KEC次世代ワイヤレス技術講座
(Sep. 17, 2021)

アンテナ・電波伝搬
～その根底にある不思議を探る [II]～

唐沢　好男
(元)電気通信大学

自己紹介

1950年（長野県）生まれ。学部の卒研テーマは結晶成長、就職した会社の部署は半導体課。量子力学を本格的に学びたく大学院受験。合格するも希望の研究室は満杯。このとき、シュレーディンガーを神様とする世界からマックスウェルを神様とする世界に宗旨替え（24歳）。偶然が導いてくれた電波の道であったが、40年以上を歩き続けてみると面白いことがいっぱい。研究者（KDD（現KDDI））、研究マネージャー（ATR）、研究教育者（大学）を経てフリーに。今は、次世代を担う若者に向け、培った電波技術の継承を願って技術レポートをせっせと書いている。唐沢研究室HPより公開中（下記リンク: 唐沢研究室,技術レポートの公開）。

好きな言葉は「セレンディピティ」。周りの人（主に学生）にやたらそれを説くので「セレンディピティ馬鹿」と呼ばれていた。偶然の出会いを重ねながら今日ここまで歩み来た人生そのものに、それを強く感じている（下記リンク: セレンディピティ）。

- 唐沢研究室　http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/
- 技術レポートの公開（現時点で62報まで）
  http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/report.htm
- セレンディピティ　http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/tainin.html

このセミナーについて

アンテナ･伝搬分野の根底に横たわる不思議を掬い取り、その理解を通じて基礎体力の向上を目指す。昨年度、同タイトルで講義を行ったが、今年度はその中身を大幅に入れ替える（共通部分もかなりある）。一つ目は電磁気学のパラドックス。電磁気学やアンテナ･伝搬の中のからくりを理解する。二つ目は伝搬データを見る目を養うための統計：信頼区間推定を学ぶ。三つ目は究極のアレーアンテナ：MIMO～マッシブMIMOの仕組みについてその体感的理解を目指す。

講義内容　３点

Part 1　電波の基礎を知ろう

・電磁気学から無線へ

・電磁気学のからくり

・フリスの伝達公式とアンテナ

Part 2　電波伝搬:統計的にものを見る目を養おう

・回帰推定:傾向を見る

・区間推定:回帰推定の信頼性

・AIC（赤池情報量規範）: 良いモデルとは

・極値統計:想定外を想定外としないための心構え

Part 3　MIMOの基礎

・なぜMIMO？情報理論に見る不都合な真実

・Massive MIMOにみる好都合な真実

Part 1　電波の基礎

（１）電磁気学から無線へ

（２）電磁気学のからくり

電界と磁界の不思議な関係

（３）フリスの伝達公式

→身近にある不思議

（1）電磁気学から無線へ（18世紀～）

キャベンディッシュ

クーロン

アンペア

ファラデー

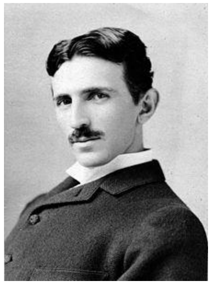
マクスウェル

ヘルツ

マルコーニ → 短距離無線通信 / 長距離無線通信（電離層反射） / 対流圏散乱通信

テスラ → 無線電力伝送

このうち、下線の偉人を、教科書「[電波システム工学](#)」（信学会/コロナ社）のコラムで紹介



（テスラ：1856-1943)

電磁気学:　マクスウェルの方程式

４つの法則よりなる連立方程式ががっちりスクラムを組んで、
電磁現象の全ての仕組みを説明する（WhyではなくHowの意味で）

① $\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$

電束密度に関するガウスの法則
（電束（電気力線）の出発点は電荷）

② $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$

磁束密度に関するガウスの法則
（磁束（磁力線）の出発点はない、ループになっている）

③ $\nabla \times \boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$

（ファラデーの）電磁誘導の法則
（磁力線の密度が変化するとき、その周りに
電界の渦ができる

④ $\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{i} + \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$

アンペア・マクスウェルの法則
（電流があると、あるいは、電束密度の時間変化が
あると、その周りに磁界の渦ができる）

法則は経験則である。これまで、反証が無く正しいと信じられている。
我々は、黙って受け入れるしかない。法則の正しさを証明できる人は誰もいない。

電磁気学
マクスウェルの方程式

4つの法則
- 電束密度に関する
  ガウスの法則
- 磁束密度に関する
  ガウスの法則
- ファラデーの
  電磁誘導の法則
- アンペア-
  マックスウェルの法則

電界と磁界の振る舞いに関する力学の理論

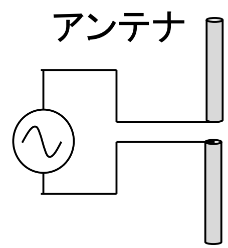
電波の発生

電荷 q

空間移動

電流 i

アンテナ



電波の伝搬

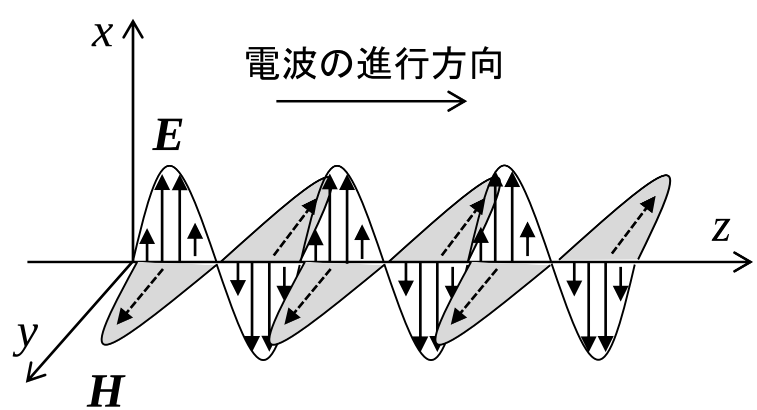
電束密度 $\boldsymbol{D}$
電界 $\boldsymbol{E}$

変位電流

時間変動

電磁誘導

磁束密度 $\boldsymbol{B}$
磁界 $\boldsymbol{H}$



（2）電磁気学のからくり

電磁気学は19世紀の後半に完成した理論
20世紀に吹き荒れた力学の革命（相対性理論）を無傷で乗り越え、
現代に生きる綻びのない理論

なぜ乗り越えることができたか、それは、マクスウェルの方程式が、
相対性理論が規範とした座標変換：ローレンツ変換に対して不変であったから（マクスウェルがそれを意識して組み入れたわけではない。式を作ったらそうなっていたと言うこと）

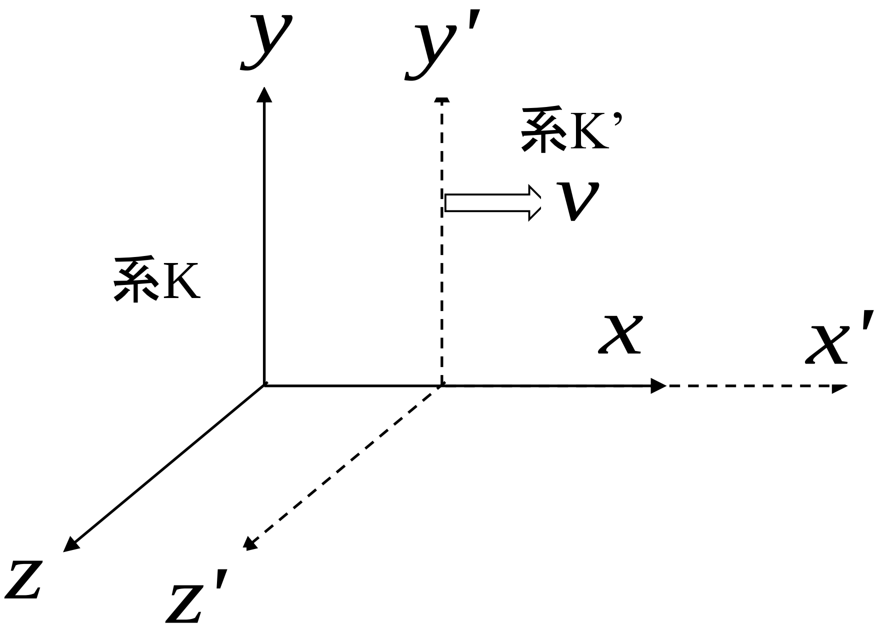
当時の力学：ニュートン力学：その根拠とする座標変換はガリレイ変換

ガリレイ変換の例

速度vで走る電車の中で、進行方向に向かって速度v_0でボールを投げるとき、外から見る人には、ボールの速度は$v+v_0$

マクスウェルの方程式は、ガリレイ変換による不変性が厳密には成り立たない　→　厳密性に欠ける理論（近似理論）と見られていた

物理学における慣性系に対する法則の不変性とは



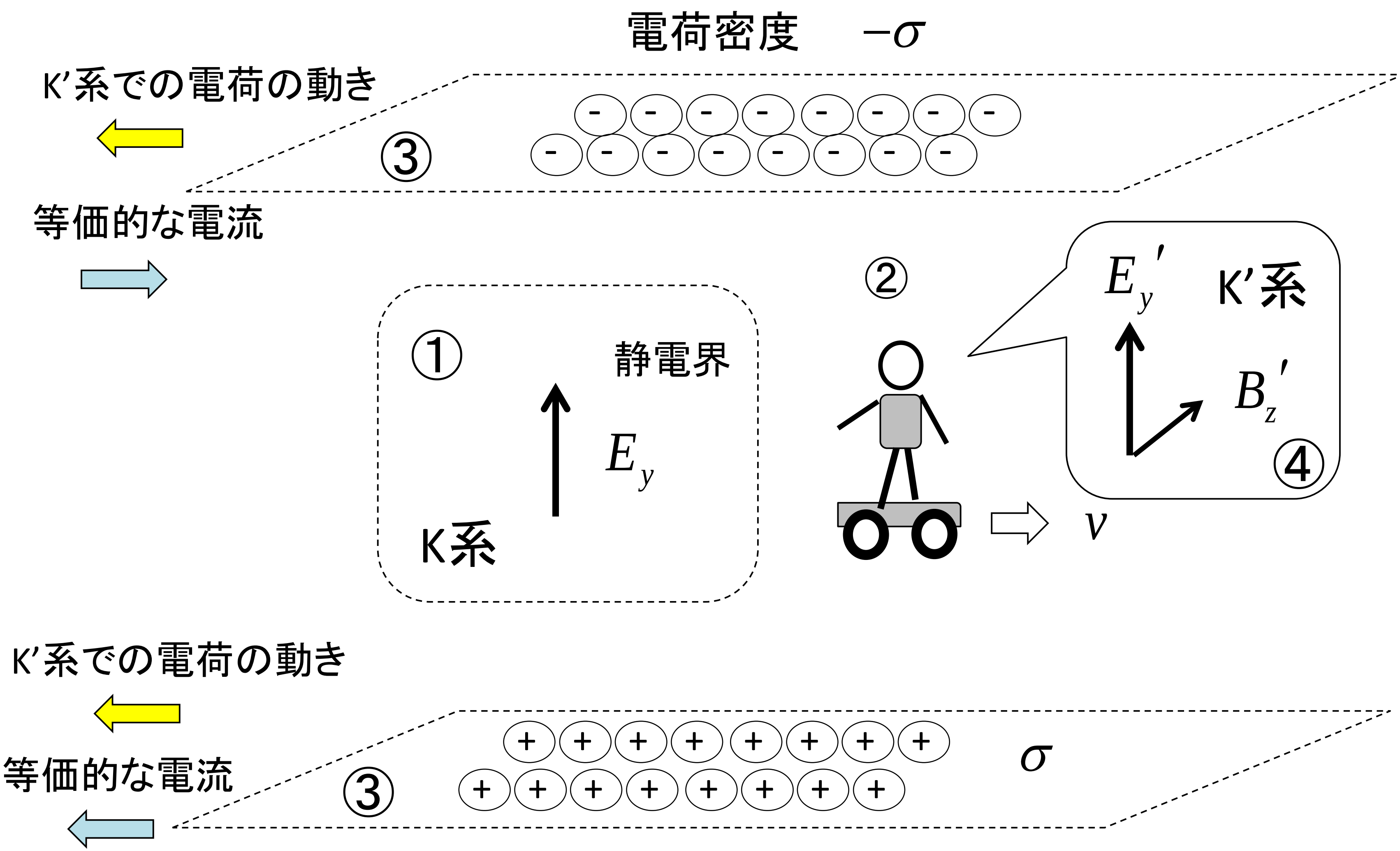
慣性系:
等速直線運動する系
KとK'

