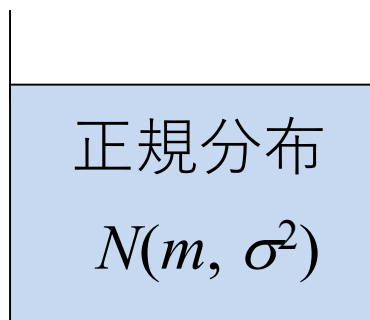
移動通信の伝搬モデル(奥村モデル)



正規分布(Normal distribution)： 加法性確率過程 (Additive Stochastic Process)



中心極限定理
Central limit theorem



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

中心極限定理 (Central Limit Theorem)

$$\hat{x} = (x_1 + x_2 + \cdots + x_N) / N$$



x_i : 同一かつ独立な分布 (i.i.d.)

(もう少し条件を緩めることも可能)

N が十分大きいとき、正規分布になる

種々の誤差要因が足し算される現象の物理量は
正規分布をする ⇒ **正規分布は確率分布の基本分布**

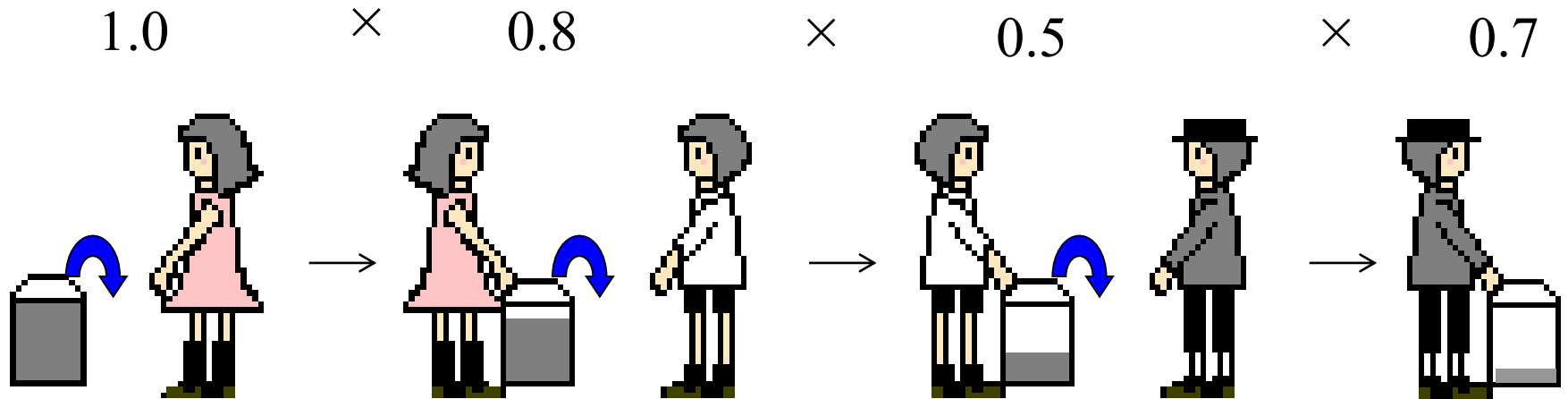
この証明は、どの確率の教科書にも書かれていて、さほど難しくない。
しかし、その証明を理解するためには、確率の和の分布を求める
確率分布の特性関数(あるいは積率母関数)の知識が必要

対数正規分布：乗法性確率過程（Multiplicative Stochastic Process）

$$x = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_N$$

$$\log x = \log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \cdots + \log x_N$$

正規分布

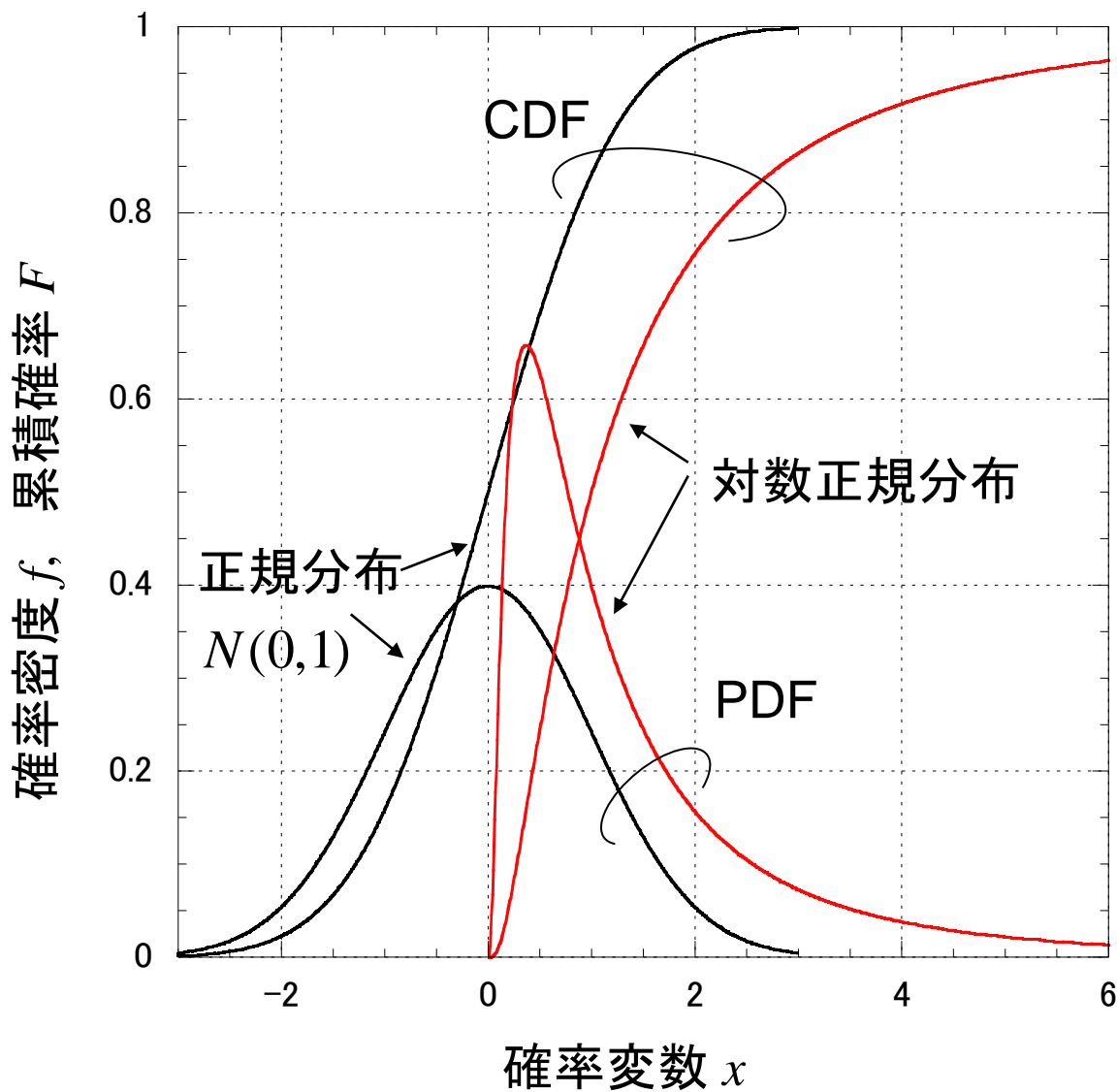


対数で表された量（例えばdB値）
が正規分布するときの
真数値 x の分布

対数正規分布

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} \exp \left\{ -\frac{(\log x - m)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

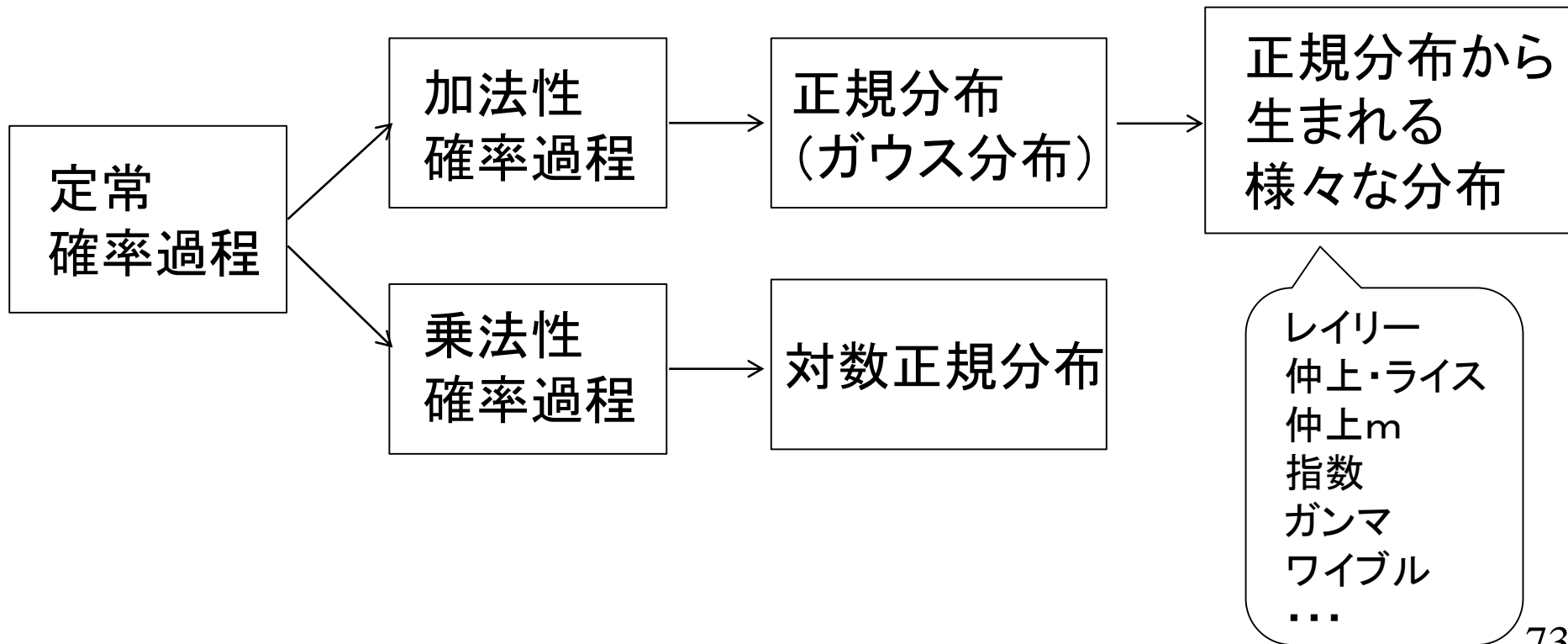
正規分布と対数正規分布の 確率密度関数(PDF)と累積分布関数(CDF)



電波伝搬と確率過程

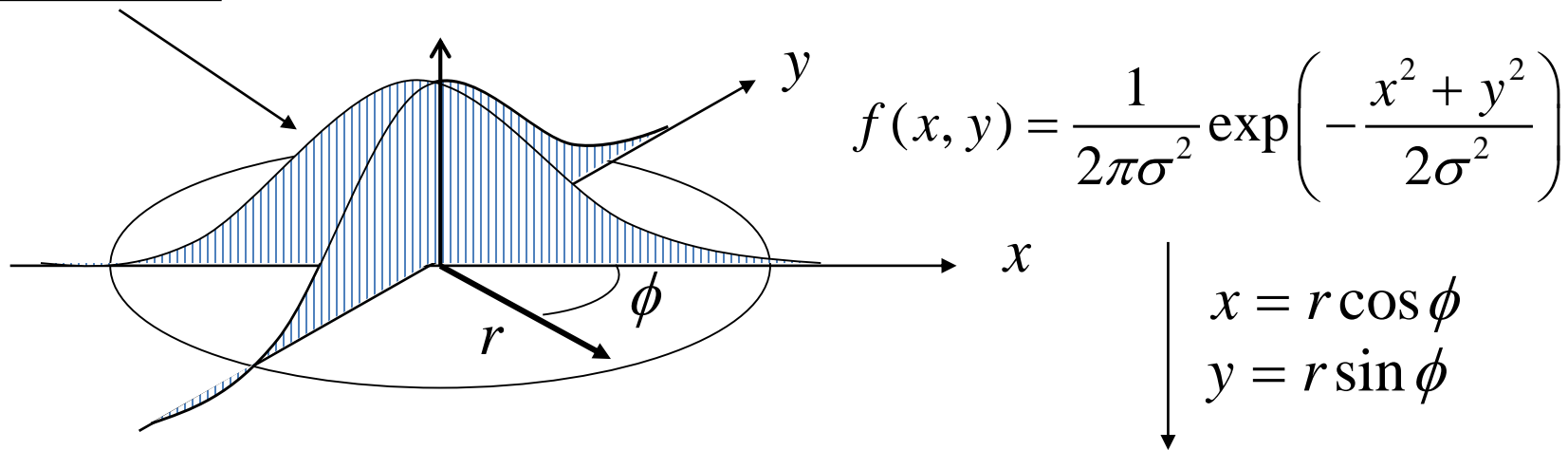
電波伝搬： 電波と自然現象との関わりを扱う分野

不規則媒質中の電波伝搬 → 確率過程

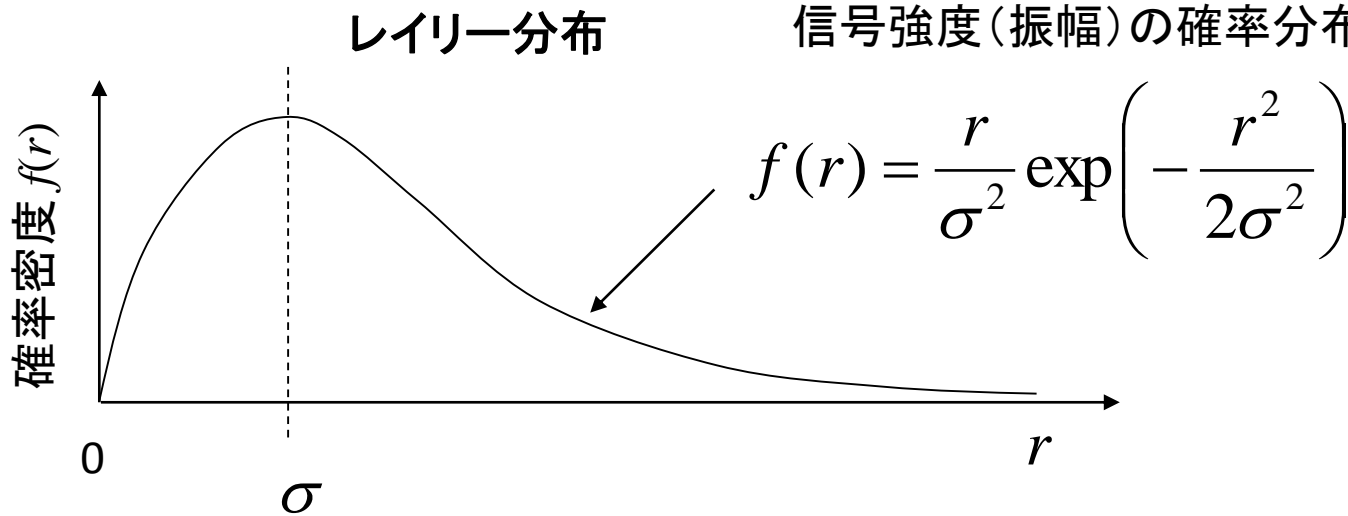


レイリー分布

2次元正規分布の振幅(=原点からの距離 r)の分布

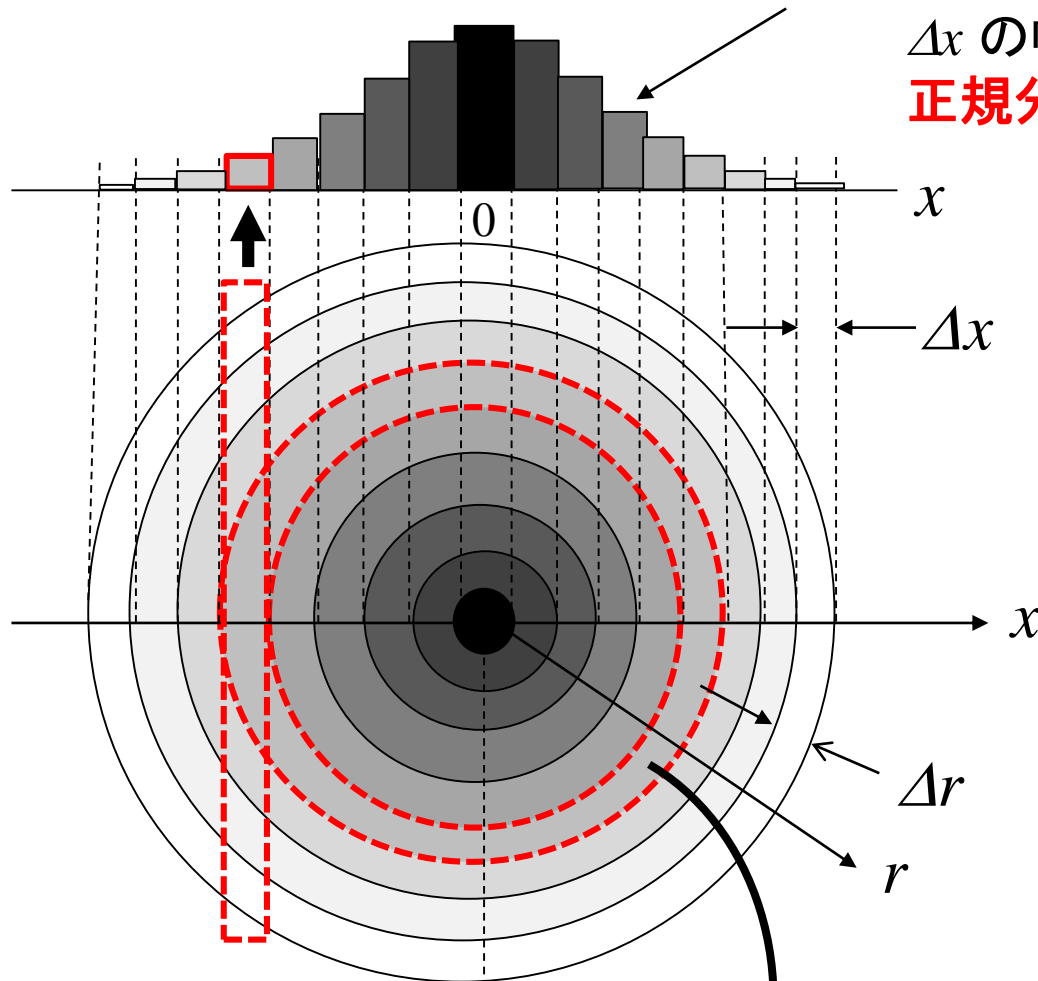


見通し外のマルチパスフェージングの
信号強度(振幅)の確率分布

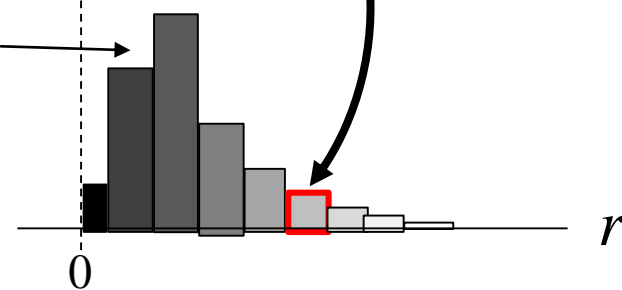


$r=0$ で確率が0である意味

Δx の幅の矩形の中にある確率
 Δx の幅を0に近づけると
正規分布

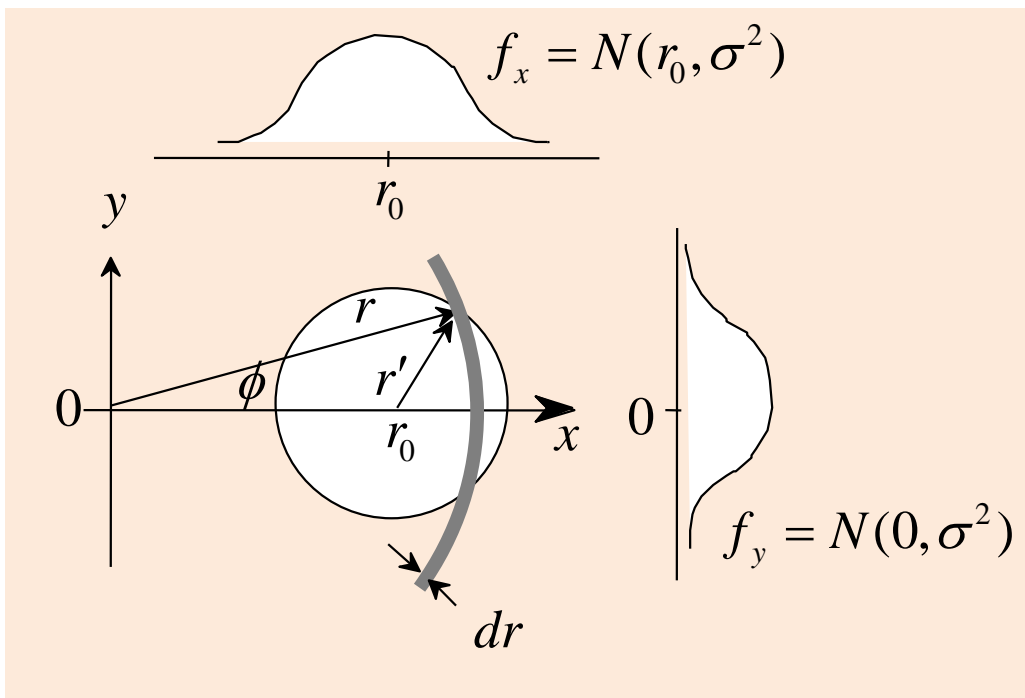


Δr の幅の輪の中にある確率
 Δr の幅を0に近づけると
レイリー分布



仲上・ライス分布

変数 x が $N(r_0, \sigma^2)$, y が $N(0, \sigma^2)$ であるときの $x+jy$ の振幅 r の分布



$$r = |x + jy| (= \sqrt{x^2 + y^2})$$

$$f_{r\phi}(r, \phi) = f_x(x) f_y(y) \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \phi} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \phi} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 - 2r_0 r \cos \phi + r^2}{2\sigma^2}\right)$$

r : 仲上・ライス分布

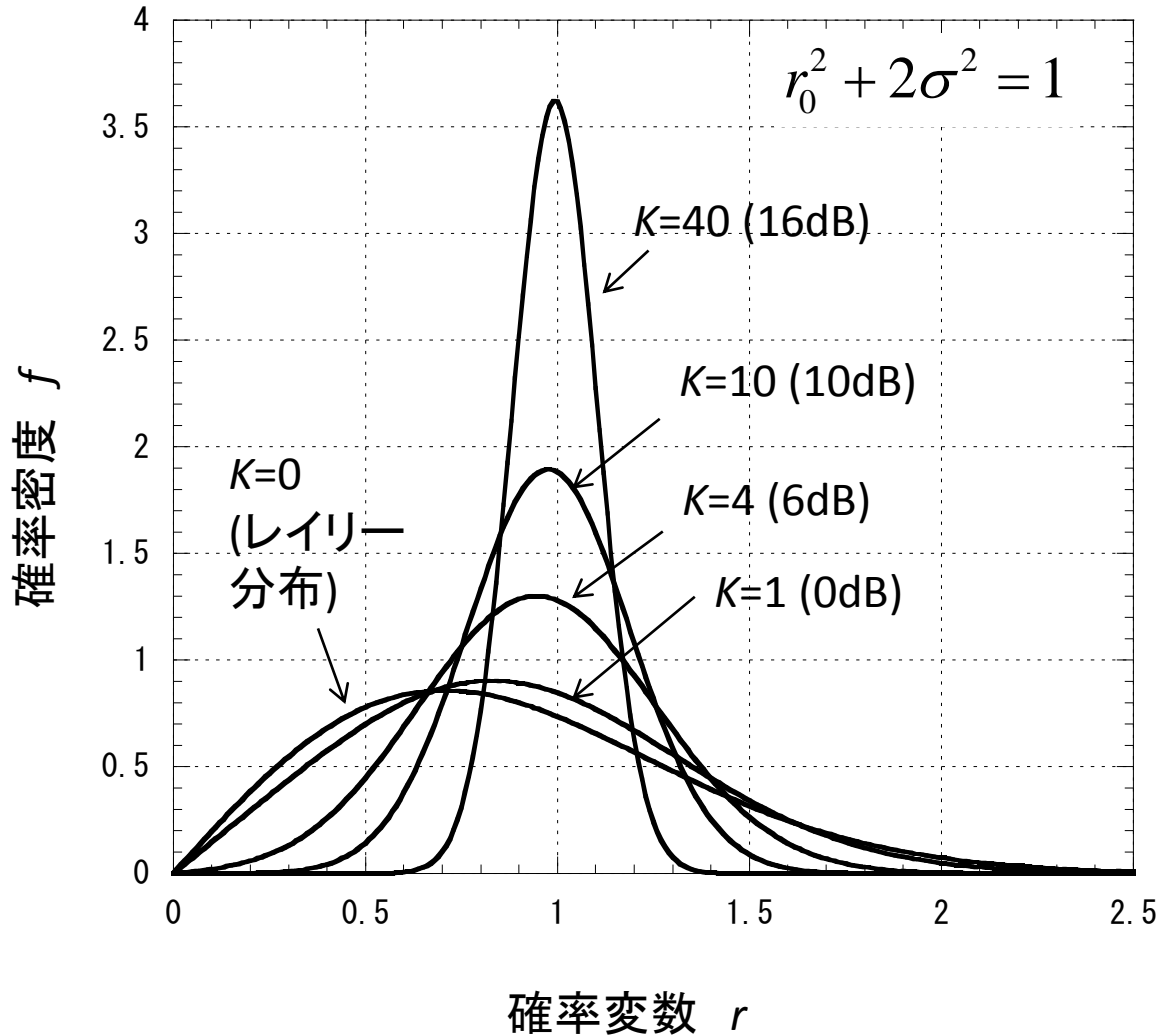
r' : レイリー分布

($r_0=0$ で両者は一致)

$$f_r(r) = \int_0^{2\pi} f_{r\phi}(r, \phi) d\phi$$

$$= \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 + r^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{r_0 r}{\sigma^2}\right)$$

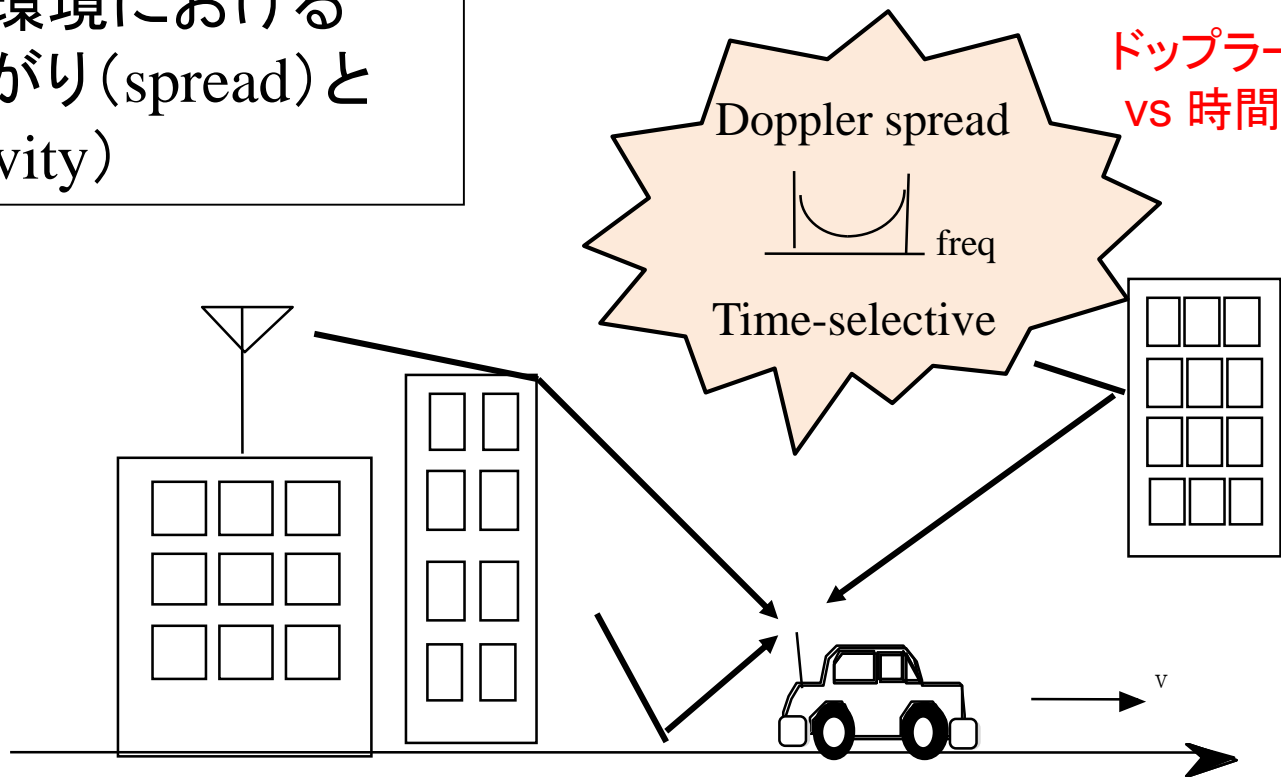
仲上・ライス分布の計算例



ライスファクタ: K
(定常成分と
不規則成分の電力比)

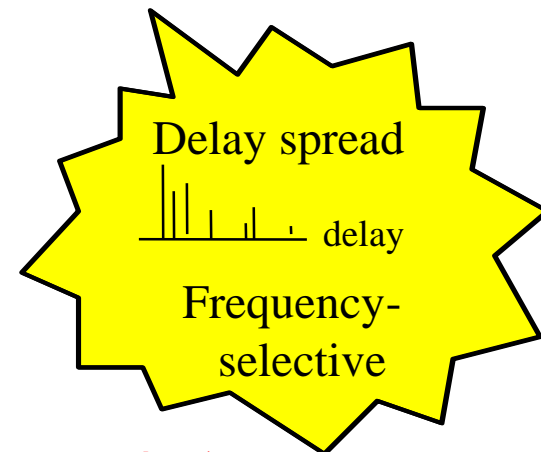
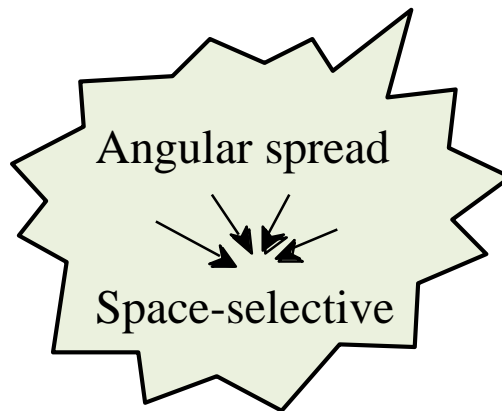
$$K \equiv \frac{r_0^2}{2\sigma^2}$$

移動通信伝搬環境における
三つの量の広がり (spread) と
選択性 (selectivity)



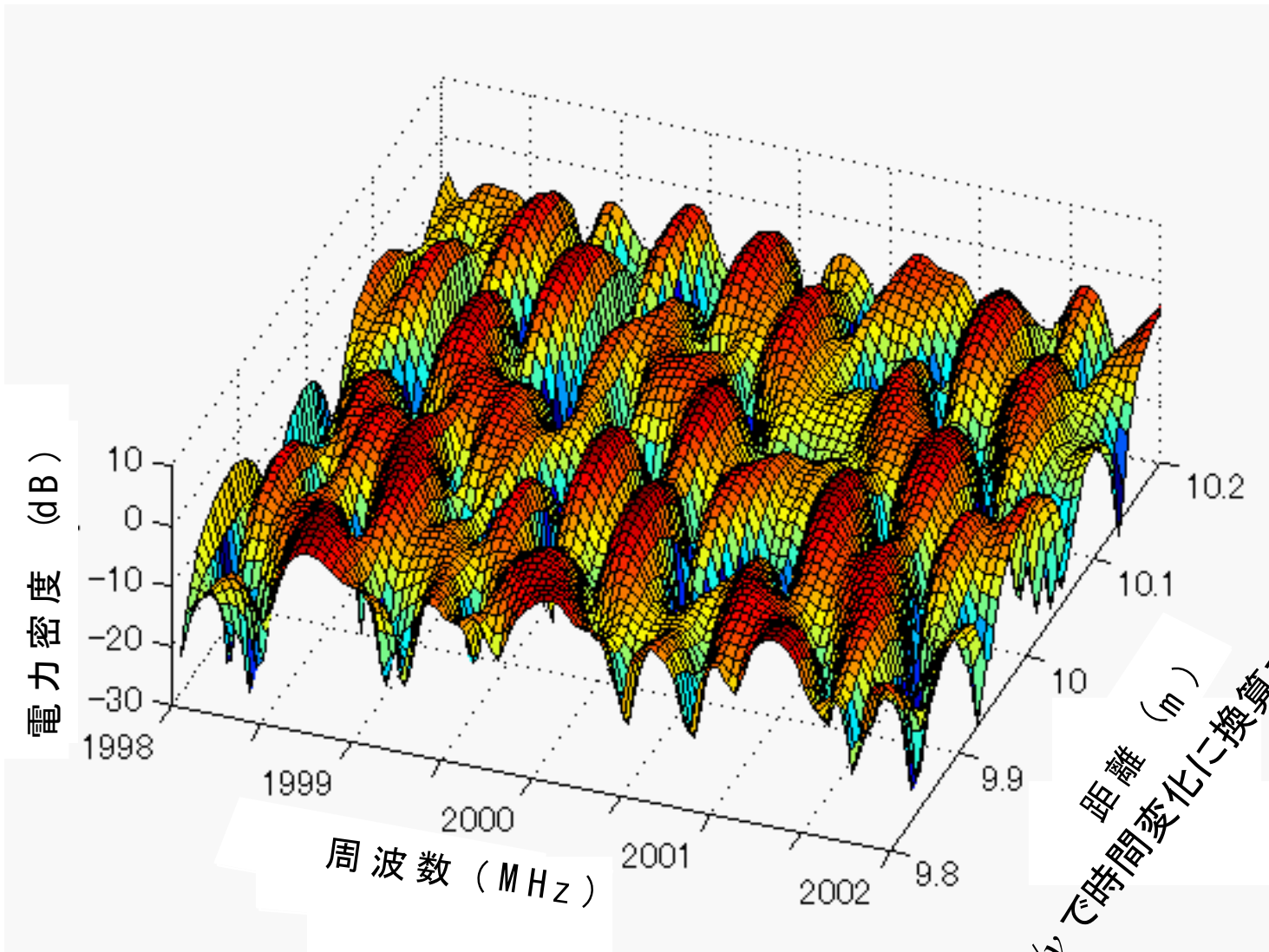
ドップラー広がり
vs 時間選択性

到来角度広がり
vs 場所選択性



遅延広がり
vs 周波数選択性

移動伝搬における通信路の周波数・空間特性



遅延スプレッド $1\mu\text{s}$ の環境を
計算機シミュレーションで生成

$t = x/v$ で時間変化に換算できる

ドップラー周波数広がりによる高速フェージング (時間選択性フェージング)

ドップラースペクトル

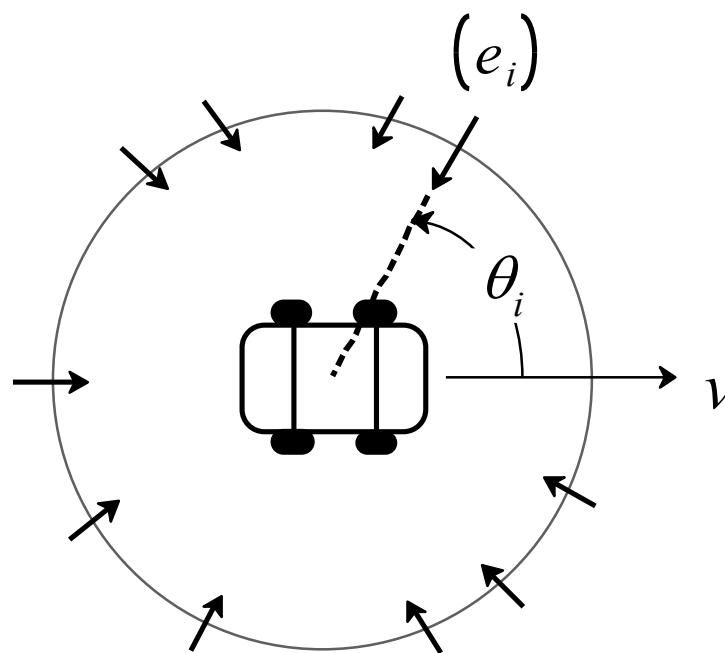
到来方向 θ_i の素波に対して

$$f_D \cos \theta_i$$

$$f_D = v/\lambda$$

(最大ドップラー周波数)

のドップラーシフトを受ける

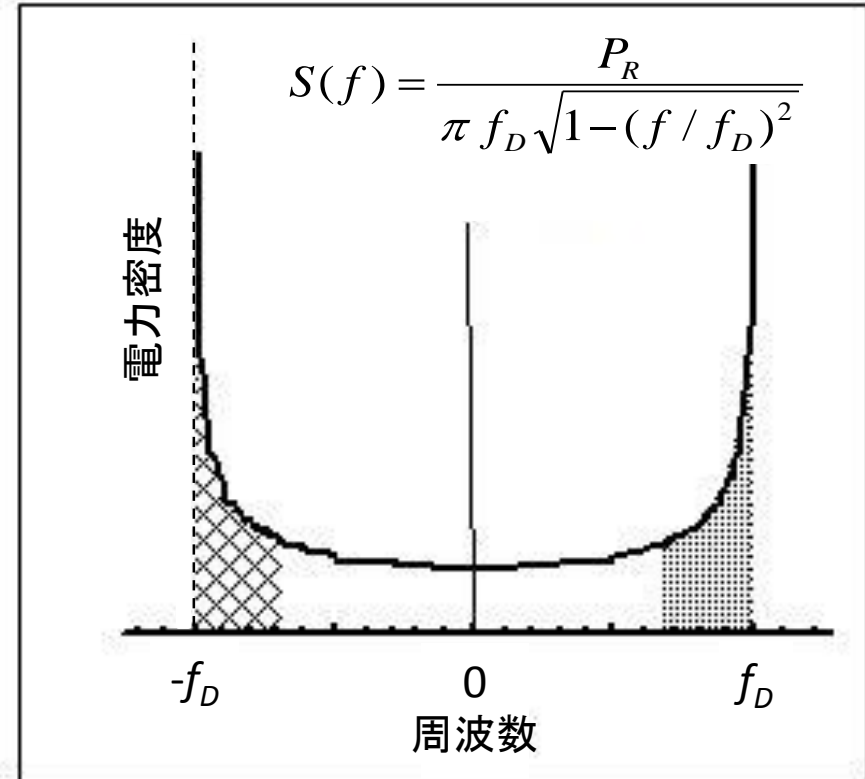
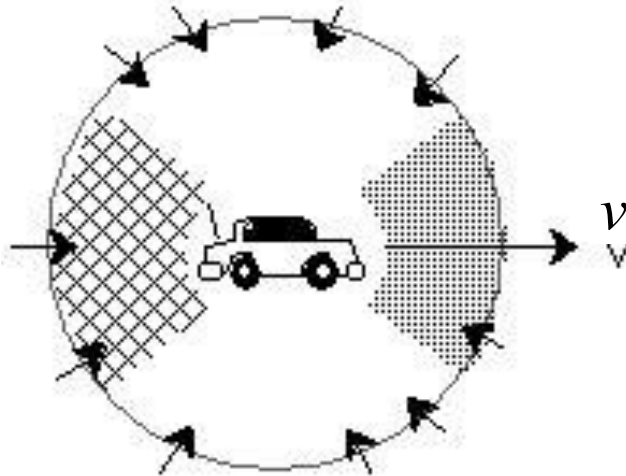