どの慣性系でも、物理法則は同じ式で表される
例えば、電磁誘導の法則では

K系: (静止系) $\nabla \times \boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$ $\leftrightarrow$ K'系: (動いている系) $\nabla' \times \boldsymbol{E}' = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}'}{\partial t'}$

でも、ガリレイ変換で座標変換してもこの関係が成り立たない

止まっている系（K）に静電界Eが有る空間に対して、
動いている人はどう感じるか？



動いている人には、電荷が左に動いているように見える。電荷が動くと電流ができる。
電流の向きは上下反対方向。この電流によって、動いている人は磁界を感じる。

ローレンツ変換（異なる慣性系での座標変換）

1）相対性原理（全ての慣性系は同等である）
2）光速度不変の原理（光の速度は光源や観測者の運動とは無関係に決まる）

（ミンコフスキーの４次元時空間：我々が住む物理世界）

$$\left.\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0 \\ x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma v \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma v / c^2 & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \geq 1$$ （ローレンツ因子）

空間と時間は光の速度を介して関係付けられる

電磁界諸量のローレンツ変換

【電界と磁界】

$$\begin{pmatrix} E_x' \\ E_y' \\ E_z' \\ B_x' \\ B_y' \\ B_z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 & 0 & -\gamma v \\ 0 & 0 & \gamma & 0 & \gamma v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma v / c^2 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & -\gamma v / c^2 & 0 & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}$$

【電荷密度と電流密度】

$$\begin{pmatrix} \rho_e' \\ i_x' \\ i_y' \\ i_z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma v / c^2 & 0 & 0 \\ -\gamma v & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_e \\ i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix}$$

【変換に対して不変な物理量】

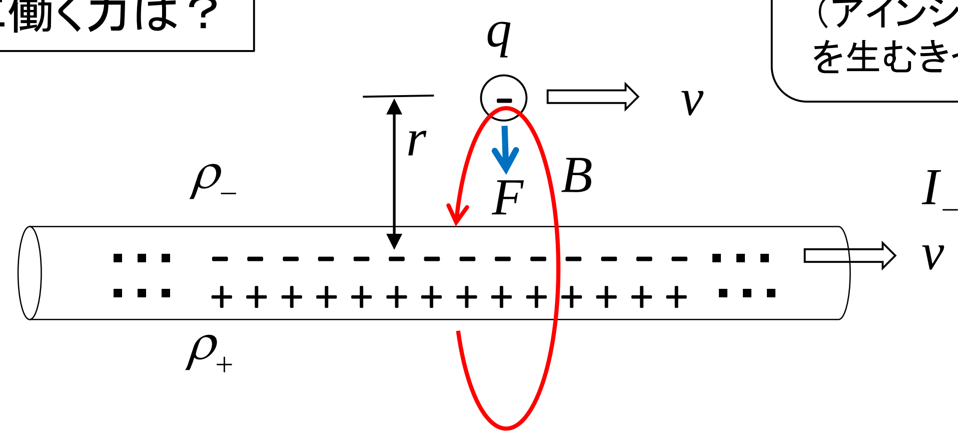
光速: c、 真空の誘電率: ε_0、 真空の透磁率: μ_0

慣性系での電磁力学を考えてみよう

ファインマンの物理学III
電磁気学：§ 13-6
（アインシュタインが相対性理論を生むきっかけとなった思考実験）

電流と共に走る電荷に働く力は？

直線状導線
（断面積 A）



電荷密度： $\rho_+ = -\rho_- \equiv \rho$ → 導線の外部に電界は無い $(\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0})$

負電荷の流れが作る電流： $I_- = -\rho_- A v$

→ 導線の外部の周方向に磁界ができる $B = \dfrac{\mu_0 I_-}{2\pi r}$

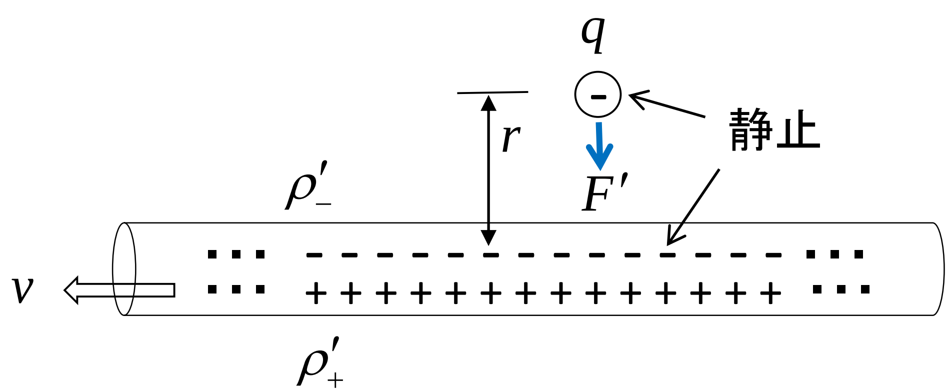
→ 動く電荷 q にローレンツ力が働き力 F を受ける $F = qvB = \dfrac{\mu_0 q v^2 \rho A}{2\pi r}$

電荷 q と共に移動する慣性系でこの現象を見ると

導線の中の負電荷は止まるが、正電荷の逆方向の動きにより、同様に磁界ができている
でも、電荷 q は止まっているので、ローレンツ力が働かず、磁界からの力を受けない
このように、見る人によって力学が変わるのは、ありえない。これはパラドックス？

慣性系での電磁力学を考えてみよう

電荷 q と共に移動する慣性系でこの現象を見ると



導線内の正電荷が反対方向に動き、周囲に磁界はできるが、
電荷 q は静止しているので、ローレンツ力は働かない。
では、どのような力が生まれて、力学的に辻褄が合うのか？

相対論的解釈：静止系ではバランスが保たれていた正負の電荷の電荷密度が、
移動する系から見ると違った値になり、これによって、電気的中和が崩れて電界
が生まれ $F=qE$ のクーロン力が生まれて、辻褄が合う

電荷密度と電流密度に関するローレンツ変換(再掲)

$$\begin{pmatrix} \rho' \\ i_x' \\ i_y' \\ i_z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma v / c^2 & 0 & 0 \\ -\gamma v & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix}$$

このケースに適用する式

$$\rho' = \gamma\rho - \frac{\gamma v}{c^2} i_x \quad \left(\because\ i_y = i_z = 0 \text{ for } \rho_- \ ;\ i_x = i_y = i_z = 0 \text{ for } \rho_+ \right)$$

二つの電荷密度、K’系では

$$\rho'_- = -\gamma\rho + \frac{\gamma v}{c^2}\rho v = \gamma\rho\left(-1 + \frac{v^2}{c^2}\right)$$

← K系で動いていた負電荷の密度

$$\rho'_+ = \gamma\rho$$

← K系で静止していた正電荷の密度

導線全体での電荷密度は

$$\rho' = \rho'_+ + \rho'_- = \frac{\gamma\rho v^2}{c^2}$$

← K系でバランスが取れていた電子密度が
K’系では異なる電子密度になり、
差し引き+の電荷量になる(電荷に引力が働く)

移動系（K'系）で見えてきた電界 E'

$$E' = \frac{\rho' A}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\gamma\rho A v^2}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r}$$ （面積Aは移動方向と直交する面なのでK'系でも変わらない）

電荷 q に働くクーロン力

$$F' = qE' = \frac{q\gamma\rho A v^2}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r} = \gamma F \quad \left(\because c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}\right)$$

静止している環境にあった磁気力が、動く環境では電磁力に変わった。すなわち
電界と磁界が作用する力は独立にあるものではなく、相互に関わりあっている。
K'系の方がγ倍力が強くなっているが、これは、移動する系では、相対論でおなじみの
ローレンツ短縮によって、電荷密度が大きく見えることによる。

【結論】

電磁気学にパラドックスは無い
（物理にパラドックスは無い。有るのは、我々の理解の迷い（ファインマン））

電磁気学には、この種のパラドックスもどきがいっぱいある。
その大部分は、このように相対論（＝ローレンツ変換）により、つじつまの合う
説明が可能である

世にも不思議な話

私には、二人の友達、太郎と花子がいる。

あるとき、太郎のいるところに行った。見回しても太郎以外に誰もいない。
私が歩き出すと、すっと、花子が現れた。

また、あるとき、花子に会いに行った。見回しても花子以外に誰もいない。
歩き出すと、すっと、太郎が現れた。

また、あるとき、誰もいないところに行った。でもそこには透明人間がいるらしい。
透明人間が変身するたびに太郎が現れる。でも花子が現れることは無い。

太郎＝電界、花子＝磁界、透明人間＝ベクトルポテンシャルです。
私が行った３箇所はどこでしょう？
（ヒント：３箇所目は、無限ソレノイドの外部。透明人間が変身するときとは？）

http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/FORN_No_338_Karasawa_All_Rights_Reserved.pdf

この例に限らず、電磁気学には不思議がいっぱい

電磁気学はマクスウェルの方程式を構成する４つの法則ががっちりスクラムを組んで、綻びのない理論体系を作り上げている。

ニュートン力学が絶対視されていた１９世紀、慣性系座標変換の規範となっていたガリレイ変換をマクスウェルの方程式に適用すると、厳密には成立しない問題があった。そのため、電磁気学は、当時、近似の理論と見なされていた。アインシュタインはこの点に着目し、電磁気学の方に真実があることを見抜き、ニュートン力学を近似理論とする特殊相対性理論を作り上げた。

電磁気学の諸法則は、ローレンツ変換に対して不変の性質を具備し、２０世紀に吹き荒れた力学の大革命（相対性理論）の嵐を無傷で乗り切ることができた。

6章　電磁気学と相対論
7章　近接作用で見る電磁誘導の法則
9章　フリスの伝達公式
10章　パラドックスを楽しむ

（Open Access Book：ネット公開）

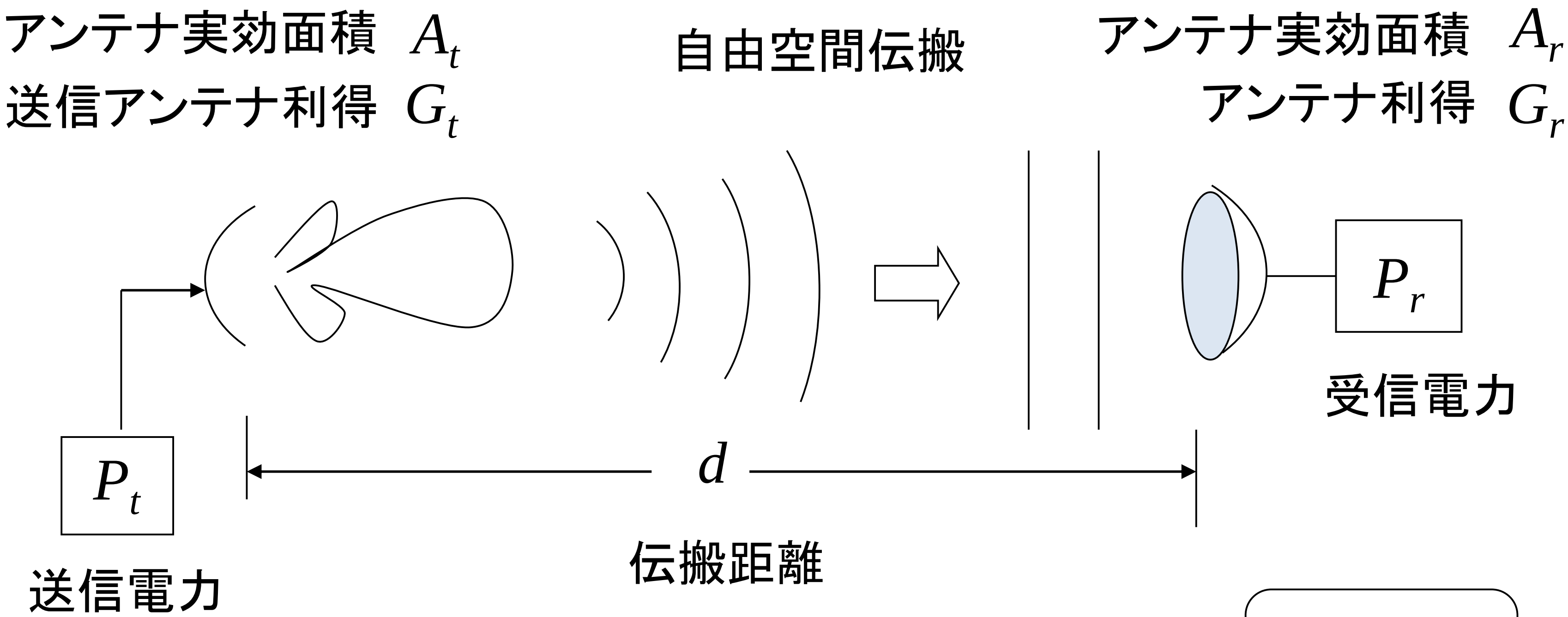
↓

http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR-YK-061_EM_Wonderland.pdf