$f \backslash v$	4 km/h	80km/h
2GHz	7.4Hz	150Hz
60GHz	220Hz	4.4 kHz

f_D の値

ドップラースペクトル

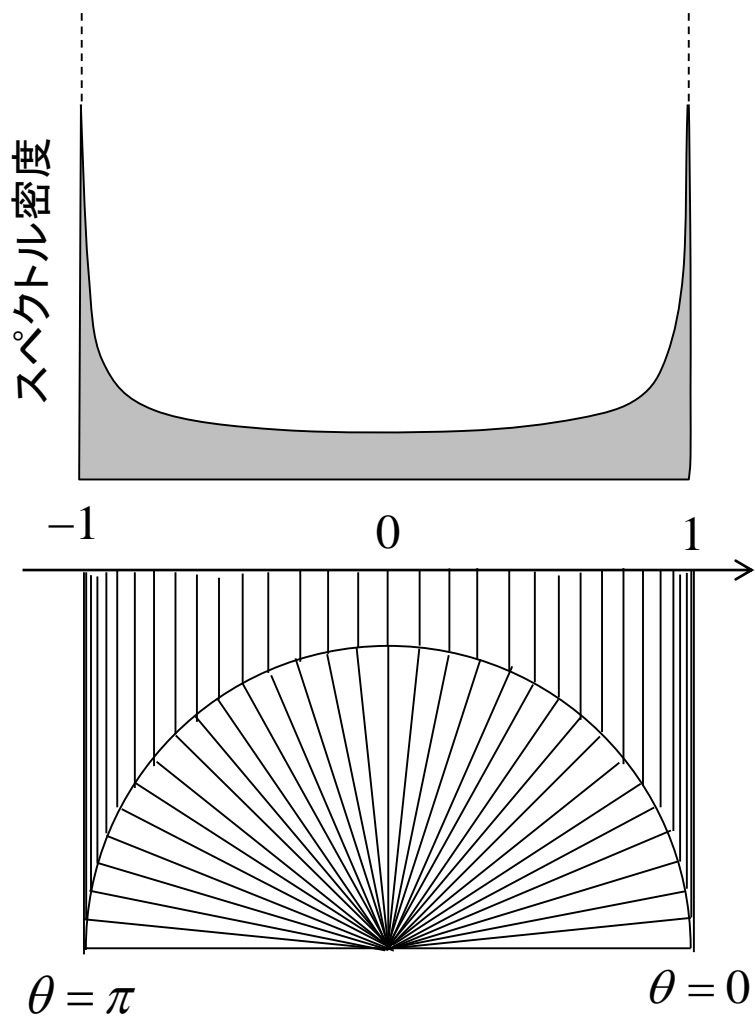
マルチパス波が水平面の周囲一様の角度から
到来する場合のドップラースペクトル



キーパラメータ

- ・ 最大ドップラー周波数 $f_D = v/\lambda$ 【一般的に使われる指標】
- ・ ドップラースプレッド σ_f (ドップラー広がりの標準偏差)
【スペクトルが非対称な場合は、BER特性評価などにこちらが使われる】

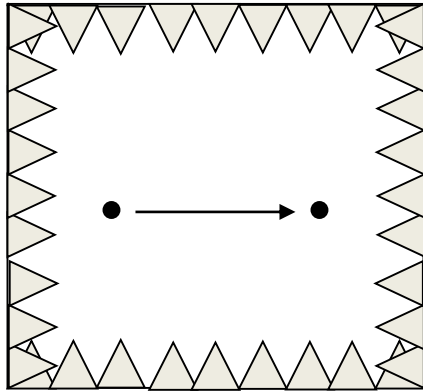
ドップラースペクトルの直感的イメージ



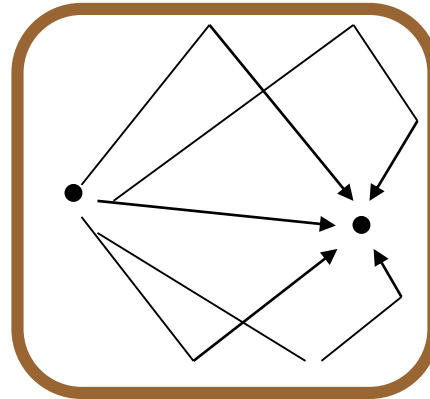
(扇風機の軸に固定した団扇
高速で回転させると・・・)

遅延広がりによる周波数選択性フェージング

電波暗室

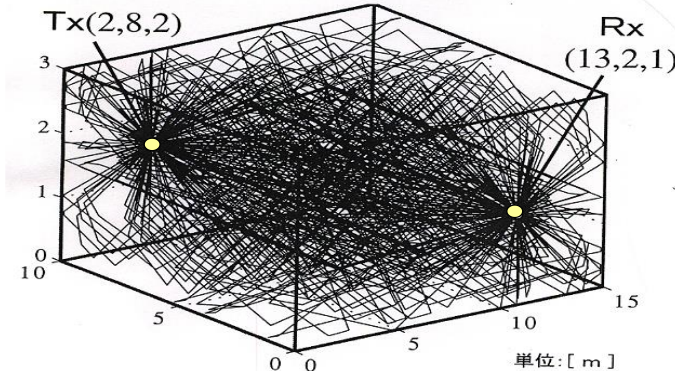


屋内環境
(反射弱)

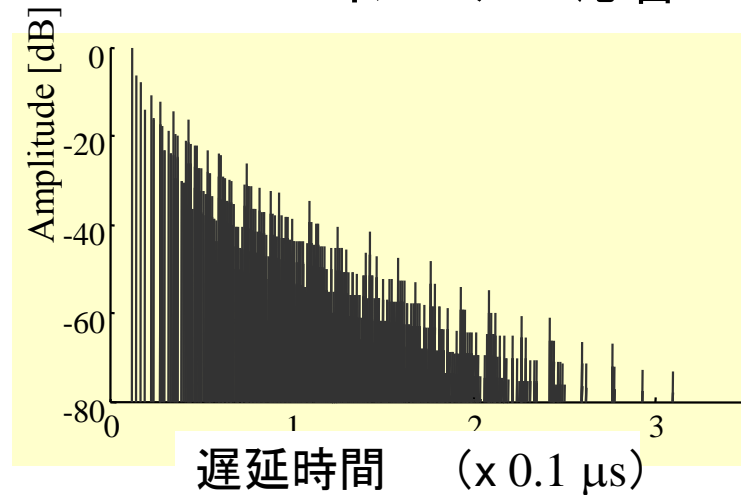


屋内環境
(反射強)

[パスプロファイル]



インパルス応答

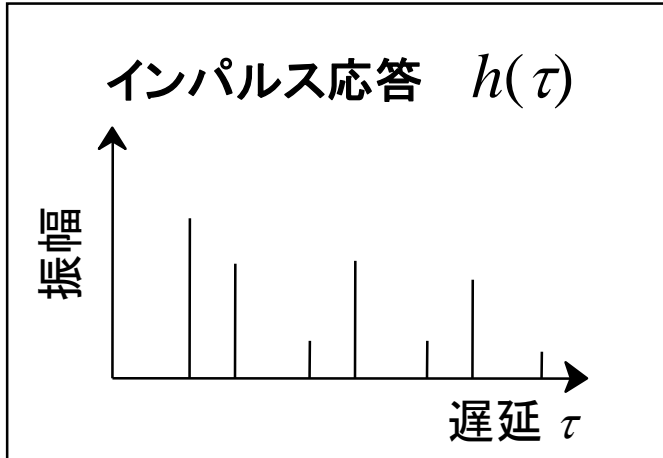


インパルス応答の電力平均が遅延プロファイル
遅延プロファイルは屋内・屋外共に指数関数型になる例が多い

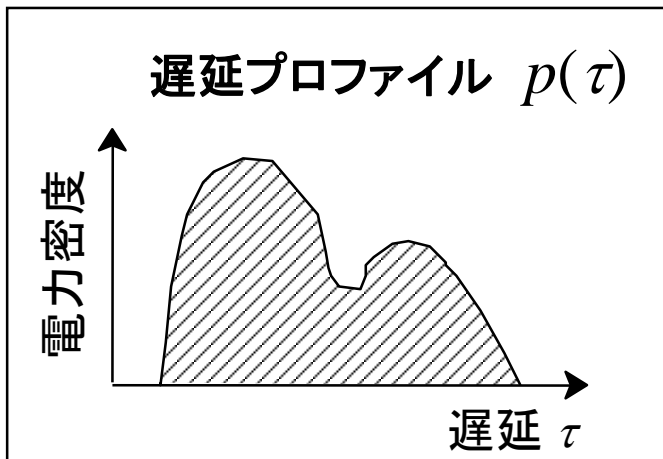
→ 指数関数型遅延プロファイルは伝送特性
評価に用いられる
(規範伝搬モデル)

周波数選択性フェージングに関する時間領域と周波数領域表現の関係

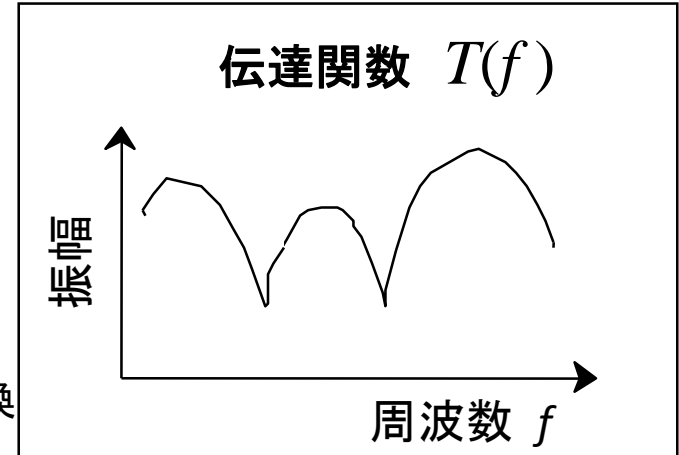
[遅延時間領域表現]



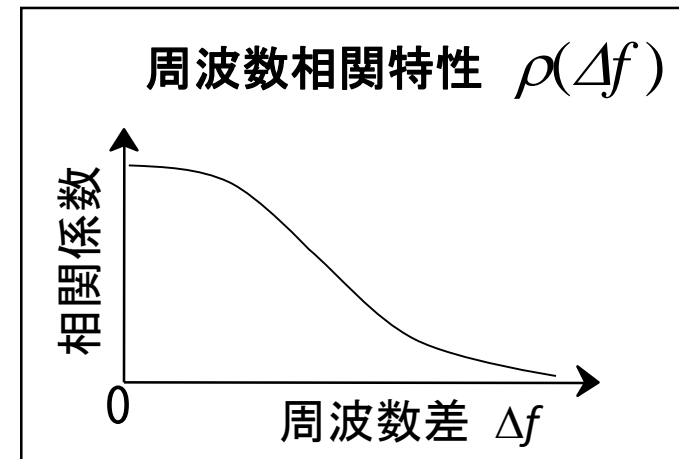
$$\Downarrow \langle h^*(\tau)h(\tau) \rangle$$



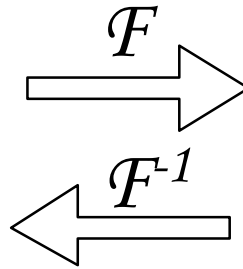
[周波数領域表現]



$$\Downarrow \frac{\langle T^*(f)T(f + \Delta f) \rangle}{\langle T^*(f)T(f) \rangle}$$



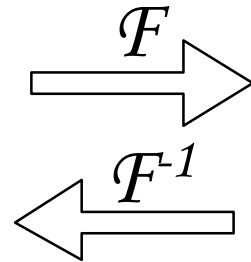
(瞬時特性)



F : フーリエ変換

F^{-1} : 逆変換

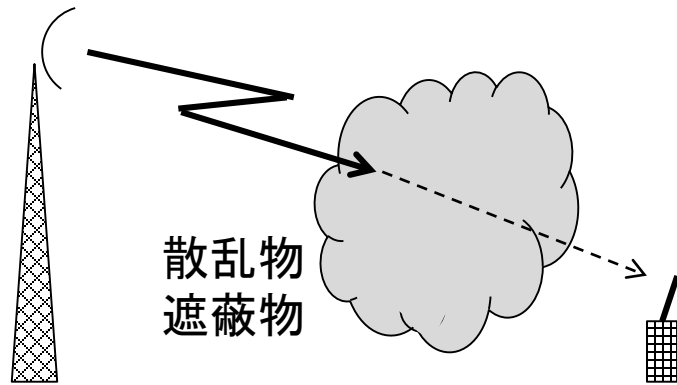
(統計的性質)



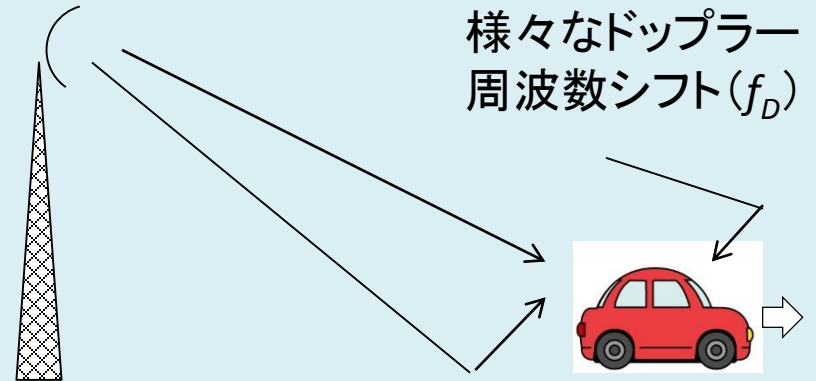
電波伝搬と伝送誤り

伝送に誤り(ビットエラー)が起きる原因

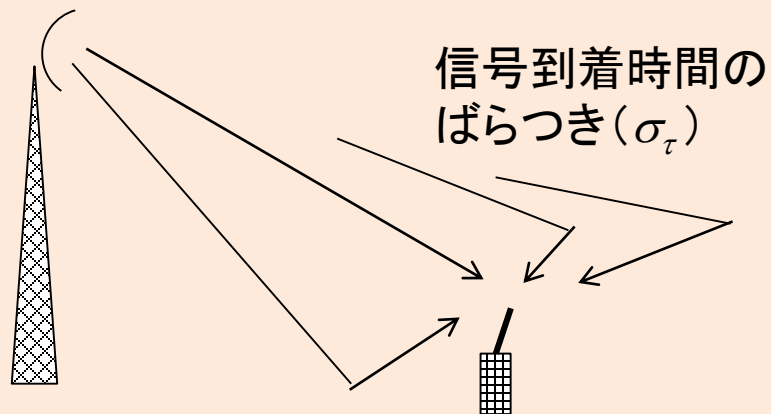
① 電波が弱い(雑音問題)



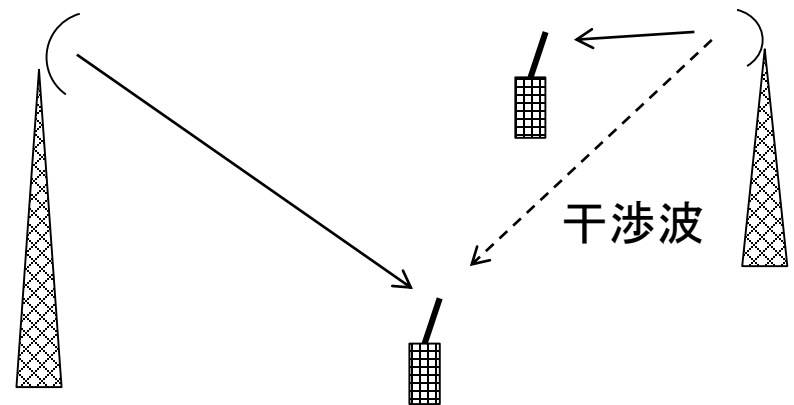
② 信号が動く(ドップラー問題)



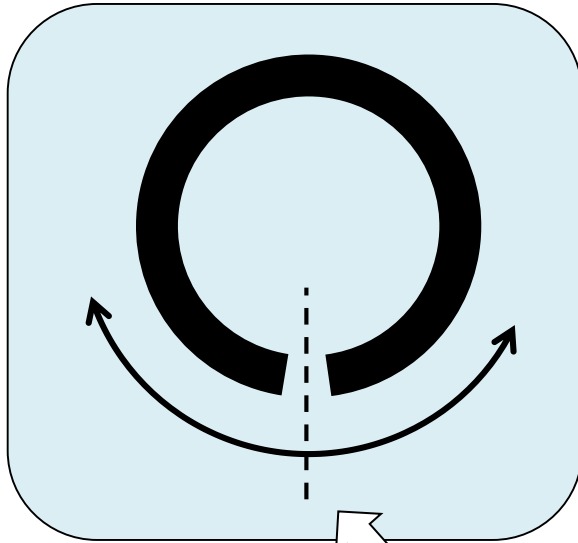
③ 波形が歪む(遅延問題)



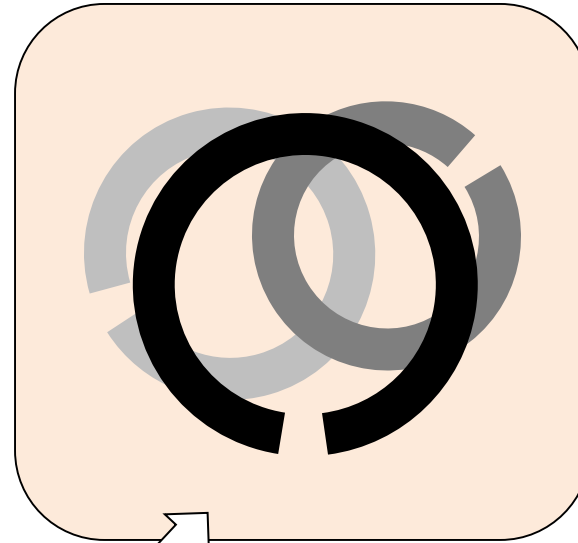
④ 邪魔が入る(干渉問題)



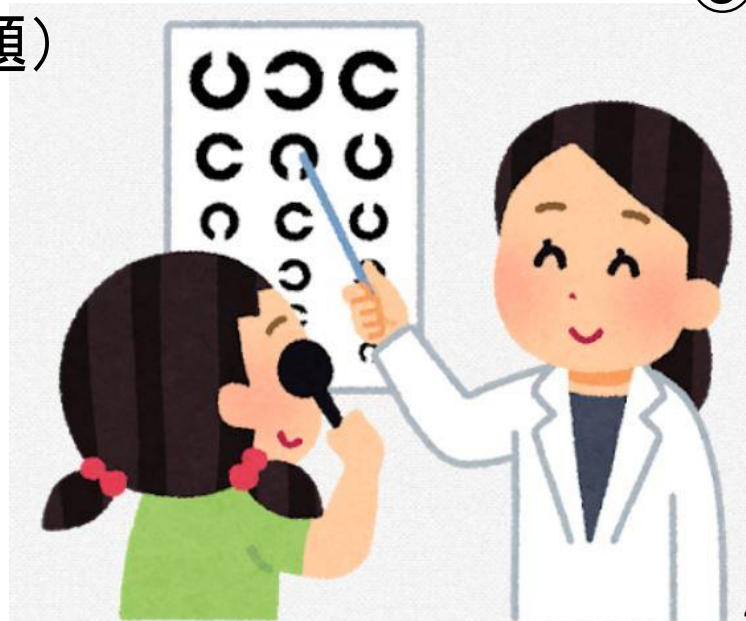
伝送誤りはなぜ発生するか？ → 電波伝搬の理解が大事



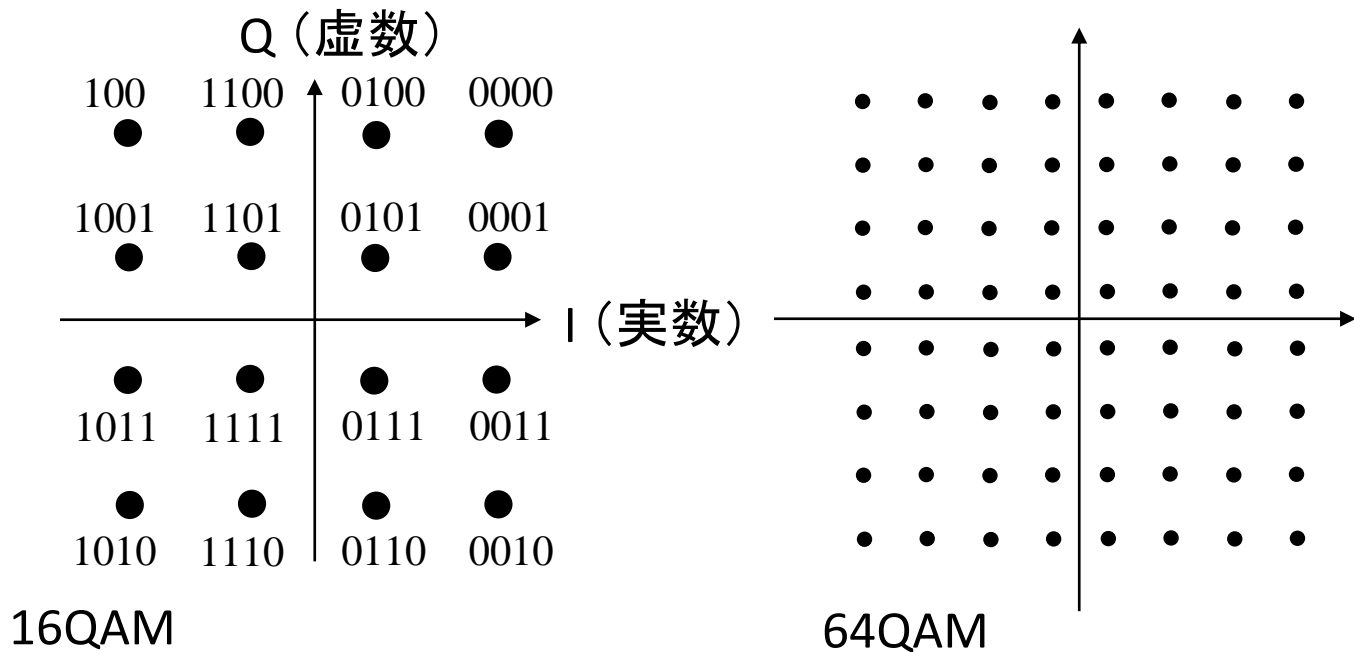
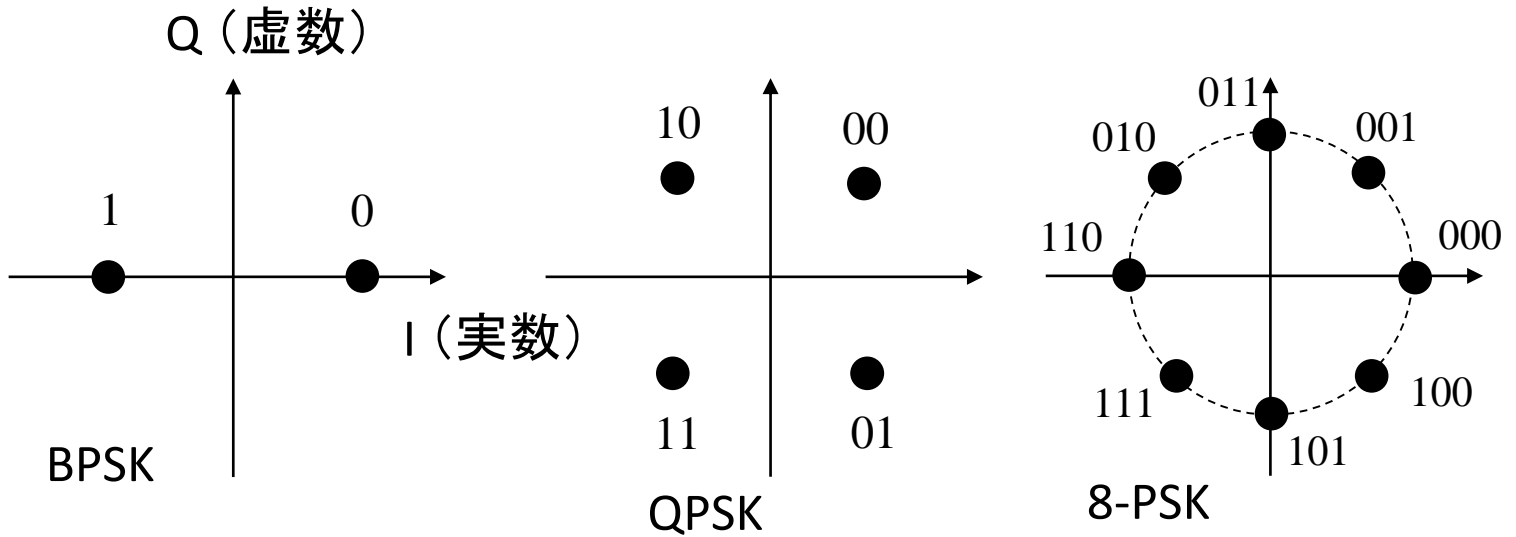
②位相変動
(ドップラー問題)



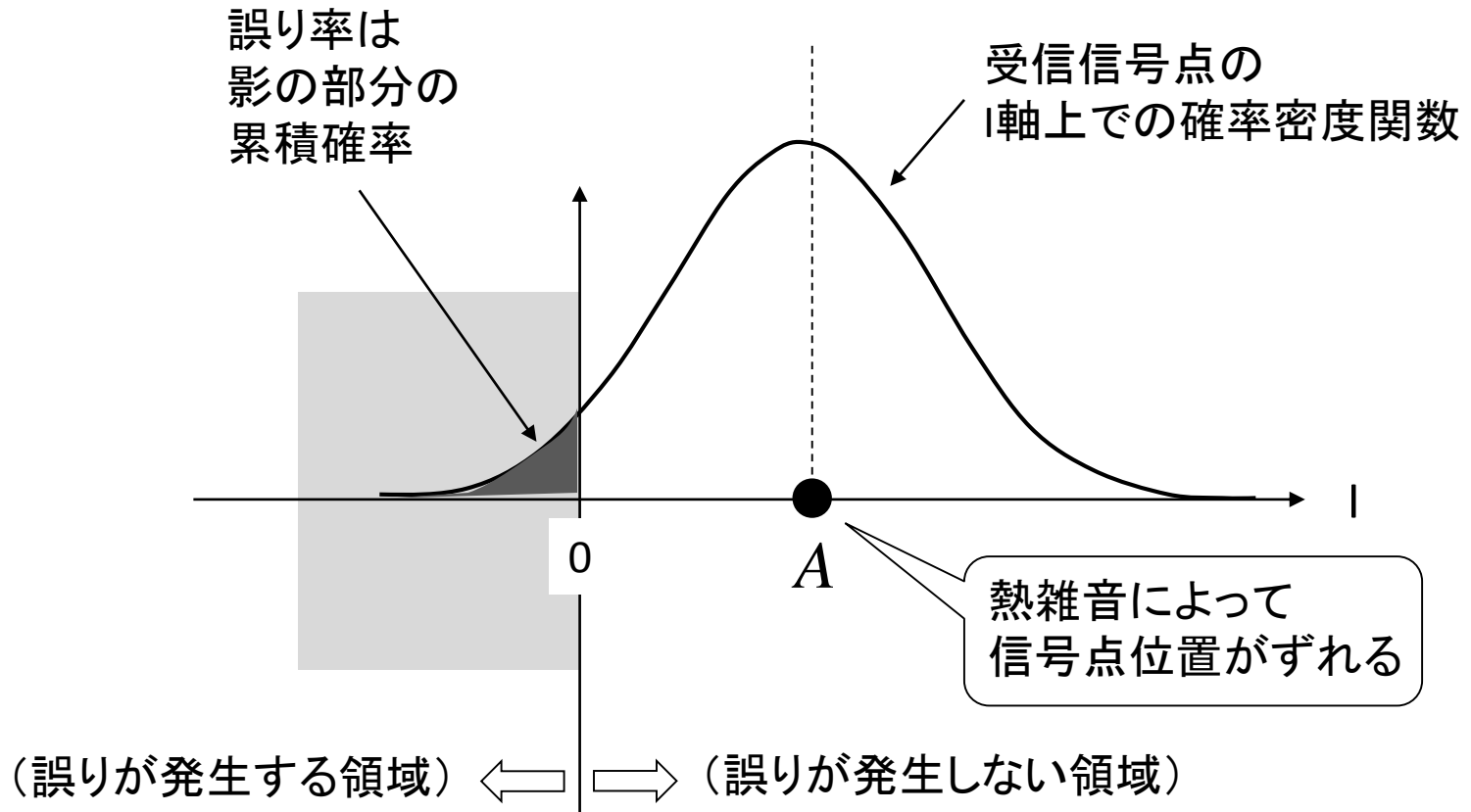
③符号間干渉
(遅延問題)



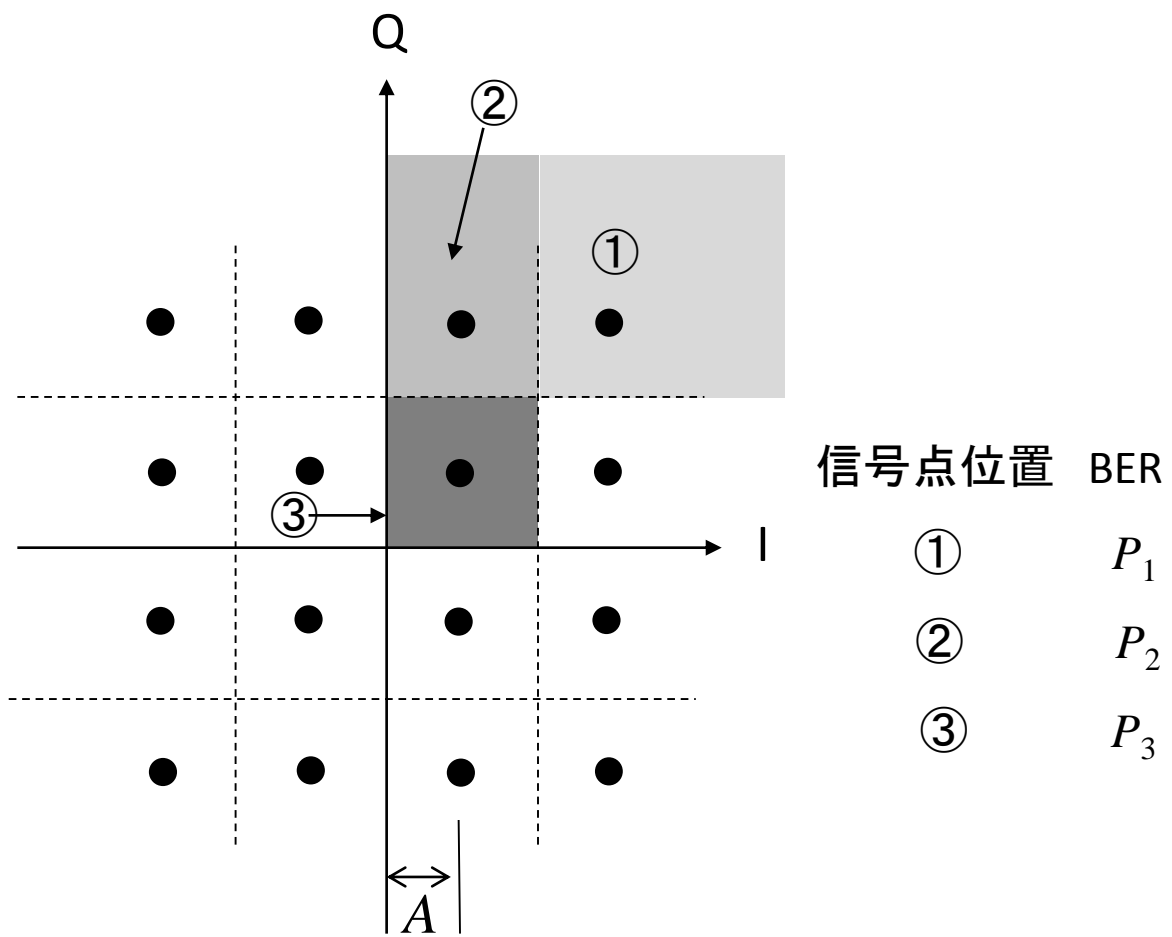
代表的なデジタル変調方式



熱雑音によるビット誤りの発生 BPSK, QPSK方式のビット誤り率の考え方



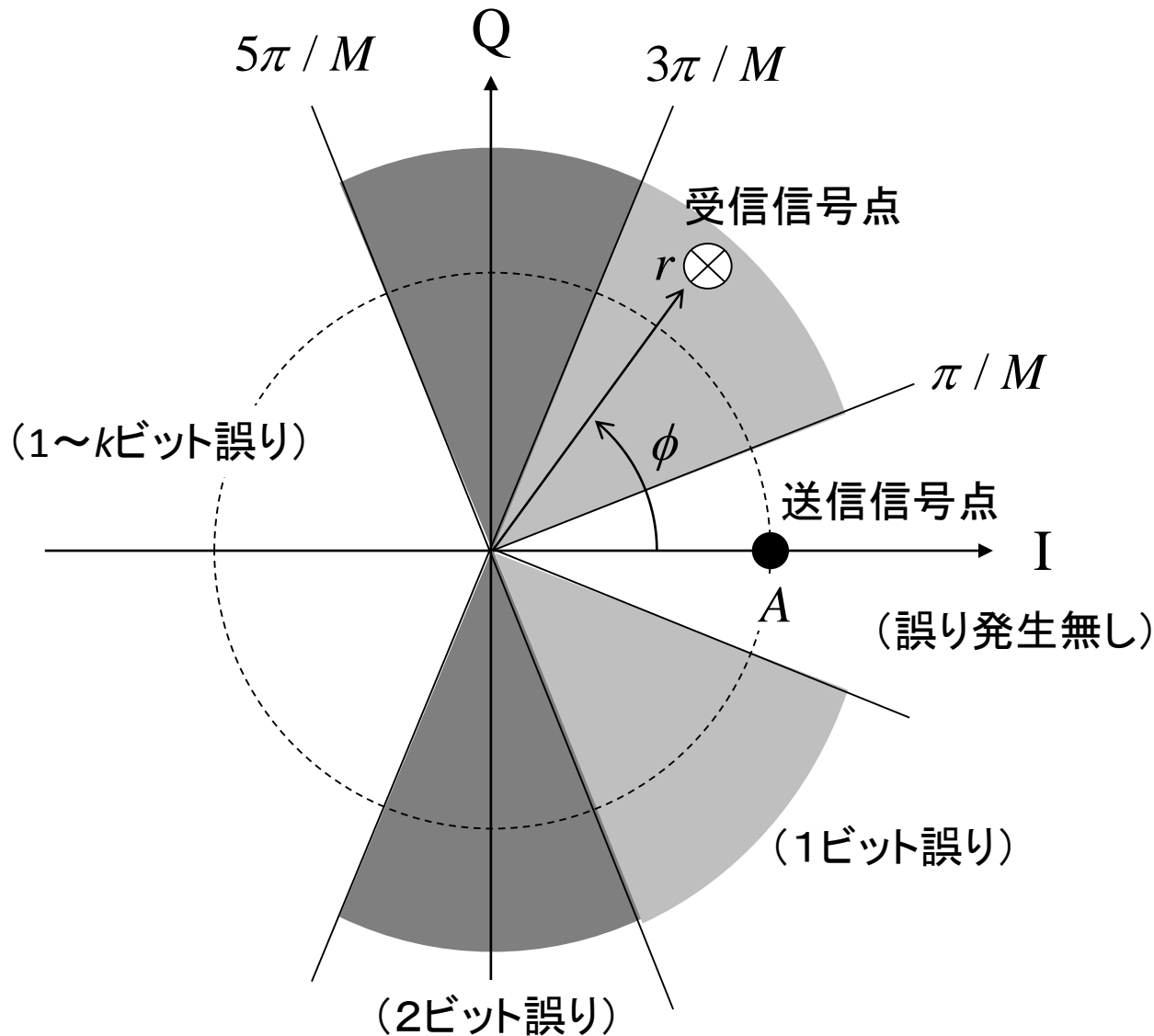
QAMのビット誤り率の考え方(16QAMの例)



- 誤り率の違いは①、②、③の3種類ですべてか？ Yes
- 状態①、②、③の発生確率は？(コンステレーションの形で分かる)
- 各状態が壁を越える確率は？(BPSKやQPSKで学んでいる)
- ①、②、③で壁を越えたら何ビット誤るか？(グレー符号なら1ビット)

BER算定

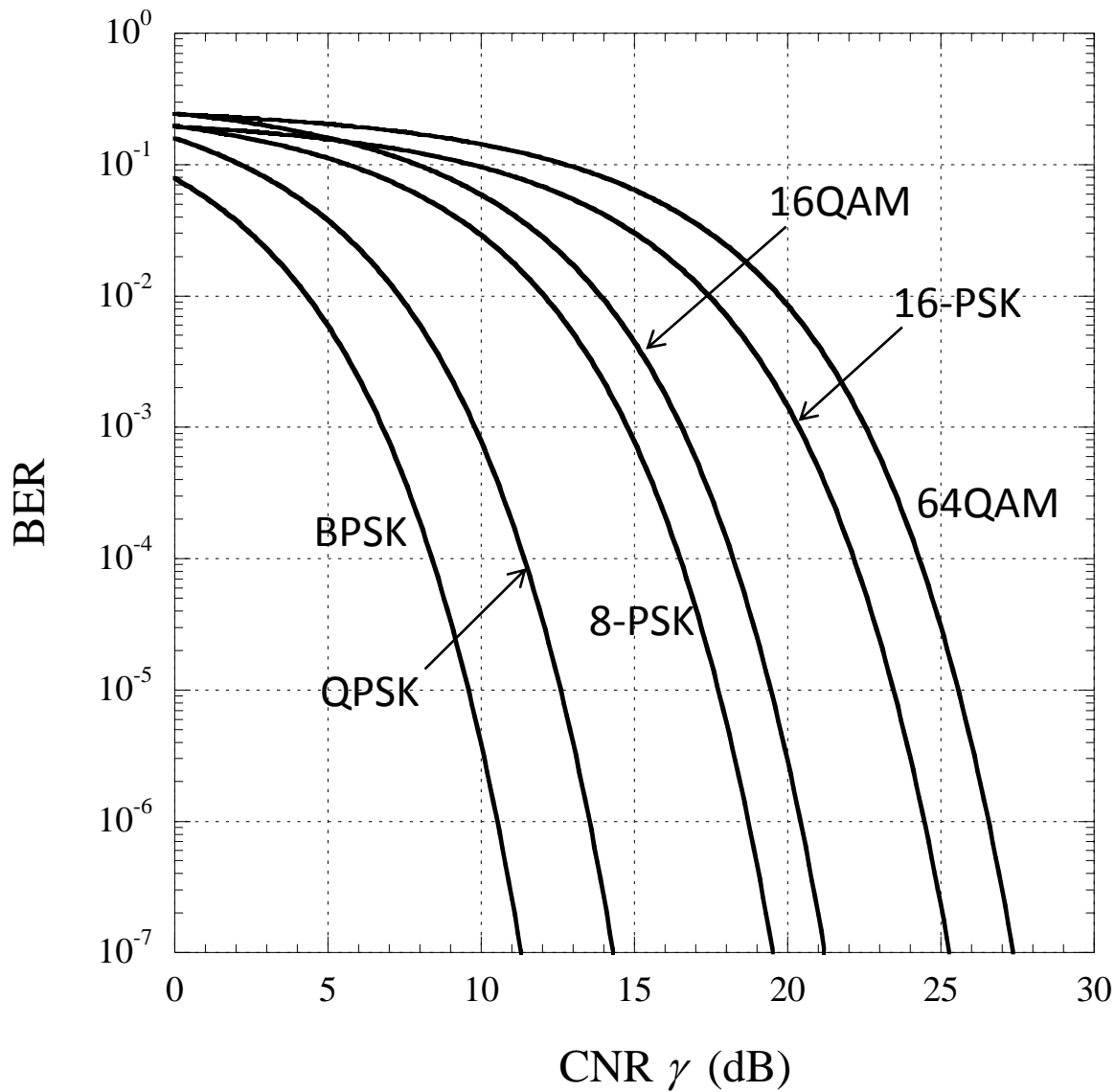
多相PSK方式のビット誤り率の考え方



仲上・ライス分布で位相の確率分布を出す式を使う

考え方は分かりやすいが、実際の計算は、厳密に求めようとするとは結構複雑

各種変調方式に対するビット誤り率



各種方式のBER計算式とその導出は、コロナ社本 ([無線通信物理理想技術へのアプローチ](#): 第8章) あるいは、[技術レポート TR-YK-056](#)