（3） フリスの伝達公式

無線伝送のイロハのイ

フリスの伝達公式:その出発点

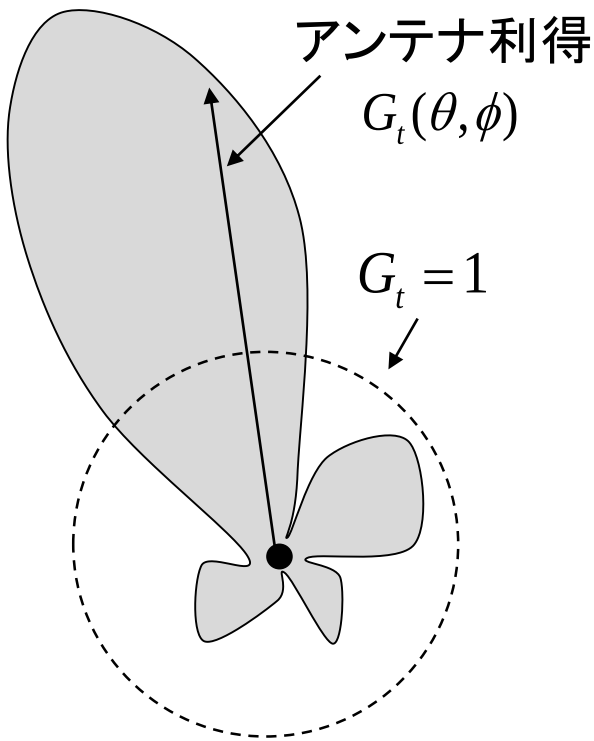


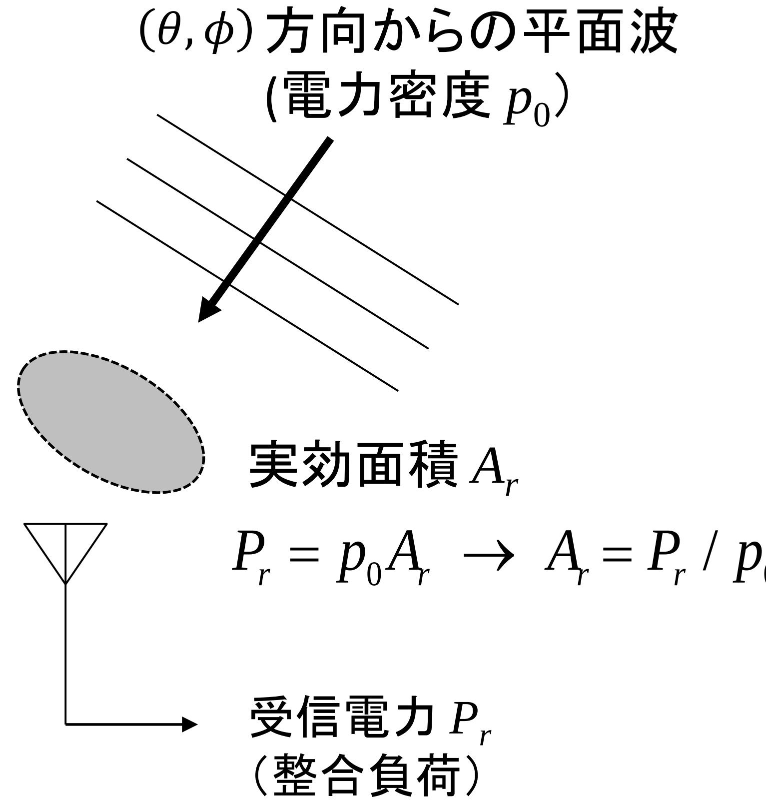
これをどう定めるか

$$P_r = P_t \times G_t \times \frac{1}{4\pi d^2} \times \boxed{A_r}$$

[W] : [W] [1/m²] [m²]

アンテナ利得と実効面積





アンテナ利得
（送信アンテナの概念）

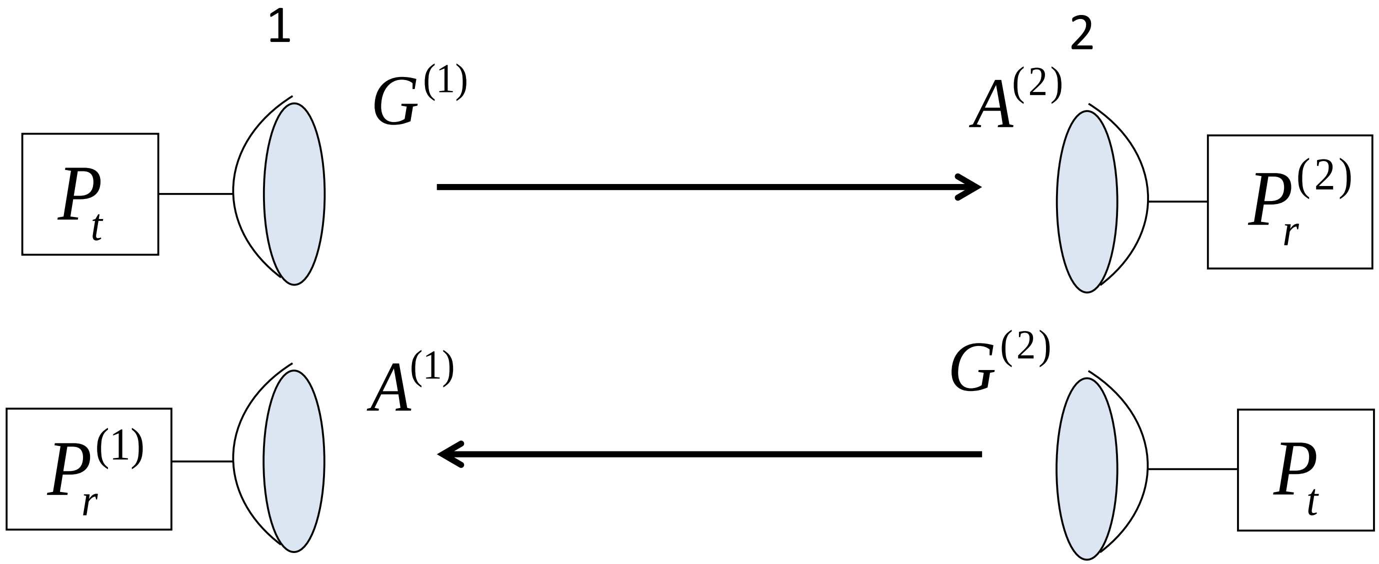
アンテナ実効面積
（受信アンテナの概念）

アンテナの理論：
（送信アンテナと
受信アンテナの可逆性）

$$G_r = G_t, \ A_t = A_r$$

アンテナ利得と実効面積の関係 ： ２段階で両者の関係を求める

第一段階（両方向回線の相反定理）



$$P_r^{(2)} = A^{(2)} \frac{1}{4\pi d^2} G^{(1)} P_t$$

$$P_r^{(1)} = A^{(1)} \frac{1}{4\pi d^2} G^{(2)} P_t$$

$$P_r^{(1)} = P_r^{(2)} \Longrightarrow \frac{A^{(1)}}{G^{(1)}} = \frac{A^{(2)}}{G^{(2)}}$$

＝アンテナによらず一定

第一段階（両方向回線の相反定理） → A/Gは一定

第二段階
（何か一つアンテナを選んで、あるいはどこか１方向について、
GとAの関係が理論的に求められればよい）

正攻法： マクスウェルの方程式を使って解ける微小ダイポール
アンテナより（虫明：アンテナ・電波伝搬、信学会/コロナ社）

その他： 大口径アンテナの正面方向の利得と開口面積の関係より

⇩

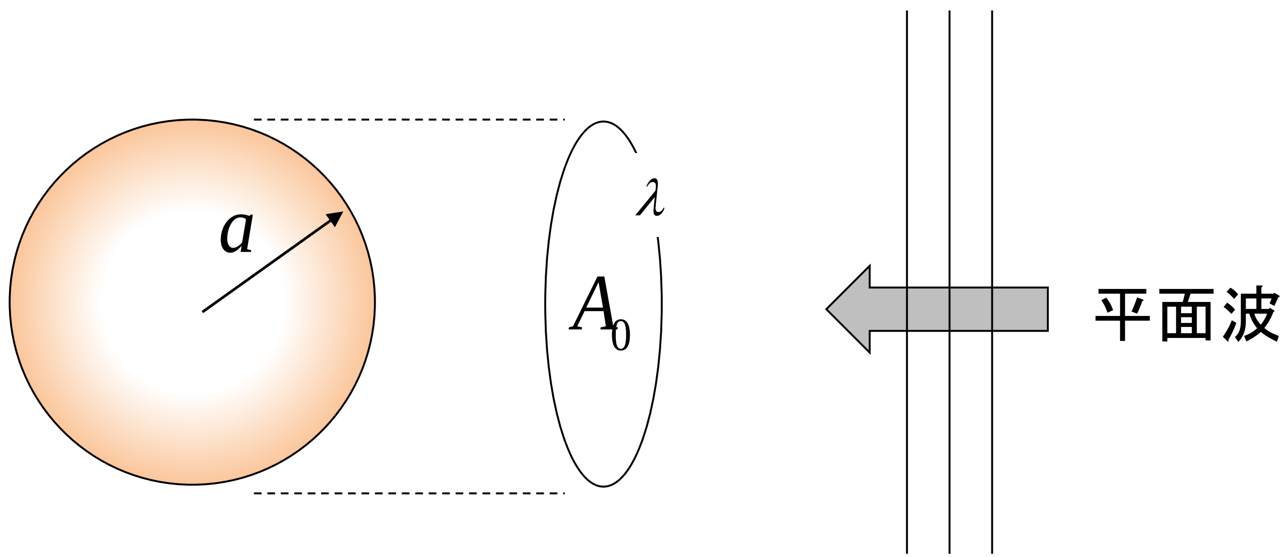
受信アンテナ利得 G と実効面積 A の関係

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

導出はどの方法でもそれなりに骨が折れて、
自明に出てくる式ではない

無指向性アンテナ（G=1）の実効面積

$$A_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$



受信球
（ka =1の球）

実効面積
（円周1波長の円の面積）

(k: 電波の波数、k=2π/波長)

例えば
f=2GHz, λ=15 cm
→ 直径5cmの円

無線伝送の基本式：フリスの伝達公式

送受信の関係式

$$P_r = P_t \times G_t \times \frac{1}{4\pi d^2} \times A_r$$

受信アンテナ利得 G_r と実効面積 A_r の関係

$$A_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r$$

フリスの伝達公式

$$P_r = P_t \ G_t \frac{1}{4\pi d^2} \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r$$

$$= \frac{1}{L_p} G_r \ G_t \ P_t$$

自由空間伝搬損：L_p

$$L_p = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2$$

無線伝送の基本式：　フリスの伝達公式

$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_t G_r$$

ここから言えること

アンテナの特性（利得）が周波数に依存しないとき、
周波数が高くなるほど、受信強度は弱くなる

Friisの原著論文

fairly accurate calculation of the output wave shapes produced.

A comparison of typical laboratory wave shapes with similar field records of lightning surges is given in Fig. 12. By reconnecting the capacitors of the generator in

ing possibilities for making a comprehensive study of lightning hazards in relation to aircraft[14] and studies on means of protection to minimize such hazards.

[14] J. M. Bryant and M. Newman, "Lightning discharge investigation—I," University of Minnesota Eng. Exp. Sta., Technical Paper No. 38; April, 1942.

A Note on a Simple Transmission Formula*

HARALD T. FRIIS†, FELLOW, I.R.E.

***Summary*—A simple transmission formula for a radio circuit is derived. The utility of the formula is emphasized and its limitations are discussed.**

Introduction

THIS NOTE emphasizes the utility of the following simple transmission formula for a radio circuit made up of a transmitting antenna and a receiving antenna in free space:

$$P_r/P_t = A_r A_t/d^2\lambda^2 \tag{1}$$

where

P_t = power fed into the transmitting antenna at its input terminals.
P_r = power available at the output terminals of the receiving antenna.
} Same units of power

A_r = effective area of the receiving antenna.
A_t = effective area of the transmitting antenna.
d = distance between antennas.
λ = wavelength.
} Same units of length

The effective areas appearing in (1) are discussed in the next section and this is followed by a derivation of the formula and a discussion of its limitations.

* Decimal classification: R120. Original manuscript received by the Institute, December 6, 1945.

† Bell Telephone Laboratories, Holmdel, N. J.

フリスの論文の式

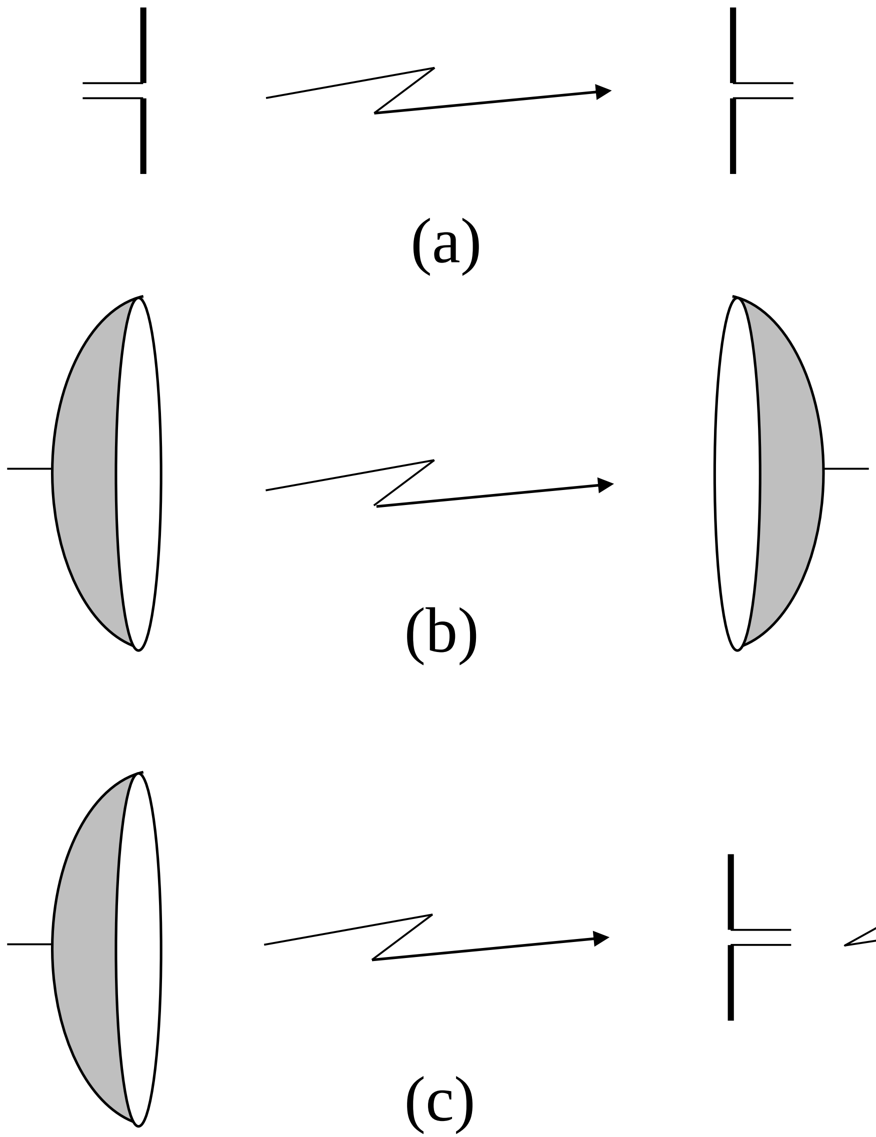
$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{A_r A_t}{(d\lambda)^2}$$

$$\left(\begin{array}{l} A_r = \dfrac{\lambda^2}{4\pi} G_r \\ \\ A_t = \dfrac{\lambda^2}{4\pi} G_t \end{array} \right)$$

同じ式
でも、見える景色が違う？

$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_t G_r$$

アンテナ特性が周波数によらないとき、受信強度と周波数の関係は？



[アンテナ利得一定]
周波数が高くなると
受信強度は弱くなる

[アンテナ面積一定]
周波数が高くなると
受信強度は強くなる

受信強度は変わらない

質問自体が正しくない

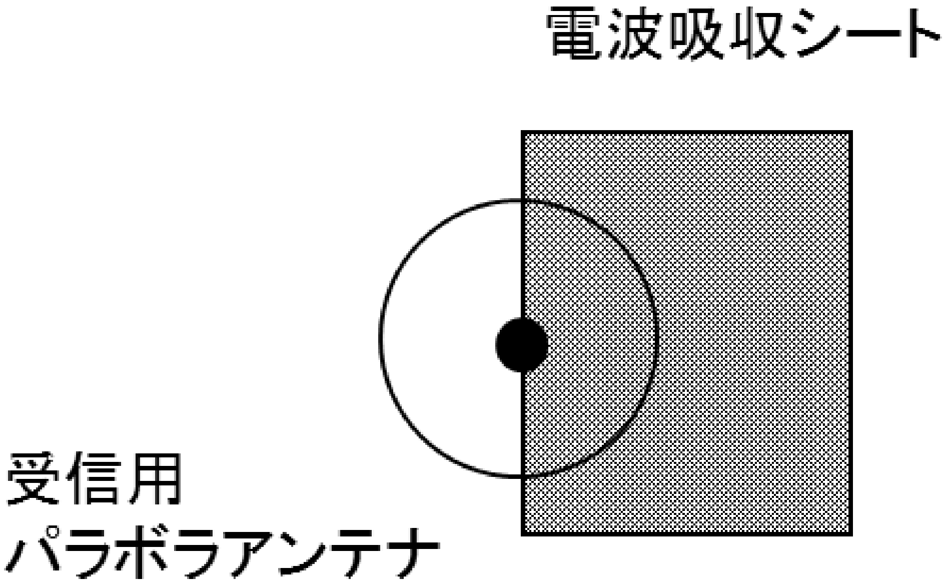
（フリスの伝達公式に関連する）
アンテナのパラドックス

もっともらしい二つの考え方があり、それらからの帰結が異なるとき、それをパラドックスと言う。「物理のパラドックスは理解の迷いに過ぎない（ファインマン）」らしいが、それに悩むこと自体が楽しく、なによりその奮闘がより深い理解へと繋がってゆく。