フェージング環境下でのBER特性

基本式

$$P_e = \int_0^{\infty} f_p(\gamma) P_0(\gamma) d\gamma$$

CNR γ の確率分布

CNR γ を関数とするBER

$$f_p(\gamma) = f\{r(\gamma)\} \left| \frac{dr}{d\gamma} \right| = \frac{1}{2\sqrt{\gamma}} f(\sqrt{\gamma})$$

振幅 r で表された確率分布を
CNR γ で表された確率分布に変換

$$(\gamma \propto r^2)$$

レイリーフェージング

$$f_p(\gamma) = \frac{1}{\Gamma_0} \exp\left(-\frac{\gamma}{\Gamma_0}\right)$$

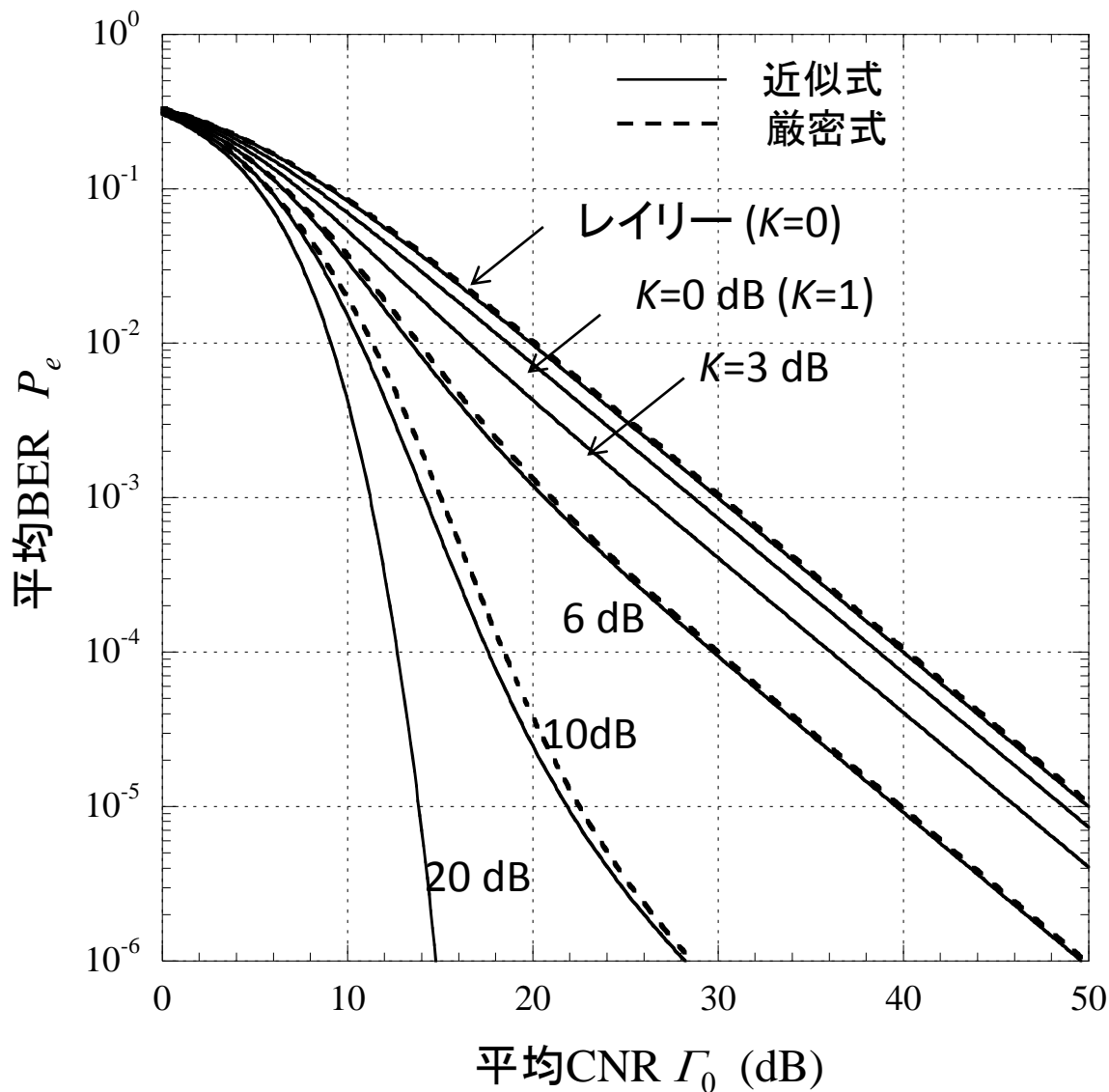
仲上・ライスフェージング

$$f_p(\gamma) = \frac{K}{\Gamma_D} \exp\left\{-K\left(\frac{\gamma}{\Gamma_D} + 1\right)\right\} I_0\left(2K\sqrt{\frac{\gamma}{\Gamma_D}}\right)$$

最大比合成ダイバーシチ

$$f_p(\gamma; M) = \frac{1}{\Gamma(M)} \frac{\gamma^{M-1}}{\Gamma_0^M} \exp\left(-\frac{\gamma}{\Gamma_0}\right)$$

積分が解けBER特性が簡易な閉形式で表される場合の例 仲上・ライスフェージングと遅延検波QPSK(DQPSK)



近似式

$$P_e = \frac{1}{\Gamma_s + 2} \exp\left(-\frac{\Gamma_D}{\Gamma_s + 2}\right) \left(K = \frac{\Gamma_D}{\Gamma_s}\right)$$

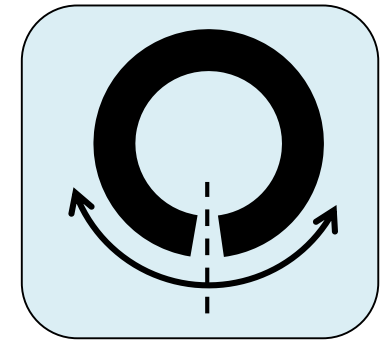
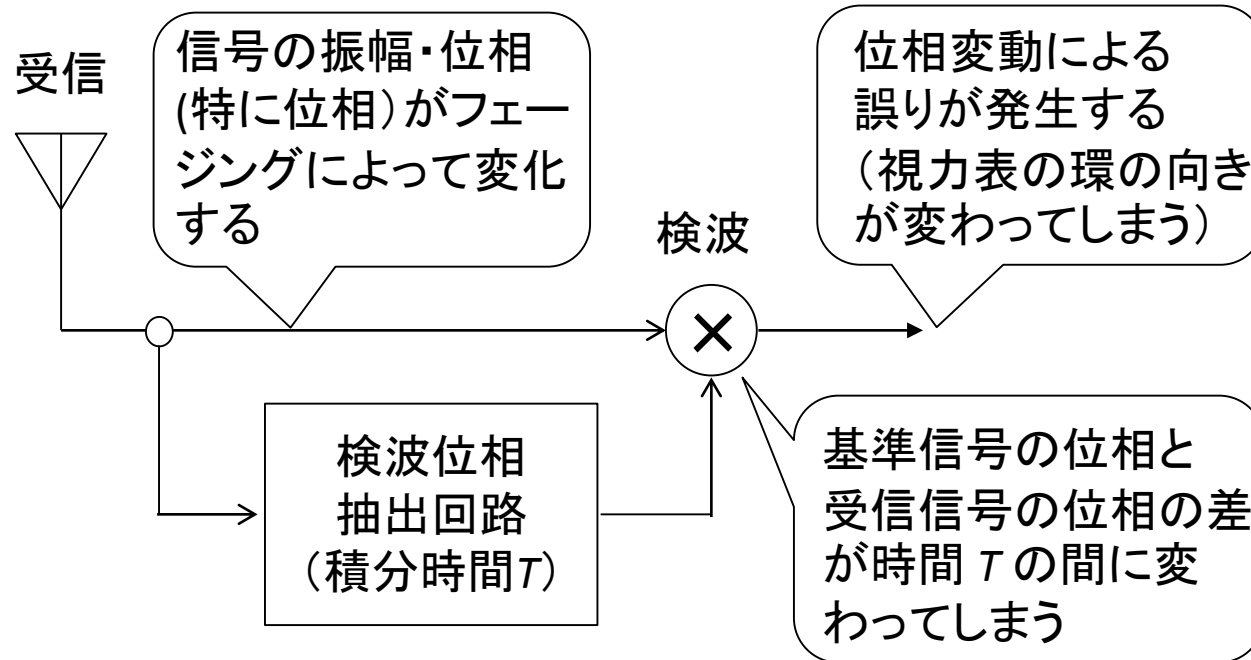
(一般的に用いられている式)

厳密式

積分により求めた厳密式

(出典は前スライドに記載)

高速フェージングによる誤り



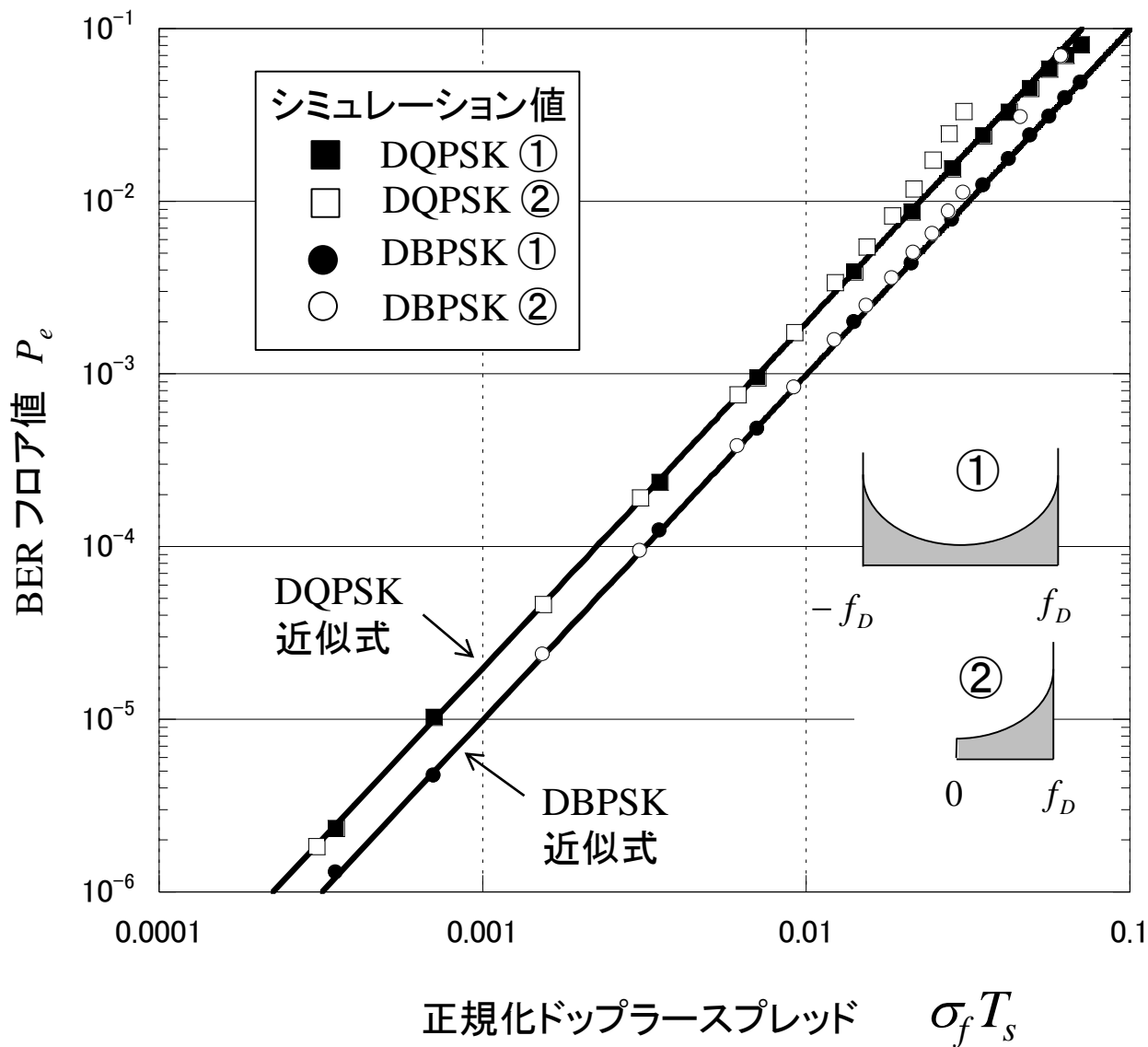
積分時間 T 内で変化する位相変化量 $\Delta\phi$ の大雑把な算定: $\Delta\phi = 2\pi f_D T$

誤りが発生しない条件: $\Delta\phi \ll 2\pi \rightarrow f_D T \ll 1$ あるいは $\sigma_f T \ll 1$

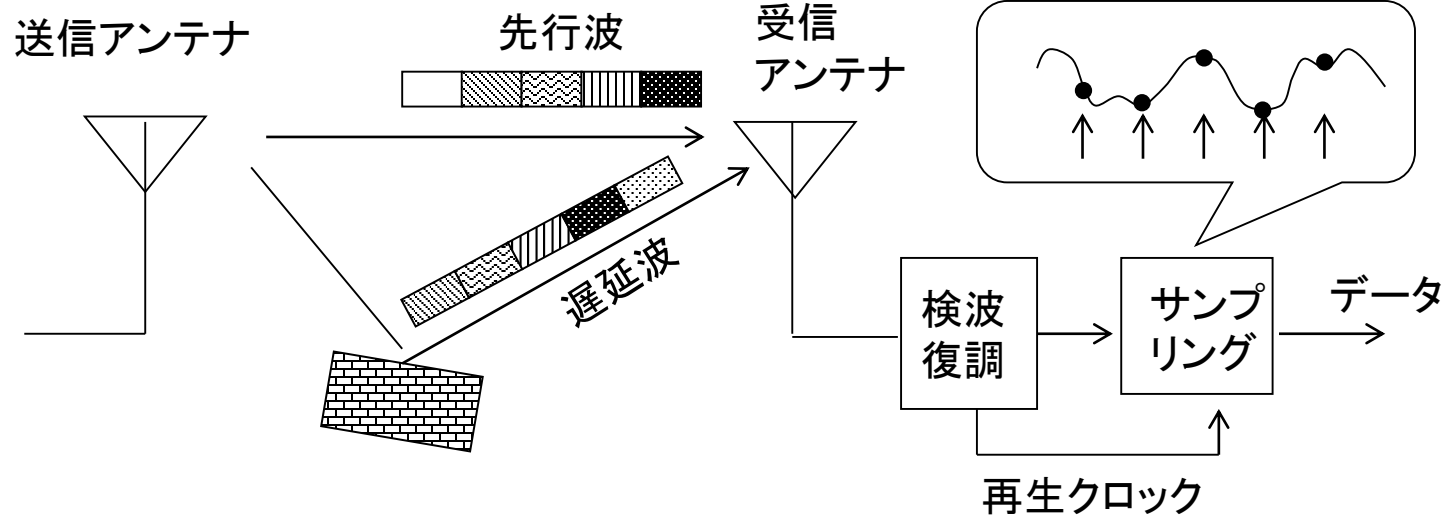
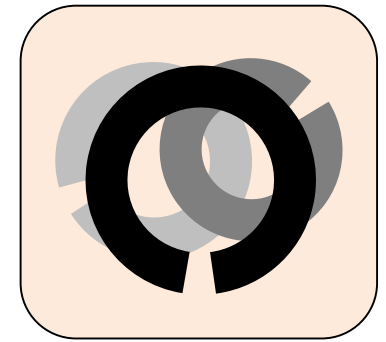
ビット誤りの発生率は $(\sigma_f T)^2$ に比例する

遅延検波の場合は $T \rightarrow T_s$ (シンボル周期)

高速フェージングに対するBERフロア値(遅延検波BPSK, QPSK)