○　壊れたアンテナの性能劣化

○　素子間隔の狭いアレーアンテナの利得

パラドックス1：壊れたアンテナの性能劣化



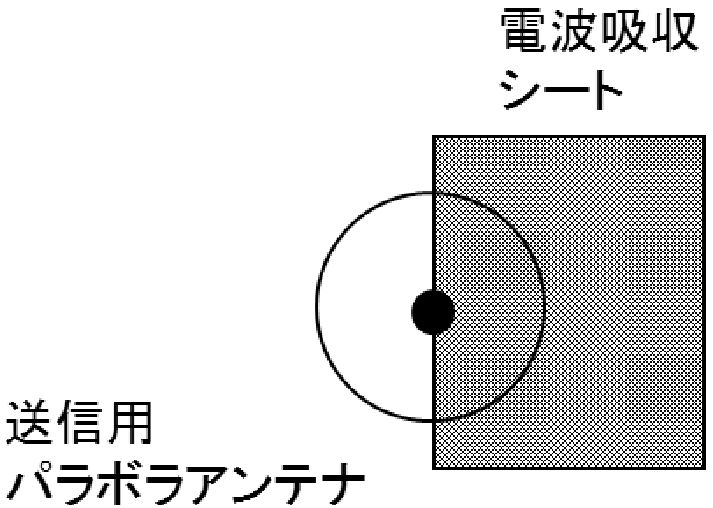
性能劣化は？

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

i) アンテナ面積が半分に
→　3dB の利得低下

ii) 受信電圧が半分に
→　6dB の利得低下

この問題を送信アンテナとしての性能劣化で考えると



前提
送受信アンテナ利得の可逆性

$$G_t = G_r$$

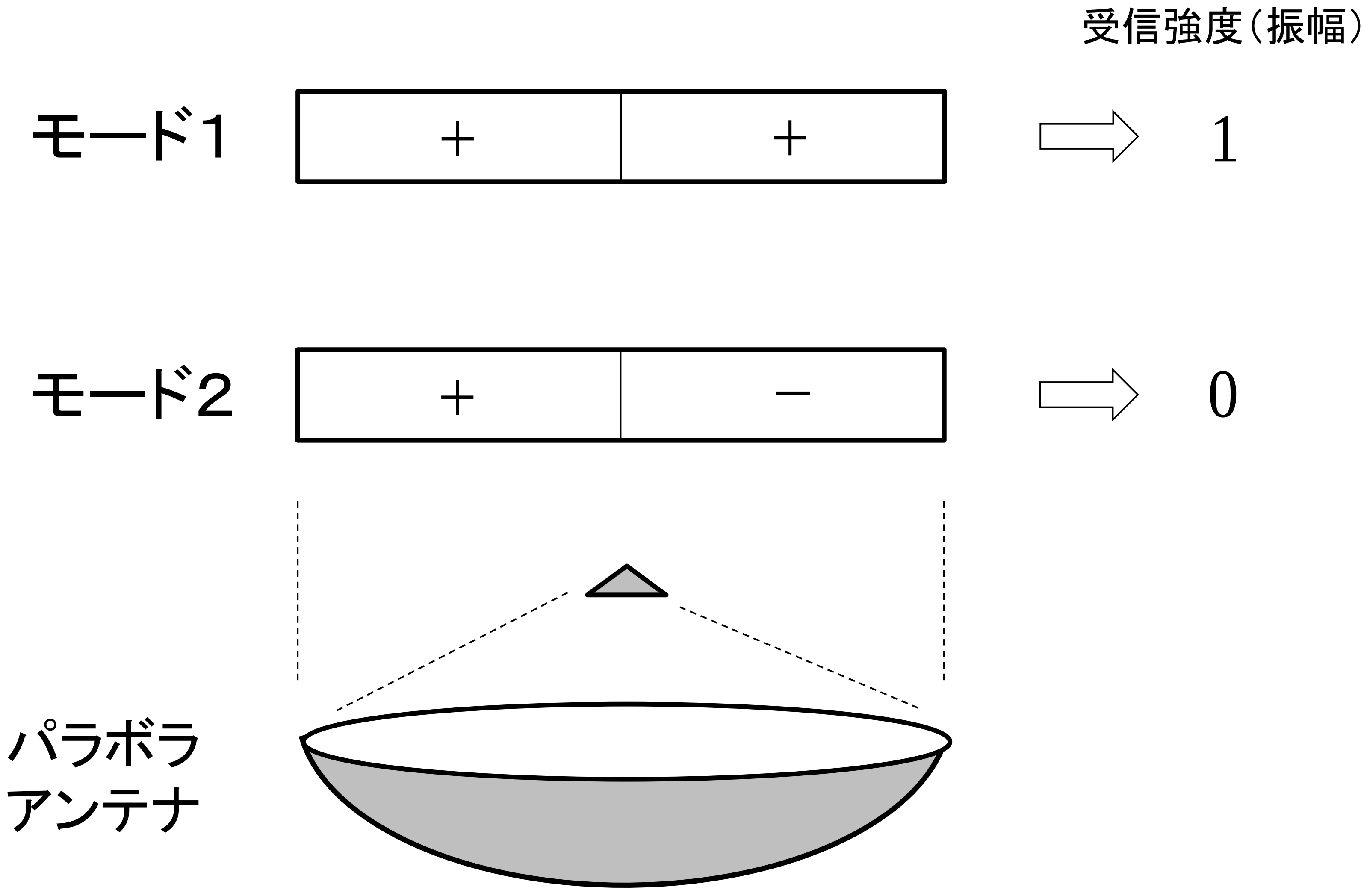
空間へ放出される電力が半分 → 3dB 低下

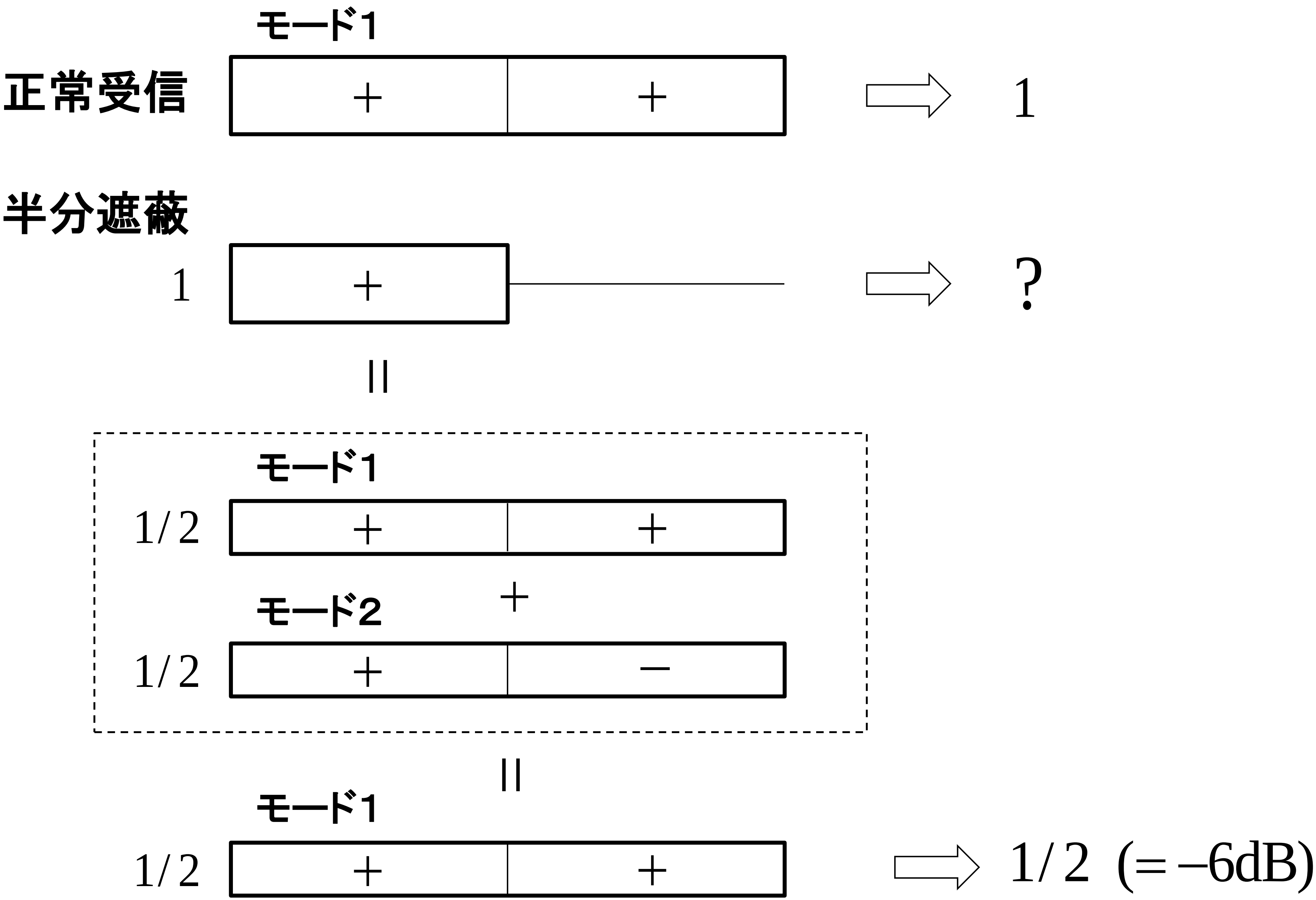
＋

アンテナ面積が半分に → 3dB 低下

合計 6dB の
性能劣化

受信アンテナとしての理解は？




モード1
正常受信
+
+
1
半分遮蔽
1
+
?
=
モード1
1/2
+
+
+
モード2
1/2
+
−
=
モード1
1/2
+
+
1/2 (=−6dB)

結論

半分壊れたアンテナの性能
　≠　正しく設計された面積半分のアンテナの性能

アンテナが壊れる　→　受信信号の一部が、
　アンテナが受信できないモードに変わる

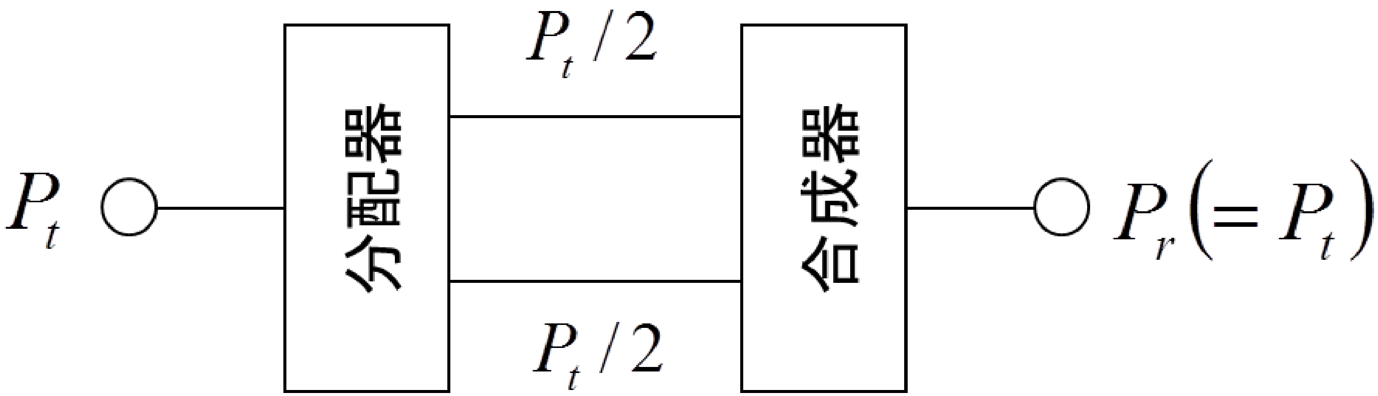
教訓

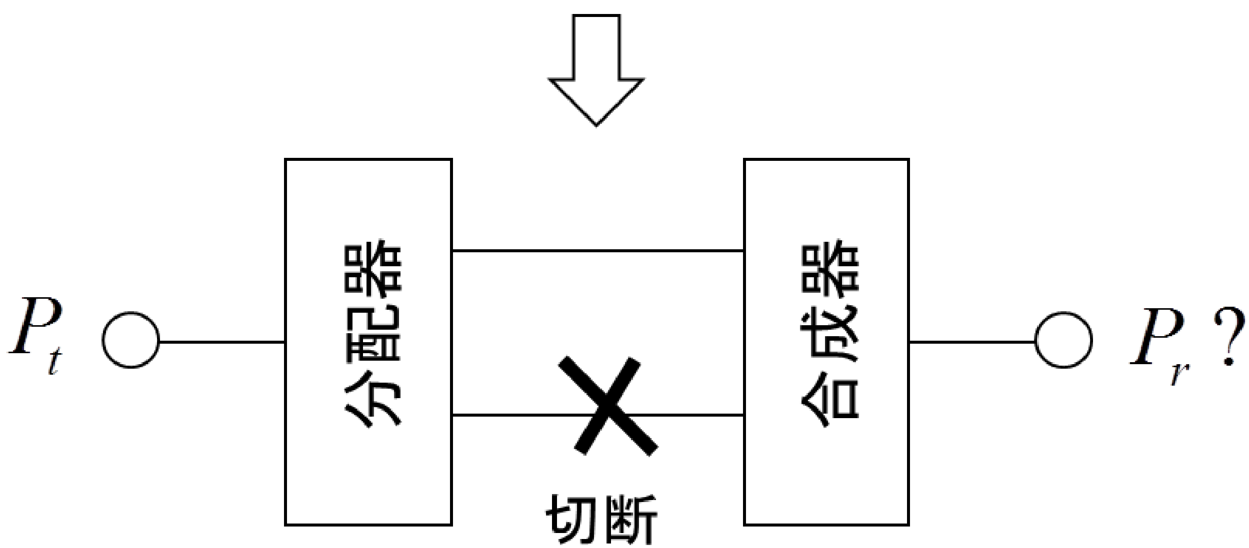
100人のチームが全員で協力して仕事をすると100の力が発揮できる。一方、100人で成し遂げようとしたチームから50人が抜けてしまうと、25の力しか発揮できない。最初から50人のチームが全員で協力して50の力が発揮するのとは違うのである。

理解確認問題

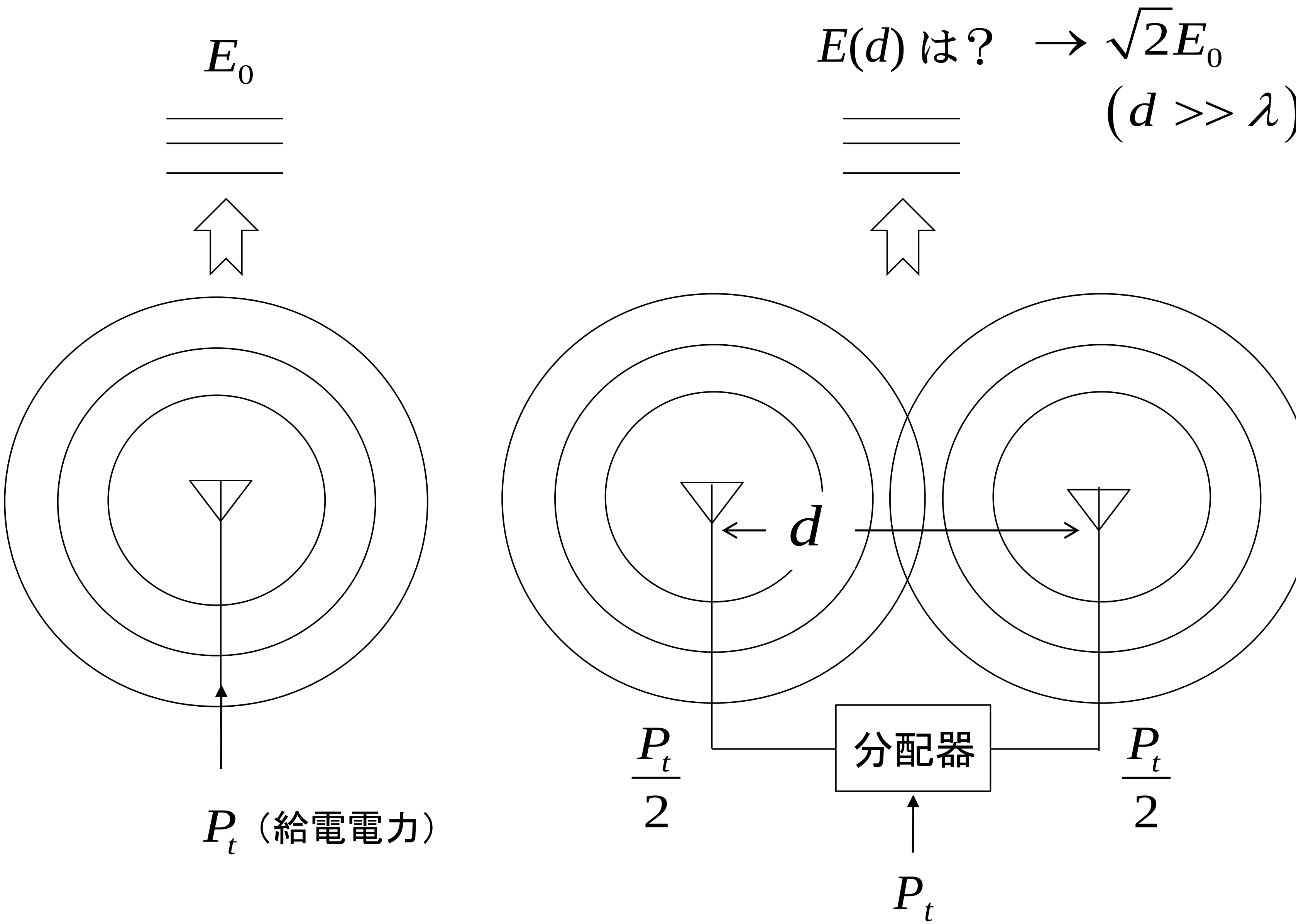
パラボラアンテナ開口面の半分を電波吸収シートで覆った。
利得低下を3dBにするにはどうしたらよいか？

類似の問題：マイクロ波回路の分配・合成問題





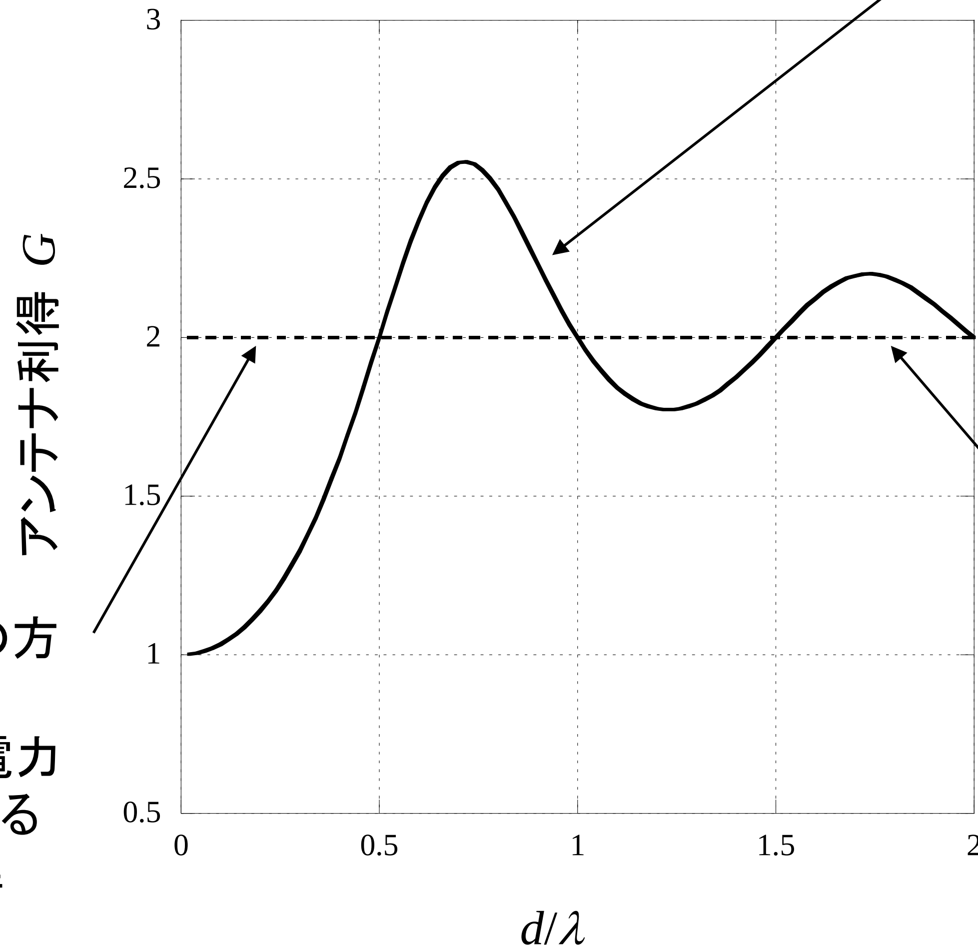
パラドックス2： 素子間隔が狭いときのアレーアンテナの利得



無指向性アンテナの場合

アンテナ利得の定義式

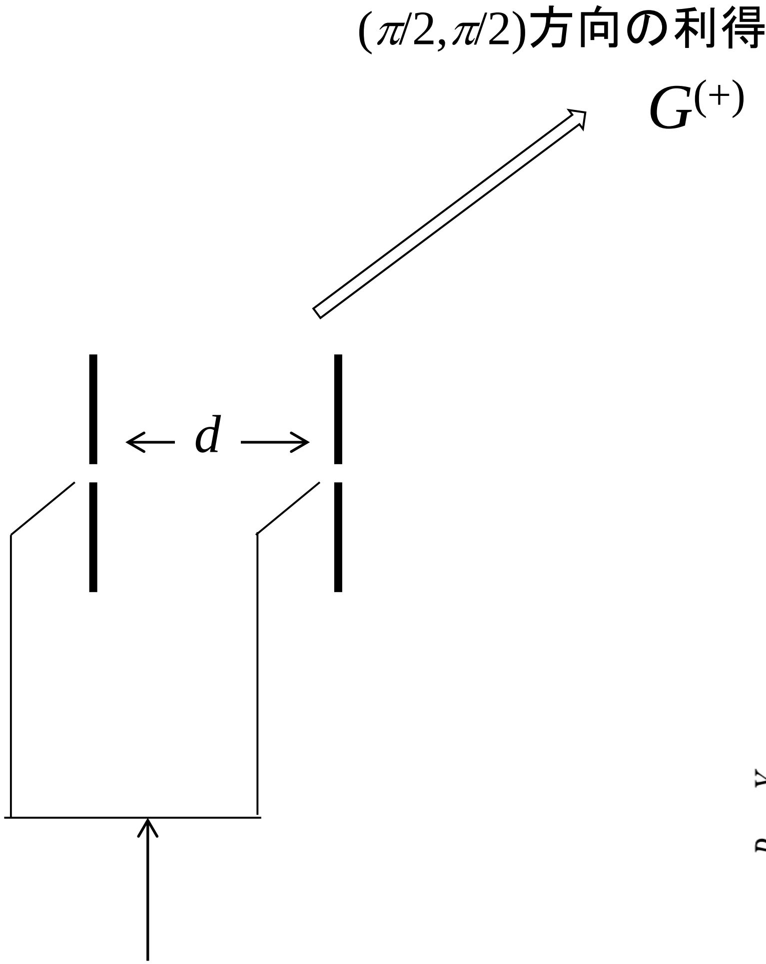
$$D(\theta,\phi) = \lim_{r\to\infty}\left(\frac{\left|E(r,\theta,\phi)\right|^2}{\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left|E(r,\theta,\phi)\right|^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi}\right)$$



アンテナ結合無し

間隔d=0では、どの方向でもG=2。
供給電力の倍の電力が空間に放出されることになり、不合理

2素子半波長ダイポールアレー（同相給電）



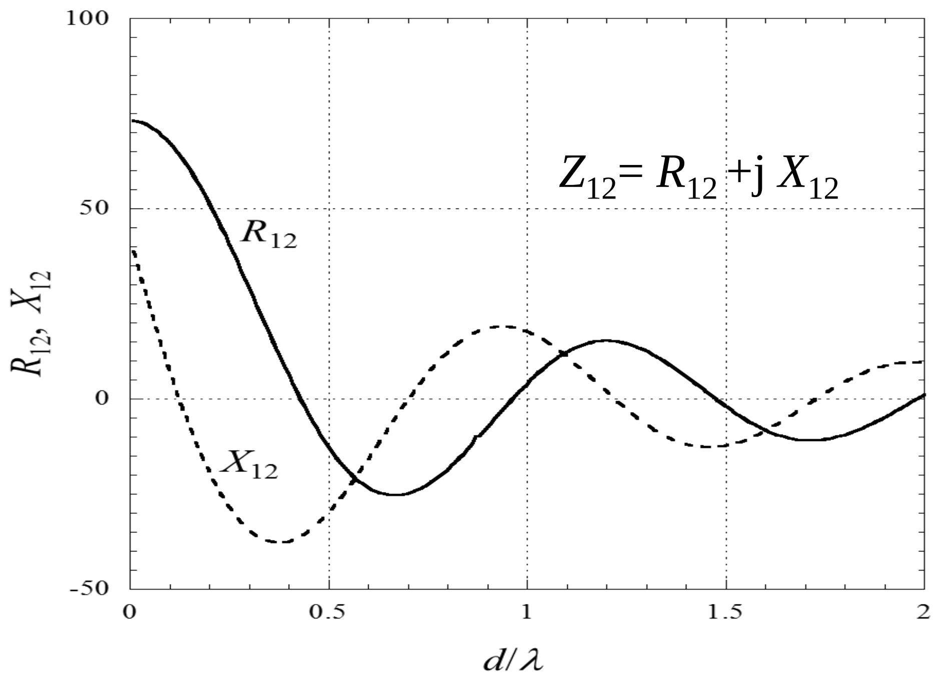
ダイポールアンテナ単体の基本特性

$$I = I_0 \sin k\left(\frac{\lambda}{4} - |z|\right) \quad \left(0 < |z| \le \frac{\lambda}{4}\right)$$

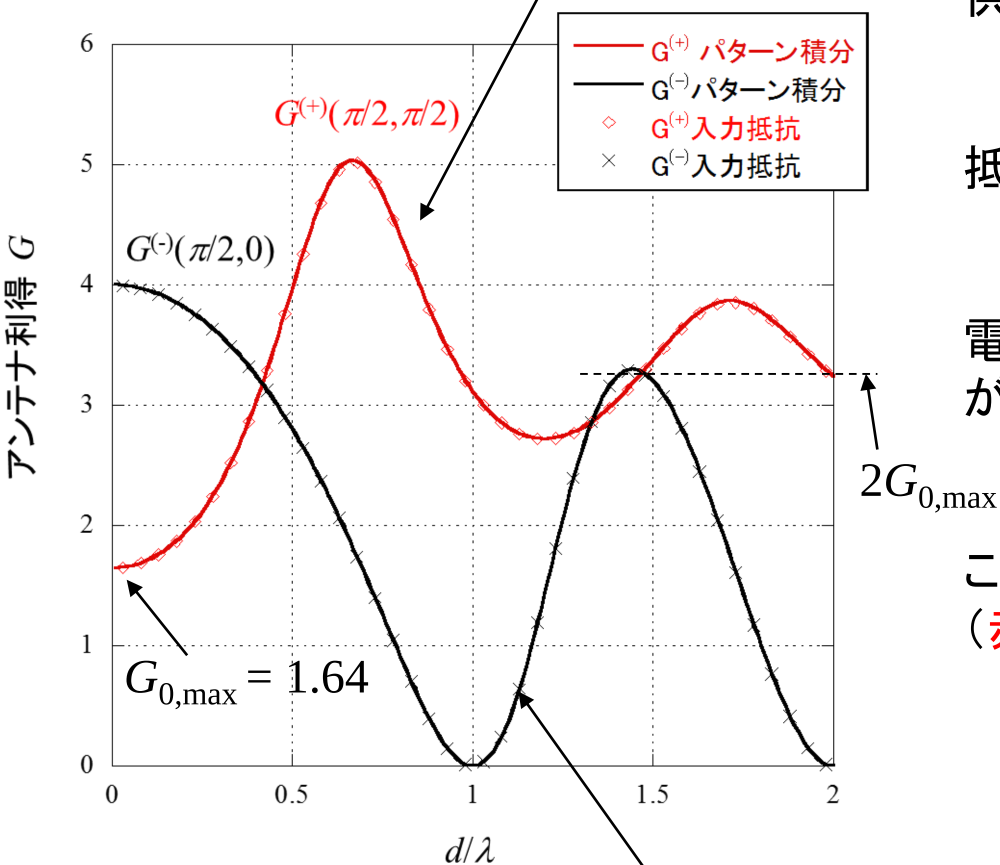
$$Z\left(= R_{11} + jX_{11}\right) = 73.13 + j42.55 \ [\Omega]$$

$$E_\theta = j60 I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left((\pi/2)\cos\theta\right)}{\sin\theta}$$

素子を近づけるとカップリングによる
相互インピーダンスが現れる



2素子半波長ダイポールアレー（同相給電）の利得: $G^{(+)}$



この線は次ページスライド$G^{(-)}$の結果

素子を近づけると入力インピーダンスが高くなる　（抵抗分は　$R_{in}=R_{11}+R_{12}$）

↓

供給電力は一定：$P_t = |I_0|^2 R_{in}/2$

↓

抵抗が大きくなるので、電流が少なくなる

↓

電流が少なくなると、遠方点での受信電界強度が弱くなる（d=0で素子単体のときと同じになる）

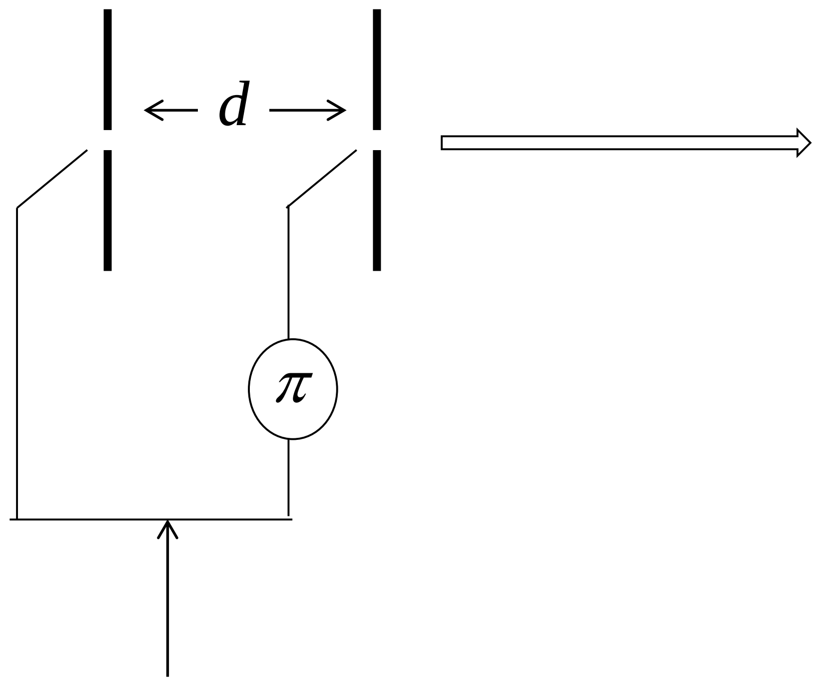
↓

この入力抵抗の値を使って利得が求められる（赤線：パターン積分と下記式での計算が一致）

$$G^{(+)}\left(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2};d\right) = 2\frac{R_{11}}{R_{11}+R_{12}(d)}G_{0,\max}$$