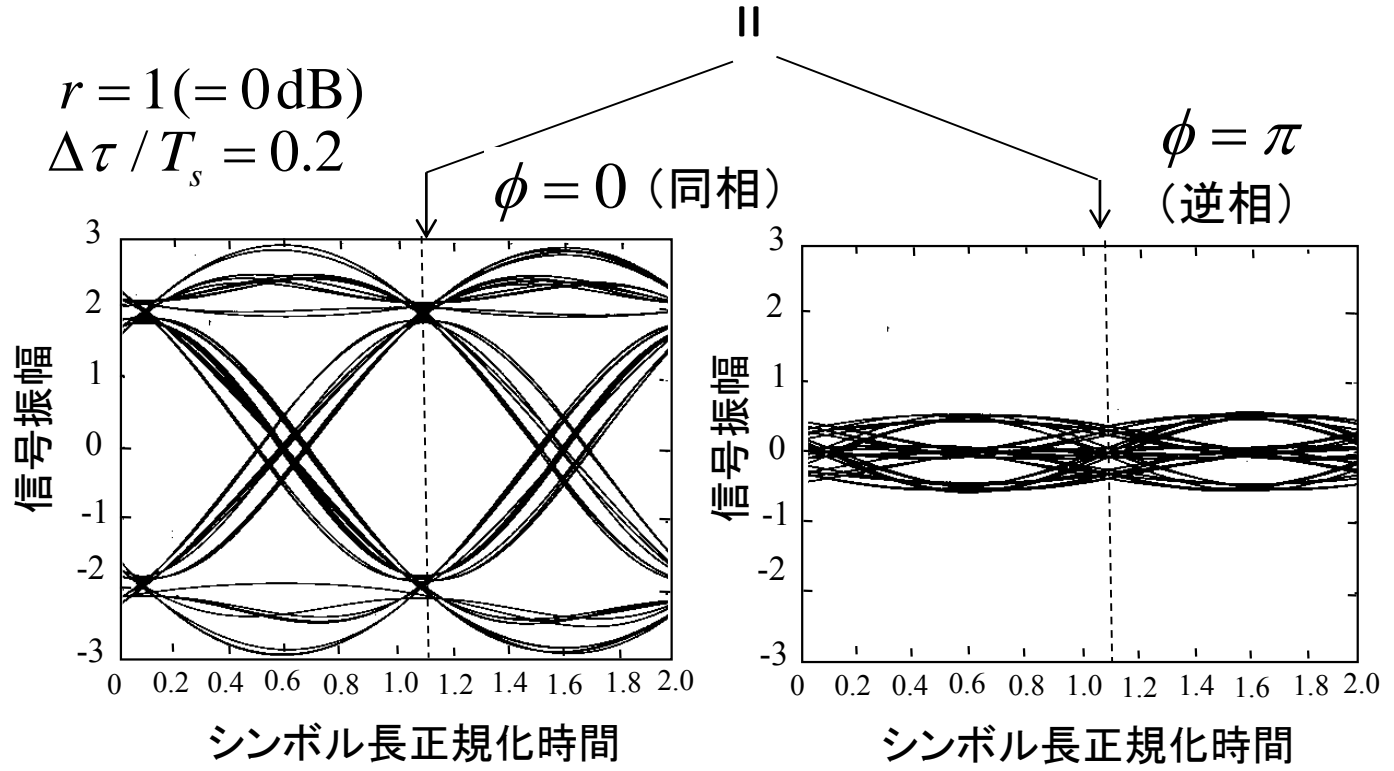
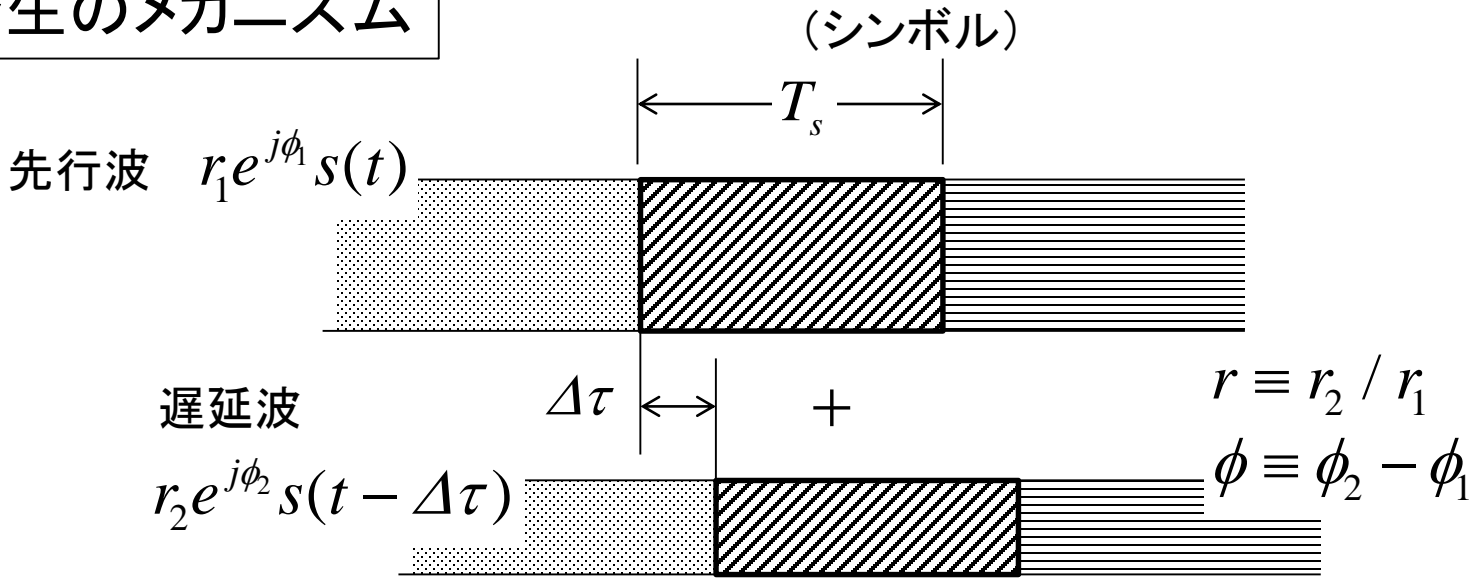


周波数選択性フェージングによる 符号間干渉誤りの発生

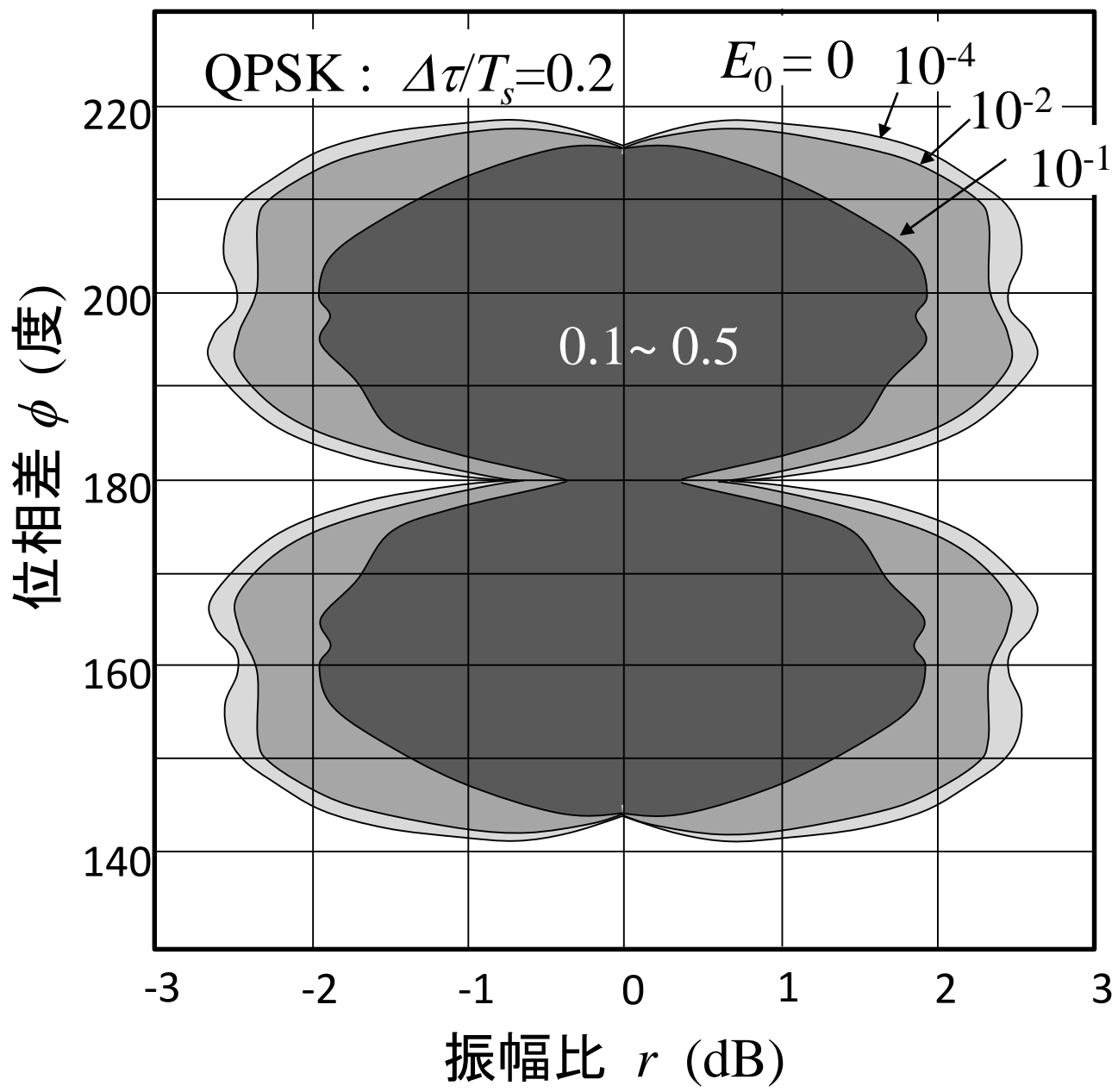


- ・ 先の符号と後の符号が重なって波形が歪む(符号間干渉誤り)
- ・ サンプリング点が定めにくくなったり、サンプリングのタイミングが変な動きをする(サイクルスリップ)

誤り発生メカニズム

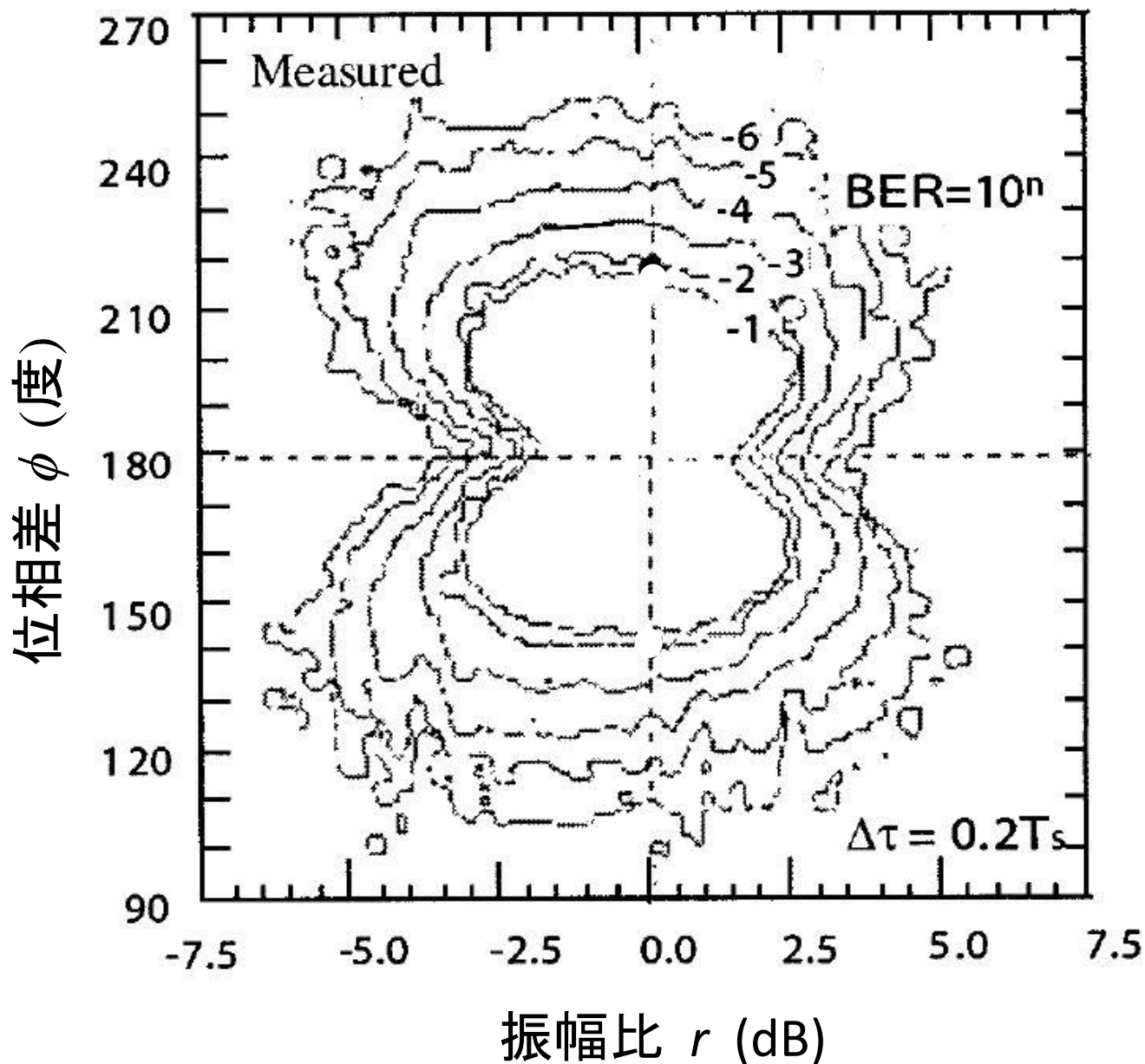


ビット誤りはどこで発生するか？2波モデルの場合



BERマップ
変復調方式によって異なる
遅延差によって異なる
(形状は相似形になる)

BERマップの実測値



64QPSKモデム
測定点数: 約6000点
(0.2dB, 2° 刻み)
一点の測定に約2分

誤り発生エリアは
シミュレーション値
よりは広いが、形状は
類似

等価伝送路モデルによる符号間干渉誤り発生率の推定

マルチパス伝搬環境

レイリーフェージング
仲上・ライスフェージング
周波数選択性フェージング

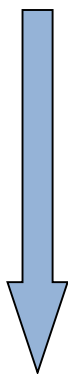
この道を進むのは
難しそう



符号間干渉のBER推定 (理論モデルを作る)

キーパラメータを組み入れた
一般的な理論式を作る

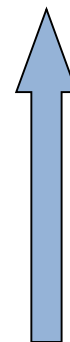
この道から
攻めてゆこう



伝送特性を支配する
伝搬キーパラメータ抽出

- ・ Kファクタ
- ・ 平均遅延
- ・ 遅延スプレッド

等価伝送路モデル
パラメータを
伝搬キーパラメータ
に置き戻す



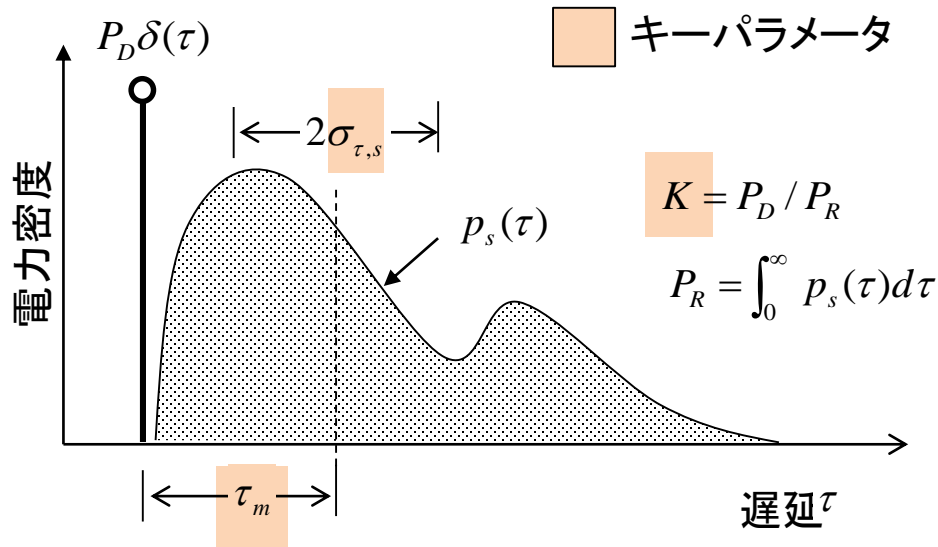
キーパラメータを組み入れた
もっとも簡易な伝搬モデルを
作る (等価伝送路モデル)



等価伝送路モデルの構成パラ
メータを用いて符号間干渉誤
り推定の理論モデルを作る

等価伝送路モデル

仲上・ライスフェージング環境

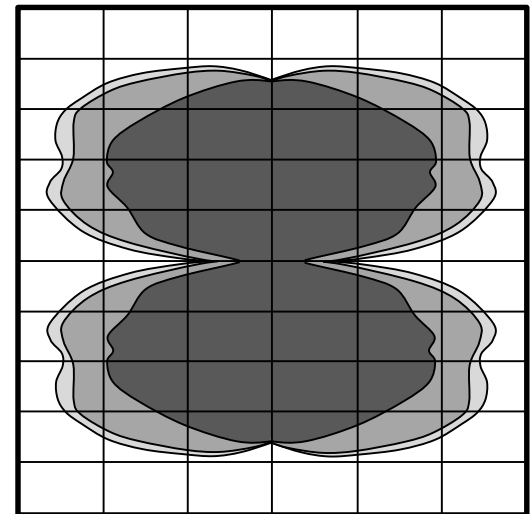
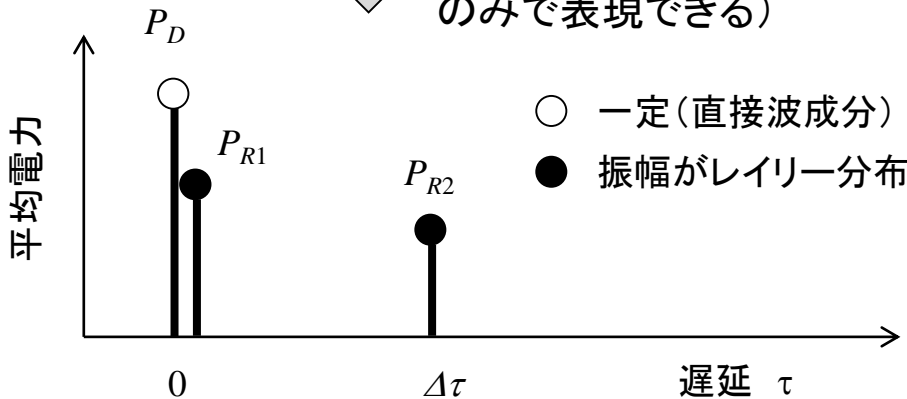


符号間干渉誤りの
キーパラメータで表された
一般解



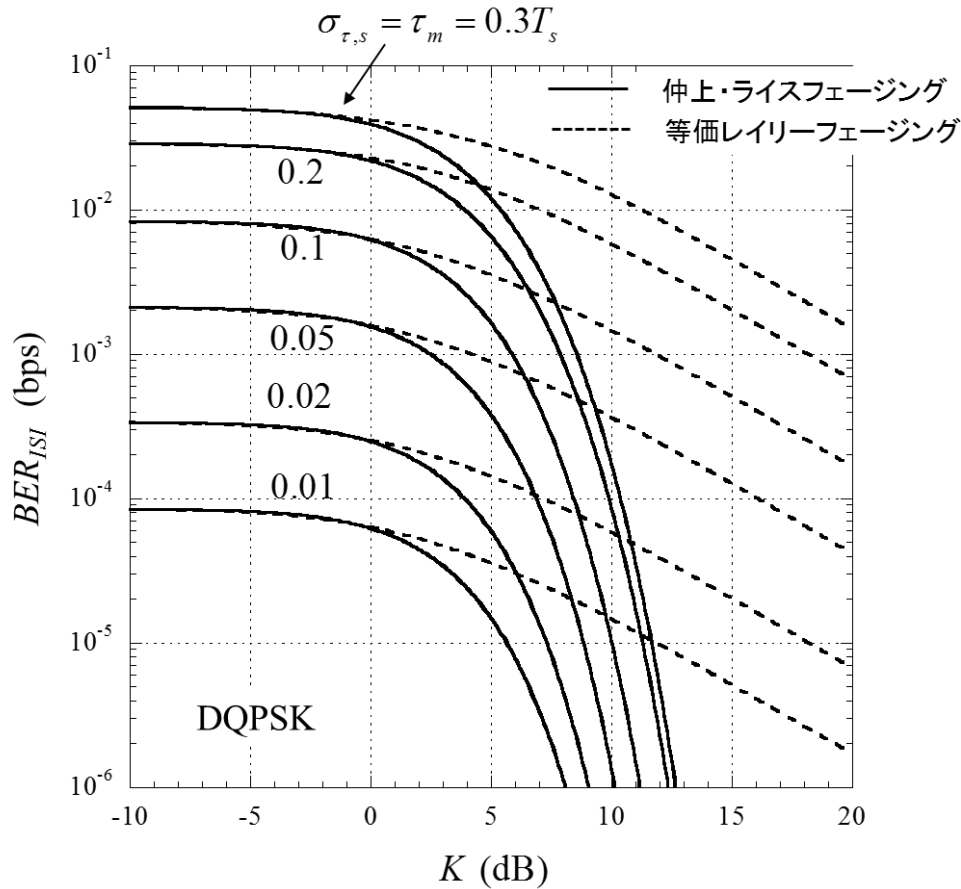
2波モデルのBER (BERマップ)
を2波モデルの確率分布で
BERを重み付け平均

(2波モデルのパラメータ
 $P_{R1}, P_{R2}, \Delta\tau$ はキーパラメータ
のみで表現できる)