$(G_{0,\max} = 1.64\ (=2.15\ \mathrm{dB}))$

このアンテナの利得を考えてみよう



この方向の
アンテナ利得は？
$G^{(-)}$

$d=\lambda/2$で同相合成になるので、高い利得が得られる。
間隔dを狭めて0に近づけてゆくと、打ち消されて利得が下がると思うであろう。
しかし、そうはならなず、$d=\lambda/2$よりもっと高くなる（前ページスライドの黒線）。
なぜか？

http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR_YK_063_Array_Antenna_Gain.pdf

Part 2　電波伝搬：統計的にものを見る目を養おう

・ 回帰分析：傾向を見る

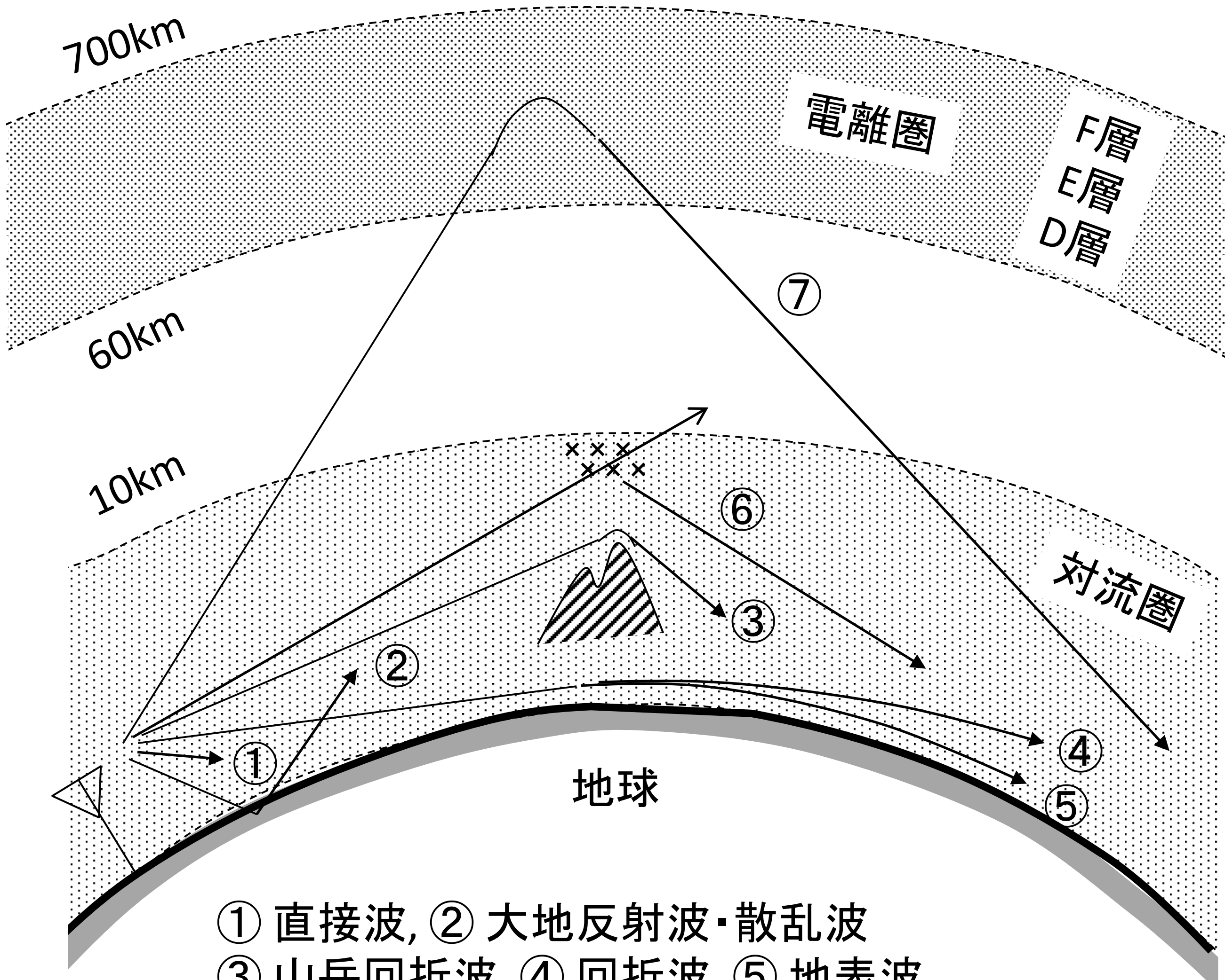
・ 区間推定：回帰分析の信頼性

（簡単な紹介）

・AIC（赤池情報量規範）：良いモデルとは

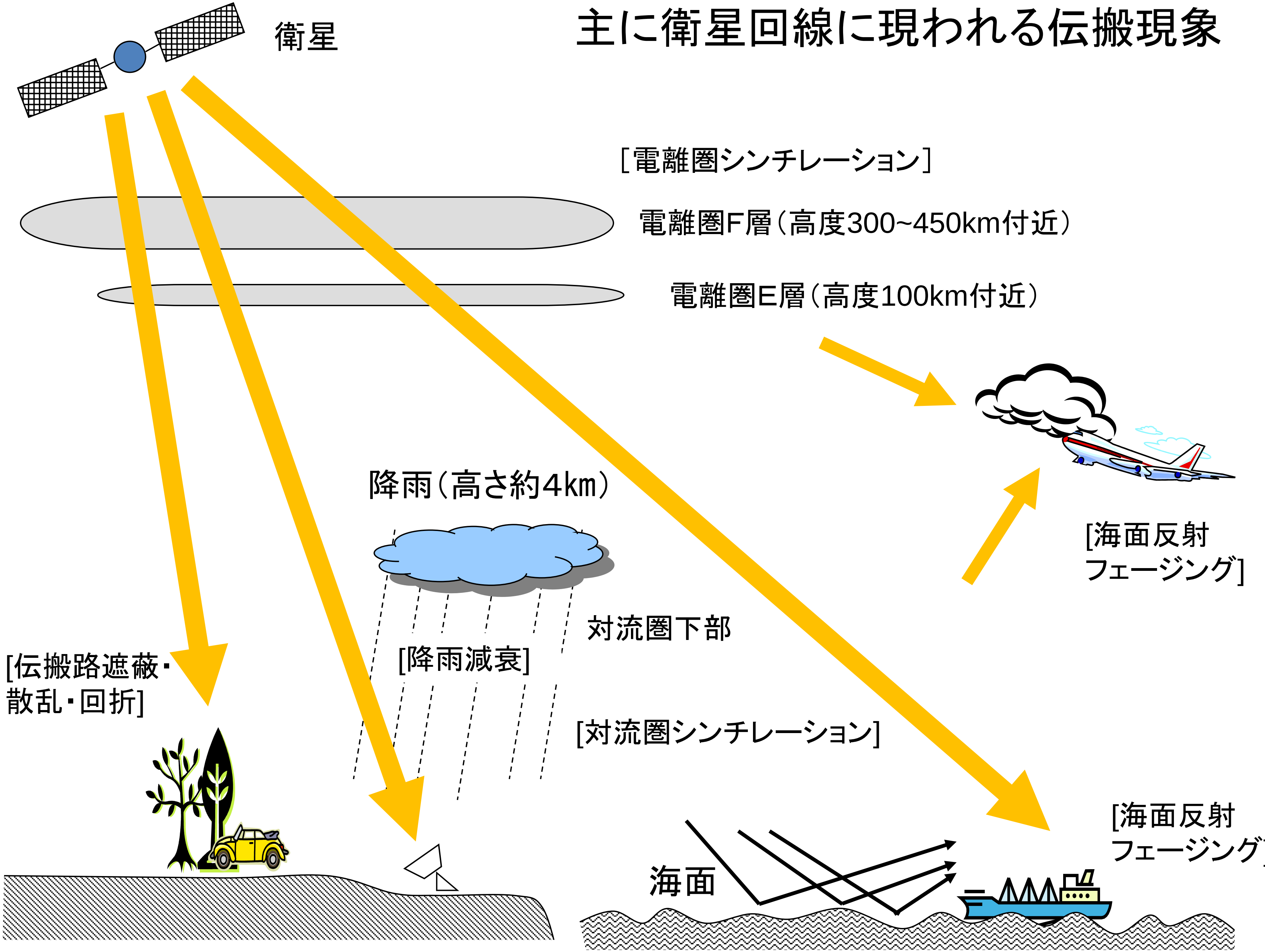
・ 極値統計：想定外を想定外としないための心構え

地上系無線回線に現われる伝搬現象



① 直接波, ② 大地反射波・散乱波
③ 山岳回折波, ④ 回折波, ⑤ 地表波
⑥ 対流圏散乱波, ⑦ 電離層（F, E, D層）反射波

主に衛星回線に現われる伝搬現象



電波伝搬

確率 と 統計 は電波伝搬の大事な基礎

物理現象を反映した筋の良い伝搬モデルを作る際の基礎

【昨年度セミナー】

測定データから真の特性を推定する際の基礎

【今回のセミナー】

(1) 回帰分析と信頼区間推定
(2) AIC（赤池情報量基準）
(3) 極値統計