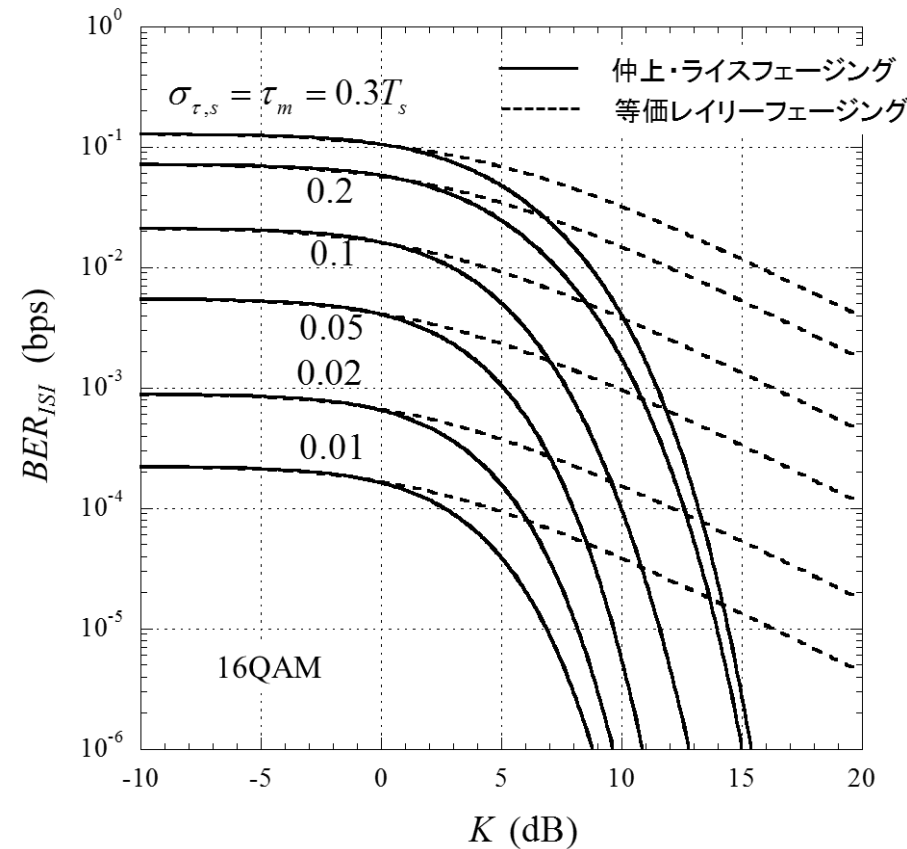


符号間干渉誤りによるBER特性(仲上・ライスフェージング環境)

【DQPSK】



【16QAM】

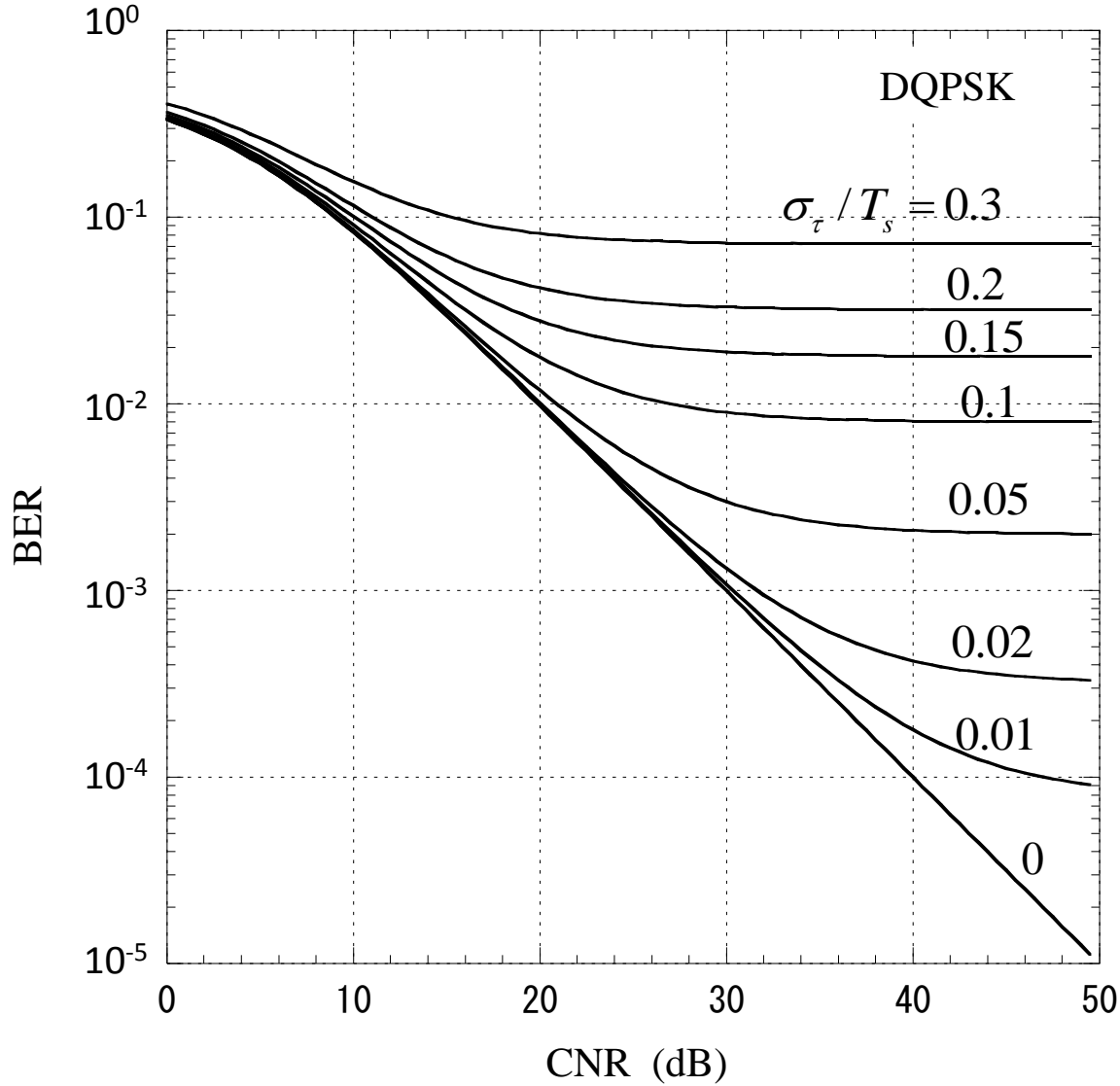


レイリーフェージング環境では

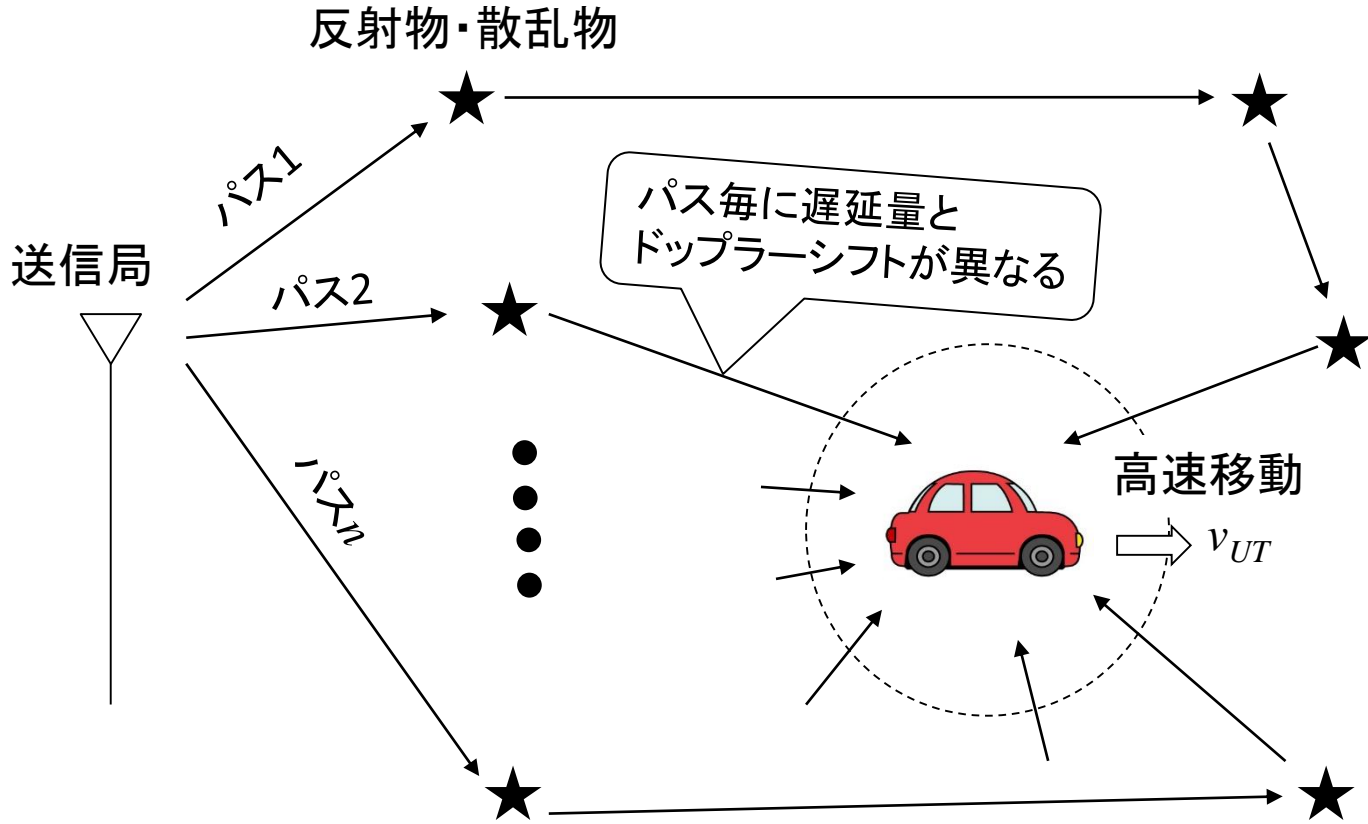
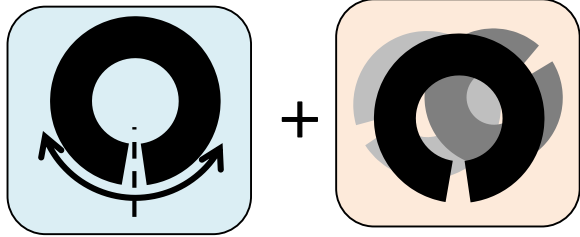
$$BER_{ISI} = a (\sigma_{\tau}/T_s)^2 \quad (a=0.070, 0.78, 0.80, 2.0 \text{ for BPSK, QPSK, DQPSK, 16QAM})$$

符号間干渉誤りと熱雑音誤りが混在する場合

$$BER(\Gamma_0, K, \tau_m, \sigma_{\tau,s}) \approx BER_{TN}(\Gamma_0) + BER_{ISI}(K, \tau_m, \sigma_{\tau,s})$$

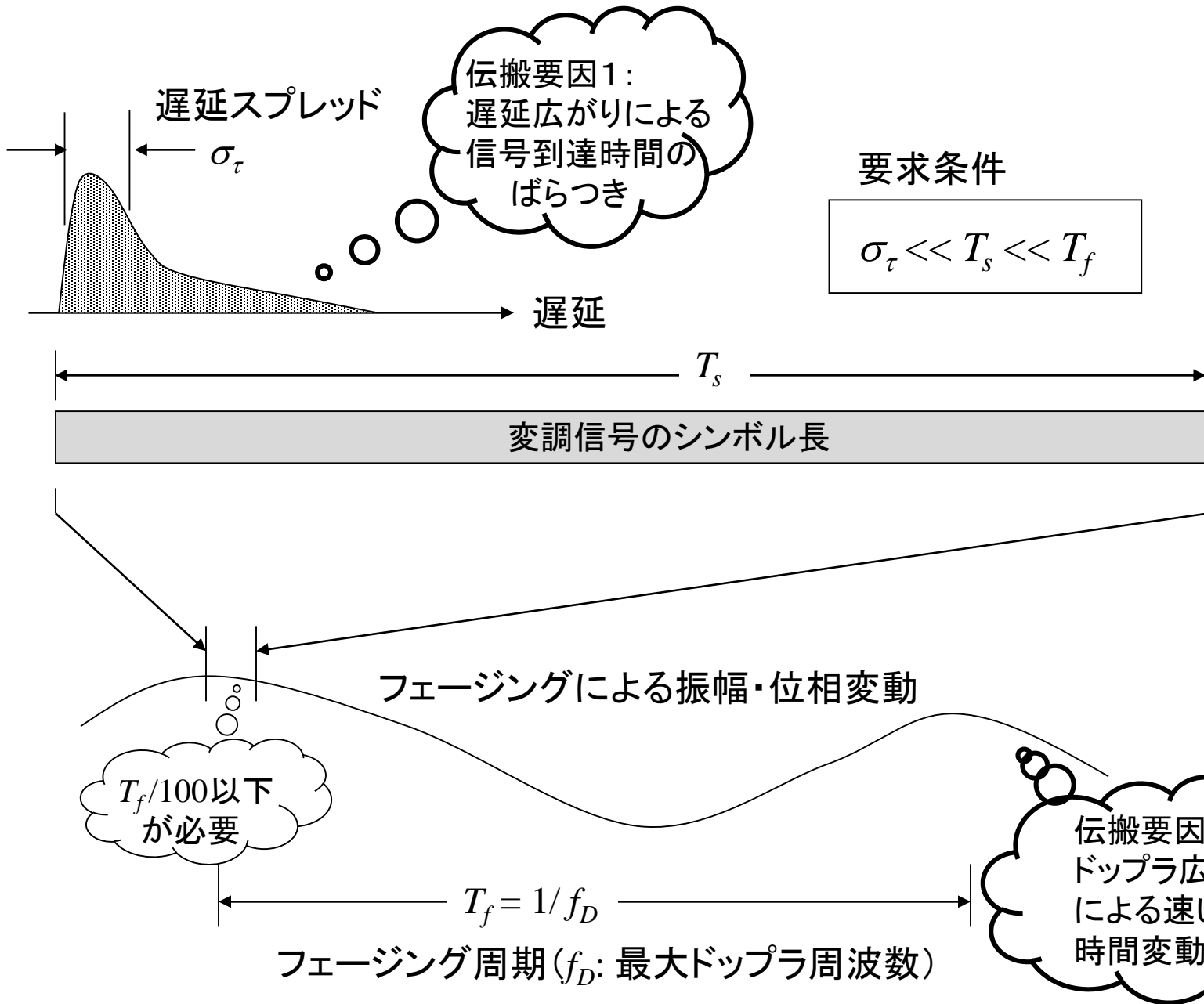


マルチパス伝搬のキーパラメータ

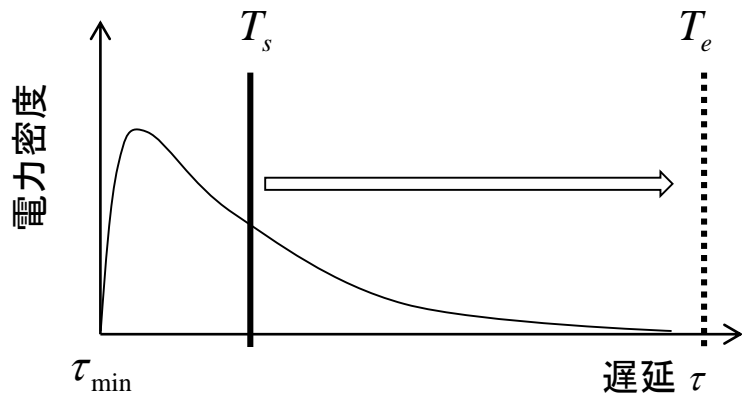


- 伝搬キーパラメータ {
- ドップラースプレッド: σ_f (あるいは f_D)
 - 遅延スプレッド: σ_τ
 - スプレッドファクタ: $\alpha (= \sigma_f \sigma_\tau)$

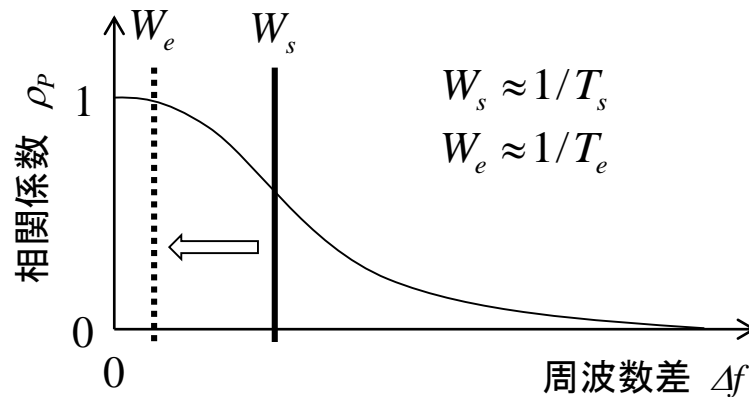
余裕をもって信号設計が可能な伝搬条件



電波伝搬要因がもたらす信号設計に対するジレンマ

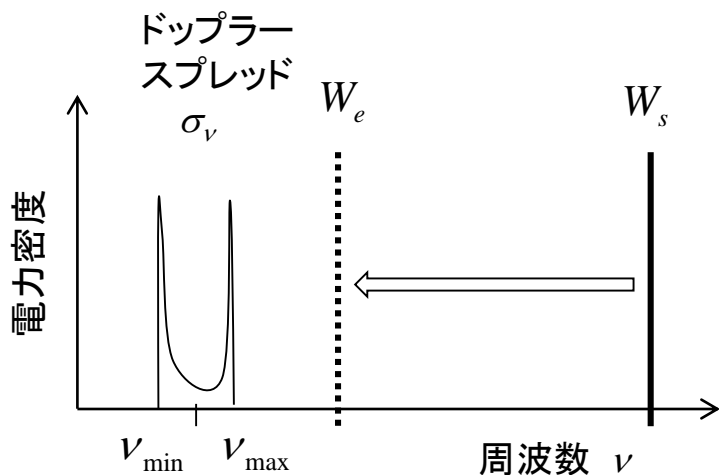


(a) 遅延プロファイル $p(\tau)$

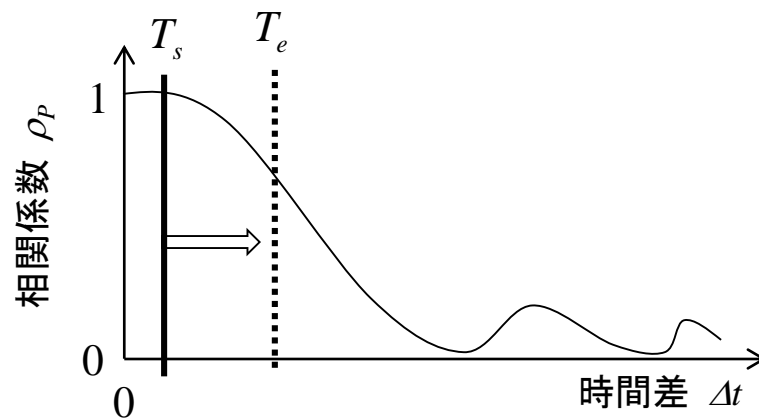


(b) 周波数相関 $\rho_P^{(\text{delay})}$

$$P_{e,\text{delay}}(\sigma_\tau; T_s) \approx k_\tau (\sigma_\tau / T_s)^2$$



(c) ドップラースペクトル $H(\nu)$



(d) 自己相関 $\rho_P^{(\text{Doppler})}$

$$P_{e,\text{Doppler}}(\sigma_\nu; T_s) \approx k_\nu (\sigma_\nu T_s)^2$$

二重選択性フェージング下での信号設計条件

周波数選択性フェージングに強くするためには、シンボル長 T_s を長くする

$$\sigma_\tau / T_s \ll 1$$

高速フェージングに強くするためには、シンボル長 T_s を短くする

$$\sigma_f T_s \ll 1$$

(注:コロナ社本(無線通信物理荘技術...)では σ_v で表記)

両方を満たすためには、シンボル長 T_s が許される条件は

$$\sigma_\tau \ll T_s \ll 1 / \sigma_f$$

良好な通信ができる条件は伝搬ファクター(スプレッドファクタ)のみできまり

$$\sigma_f \sigma_\tau \ll 1$$

例えば、周波数30GHz, 移動体速度 100 km/h, 遅延スプレッド 1 μ sでは、スプレッドファクタは0.0028 となり、信号設計が難しい領域に近づいている

通信路容量

雑音のある通信路において誤り無く伝送できるビットレートの上限

雑音のある通信路における通信路容量(シャノン限界)

$$C = W_s \log_2 (1 + \gamma) \quad [\text{bps}] \quad (\gamma \equiv P_S / P_N)$$

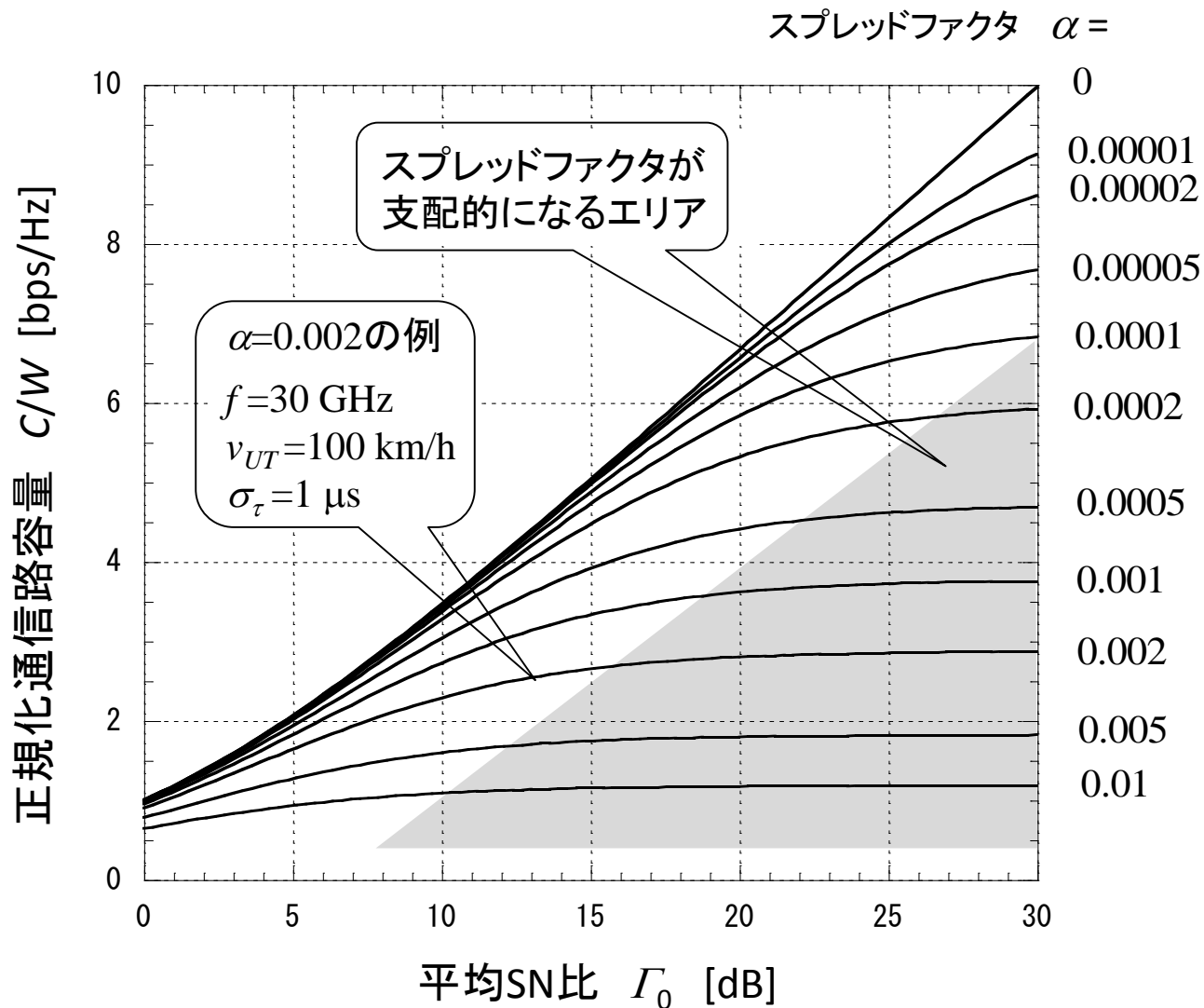
雑音・遅延広がり・ドップラ広がりが混在するフェージング環境下での通信路容量(脚注)

$$C \approx W_s \log_2 \left(1 + \frac{1}{\frac{1}{\Gamma_0} + 8\pi^2 \alpha} \right) \equiv W_s C_0 \quad \left(\begin{array}{l} \Gamma_0 \equiv \langle \gamma \rangle \\ \alpha \equiv \sigma_f \sigma_\tau \end{array} \right)$$

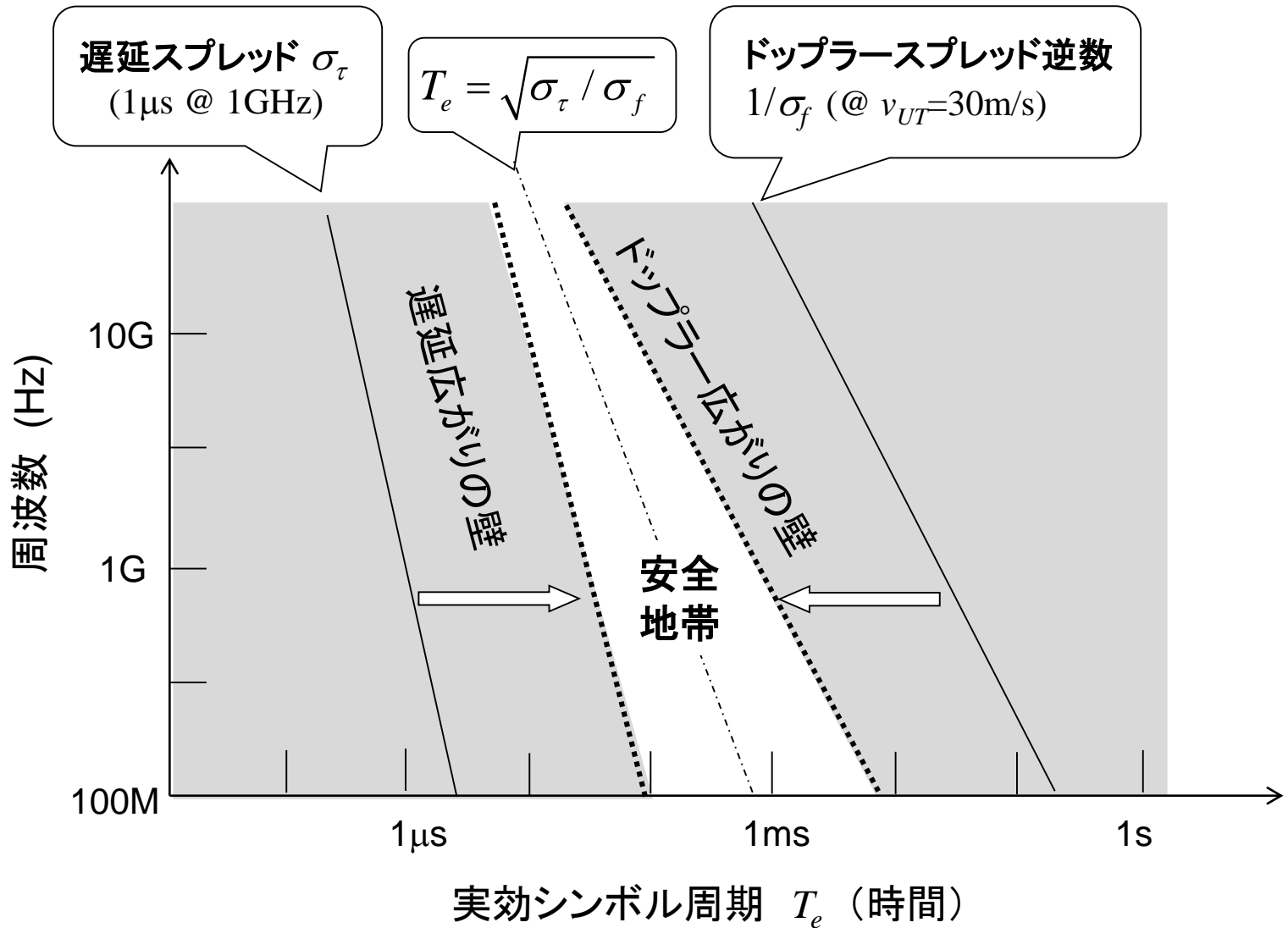
SN比が十分大きいときは

$$\lim_{\Gamma_0 \rightarrow \infty} C_0 = \log_2 \left(1 + \frac{1}{8\pi^2 \alpha} \right) \quad [\text{bps/Hz}] \quad \begin{array}{l} \text{スプレッドファクタに} \\ \text{支配される} \end{array}$$

スプレッドファクタと平均SN比に対する正規化通信路容量



情報伝送に立ちはだかる二つの壁とシンボル設計に開かれた窓



未来の通信(より高い周波数帯電波の利用、より高速スピードで移動する端末に対する通信)においては、電波伝搬に支配されて、情報伝送の物理限界に近づく

その物理限界を逃れるためには

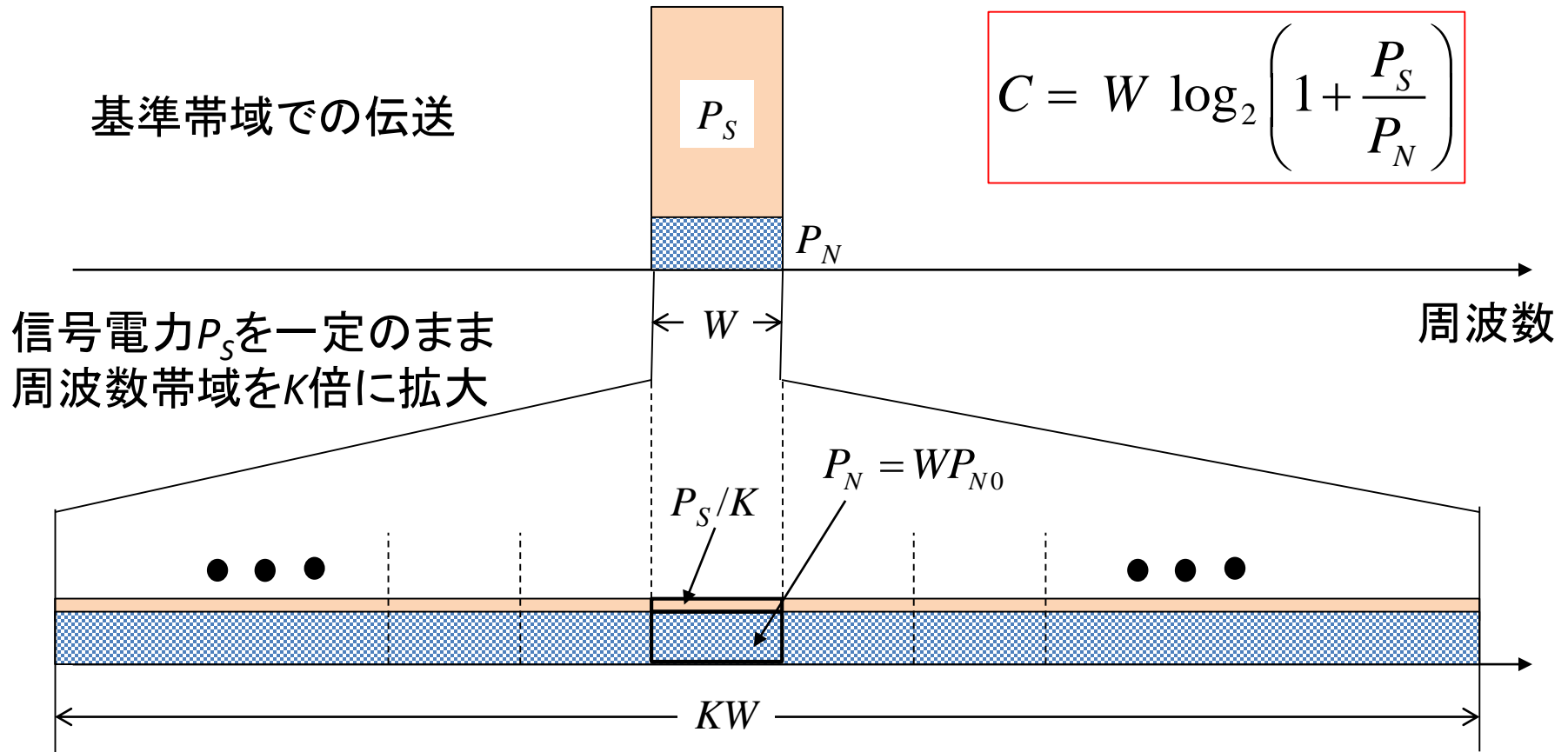
① アレーアンテナの利用

(空間信号処理によって、実効的な意味で、遅延スプレッドやドップラースプレッドを小さく抑えることができる)

② 超広帯域・超低電力密度信号の利用

(送信電力を増やさず、帯域幅だけ広くする。信号は帯域あたり低電力密度になるが、伝搬劣化は抑えられる。(その原理は次のスライドに))

送信電力一定の下、帯域幅だけ広げてゆくと通信路容量は？



$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{P_N} \right)$$

帯域幅を無限に拡大してゆくと

$$C(K) = KW \log_2 \left(1 + \frac{1}{KW P_{N0} / P_S + 8\pi^2 \alpha} \right) \Rightarrow \lim_{K \rightarrow \infty} C(K) = 1.44 \frac{P_S}{P_{N0}}$$

伝搬問題が克服されて、熱雑音のみの究極の容量が得られる

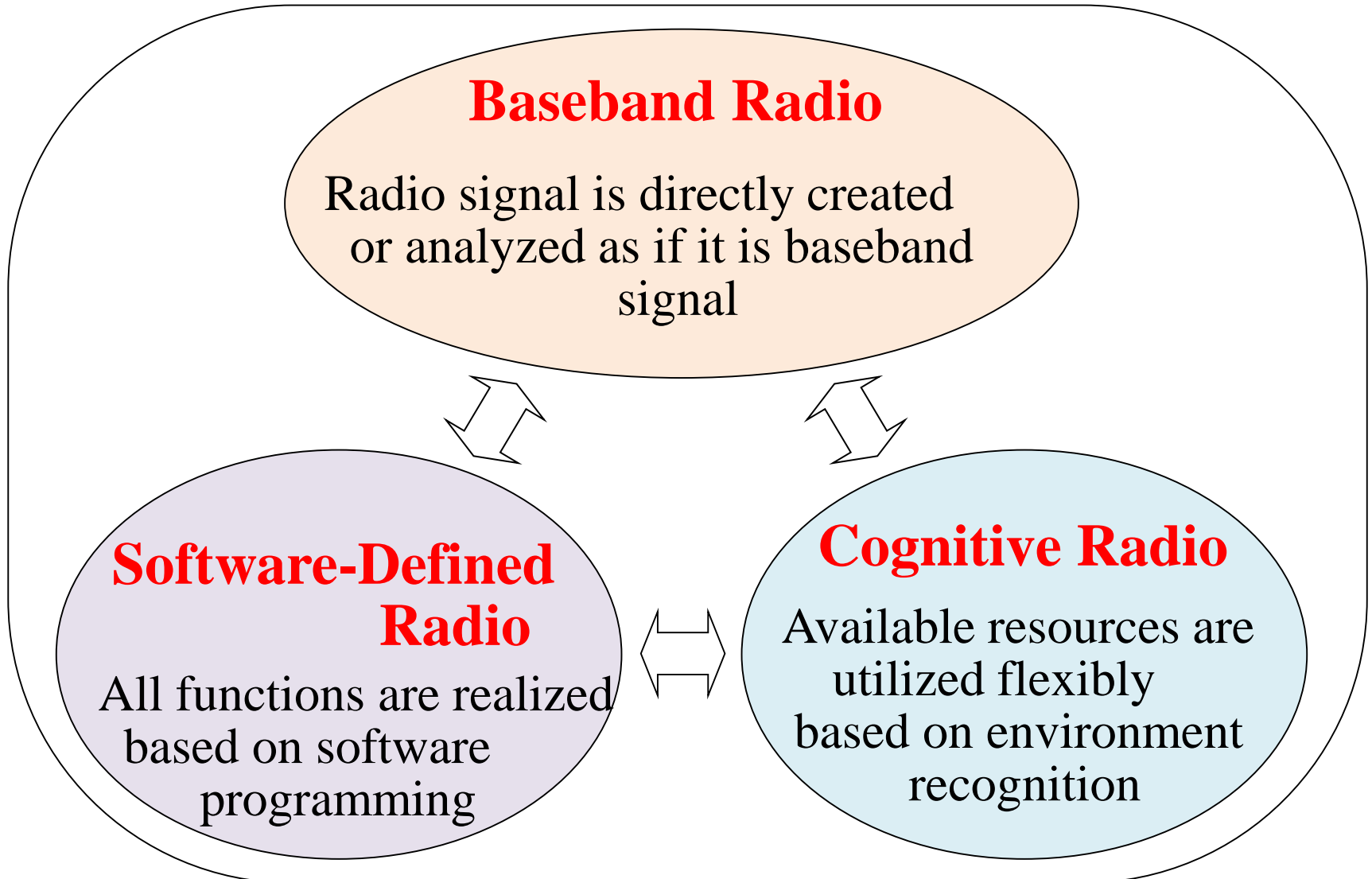
未来の通信の一つのイメージ

劣悪な電波環境に強い環境適応通信システム

- ・超広帯域な周波数を一括利用(超広帯域周波数拡散)
- ・超低電力密度(帯域あたりは微弱電波)伝送(電波干渉に耐性)
- ・電波周波数信号の一括デジタル信号処理(ベースバンド無線)
- ・分散アレーアンテナによる空間の面的周密化

克服すべき課題は山ほどある(低電力密度信号の検知、超高速デジタル信号処理、超広比帯域アンテナなど)が、未来を夢として語るのは許されると思う

究極の環境適応通信（三つの無線の統合）



本日の講義に関連する参考資料情報

スライドを使った講義は、図がベースであり、分かった気分になるかもしれないが、浅い理解で終わってしまうことが多いし、復習しようとしてもスライド資料だけでは不十分である。さらに理解を深めるためには、文章や式でまとめられた専門書などで復習をしてほしい。

今回の講義に関しては、以下の内容をベースとした

Part 1: 電磁気学

唐沢、電磁気学のからくり(改訂)、私製Open Access Book, 2021. (第4章～7章,)

http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR-YK-061_EM_Wonderland.pdf

Part 2: アレーアンテナの利得

唐沢、近接配置におけるアレーアンテナの利得について、技術レポートTR-YK-063

http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR_YK_063_Array_Antenna_Gain.pdf

唐沢、近接配置におけるアレーアンテナの利得について[II]、技術レポートTR-YK-068

http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR_YK_068_Array_Antenna_Gain_Part_II.pdf

Part 3: 伝搬とシステムの接点(フェージング環境での伝送誤り特性)

唐沢、[無線通信物理層技術へのアプローチ](#)、コロナ社、2021. (第8章～12章)

本講義に関するご質問・ご意見は E-mail: karasawa@mail.uec.jp まで