(1) 回帰分析と信頼区間推定

<u>回帰分析</u>:　データの傾向を見る（本セミナーでは直線回帰）

<u>信頼区間推定</u>:　回帰直線の信頼性を調べる

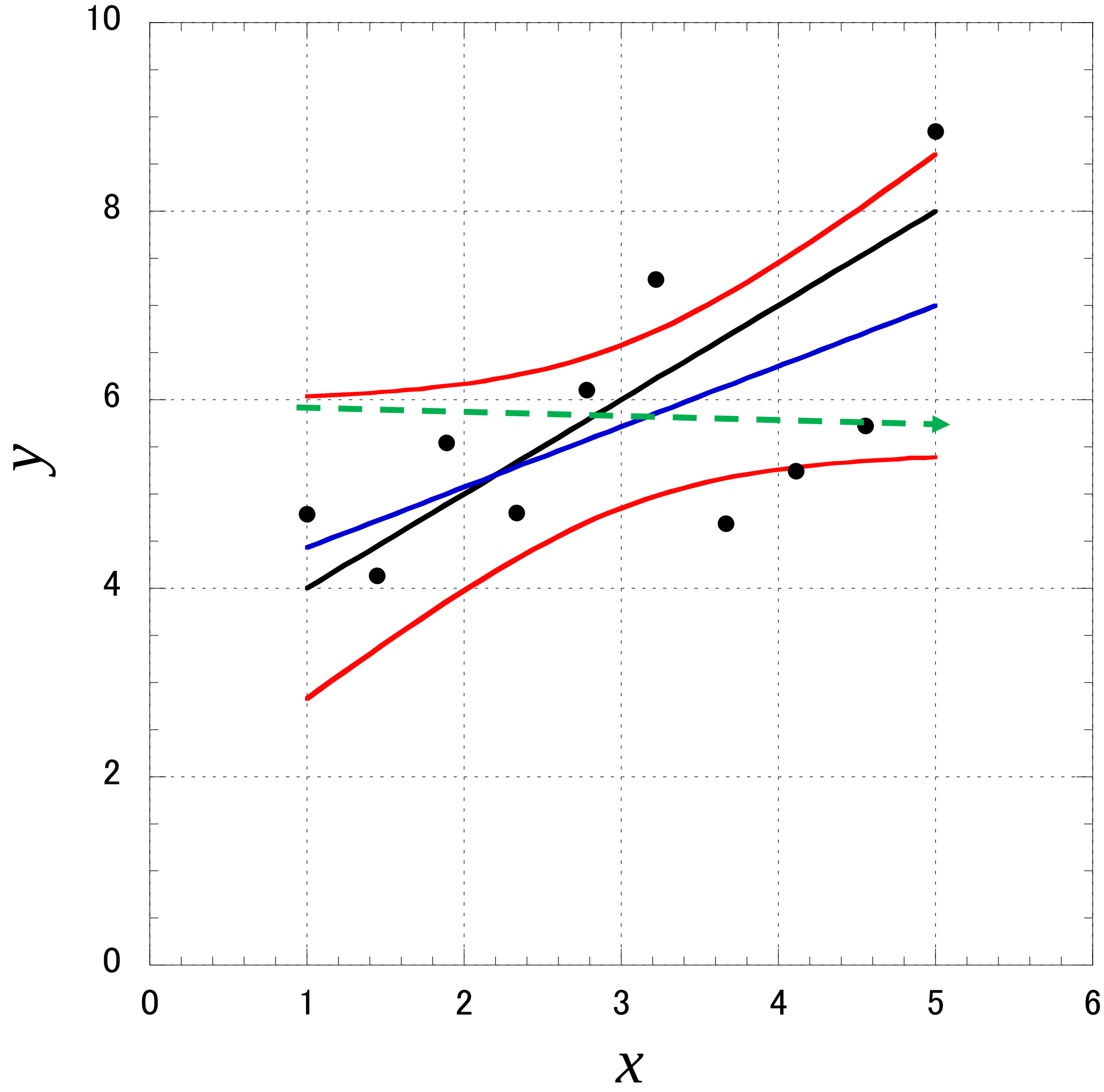
<u>95%信頼区間</u>

真の特性が95%の確からしさを持つ区間

→　区間内にある可能性の違いを議論するものではない

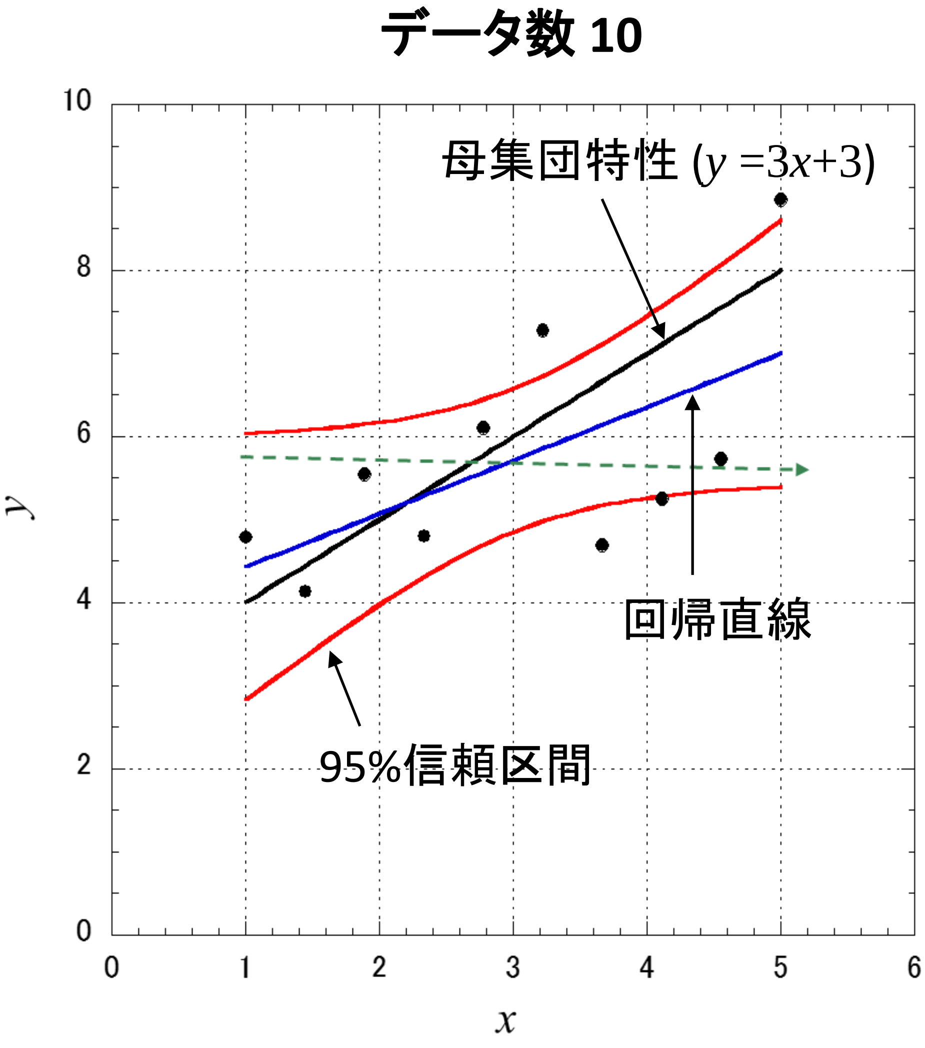
→　傾向を積極的に見出す目的ではなく、
誤った結論を出さないための用心深い推定

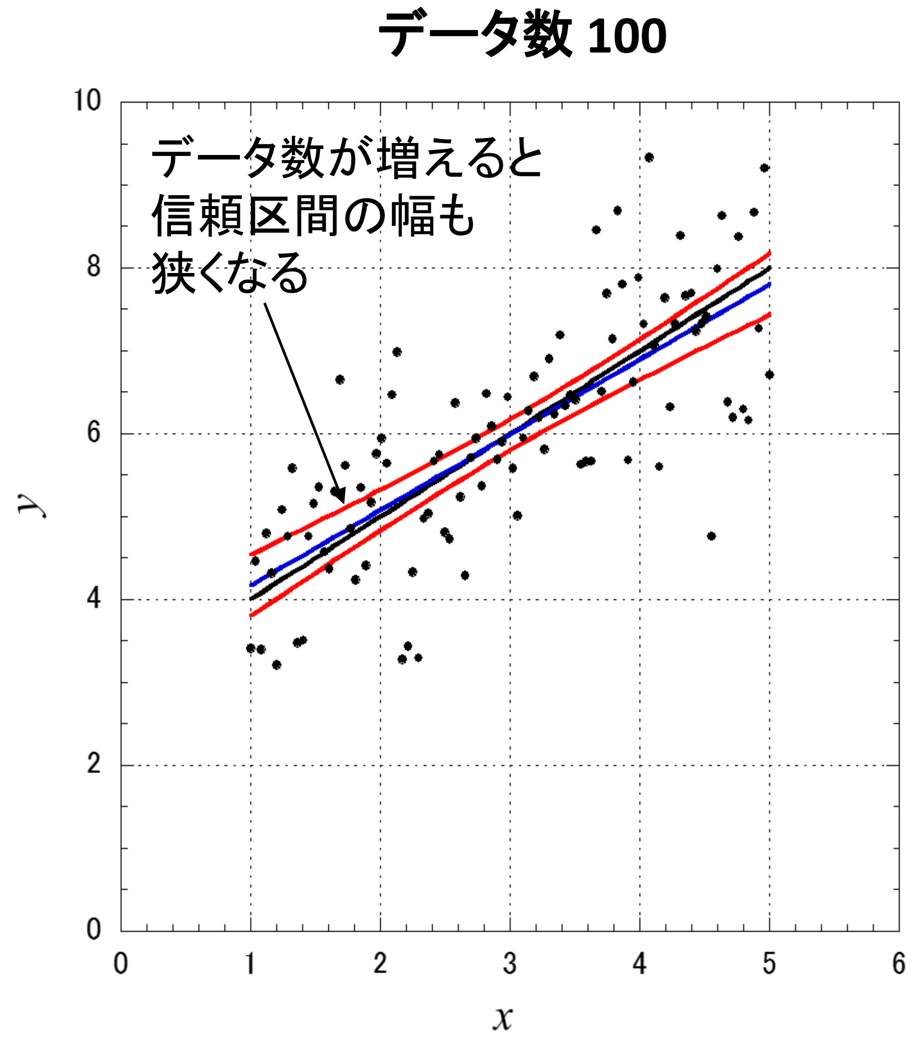
解析の道具： 直線回帰と信頼区間



95%信頼区間の中にある直線は
5%以上の確率で、棄却できない

解析の道具：　直線回帰と信頼区間





【信頼区間はデータのばらつき幅とはまったく違う !!】

直線回帰と信頼区間の求め方

$$\underbrace{\hat{a}+\hat{b}x}_{\text{回帰直線（最小二乗法）}} \pm \underbrace{t(N-2,\alpha)}_{\text{t 分布}} \underbrace{\sqrt{\left(\frac{1}{N}+\frac{(x-\bar{x})^2}{S_{xx}}\right)\widehat{V_\varepsilon}}}_{\text{観測値からの計算値}}$$

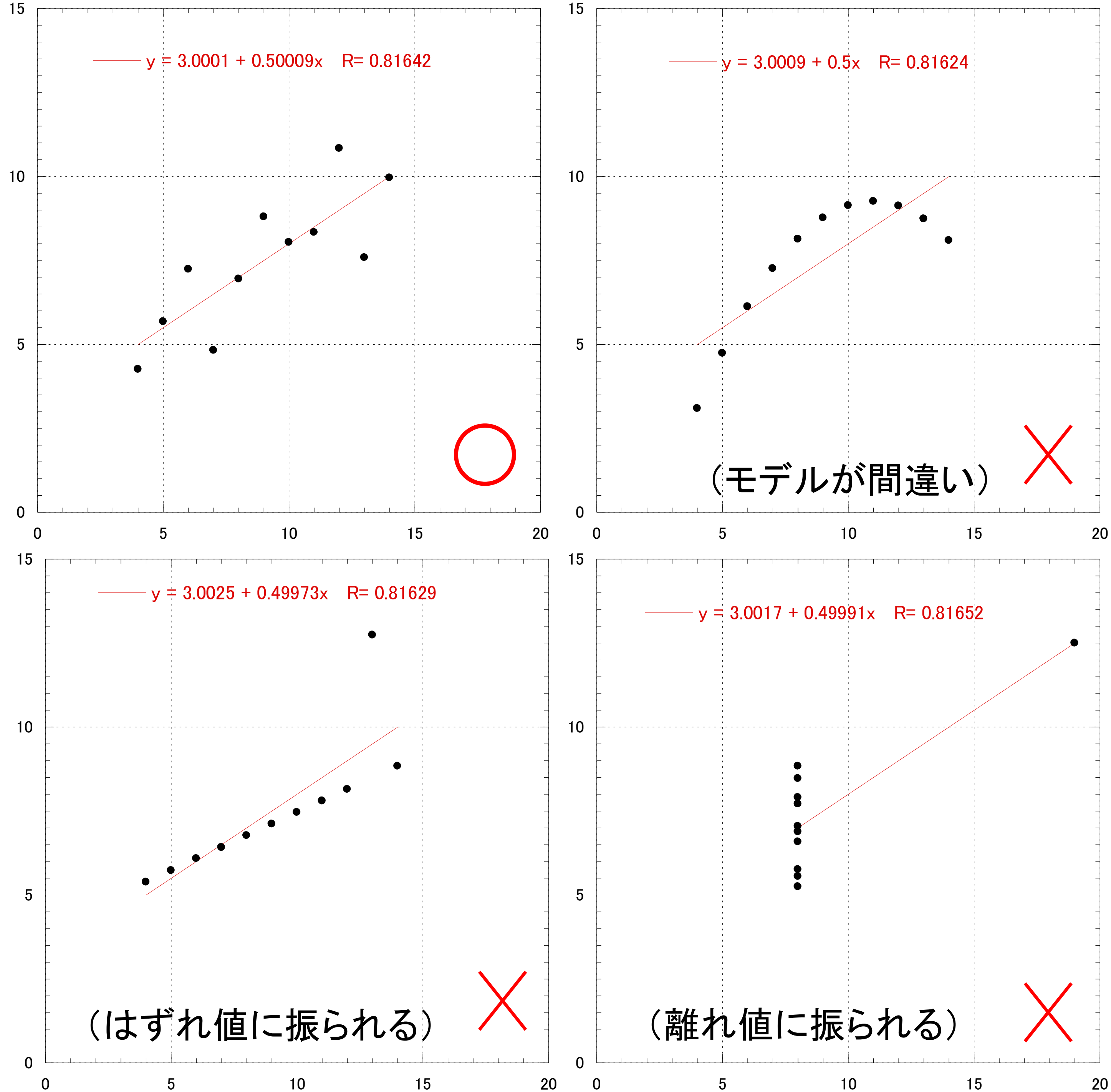
具体的な計算法とその導出は

唐沢好男, 無線通信物理層技術へのアプローチ（第４章）, コロナ社, 2021.07.
または、技術レポート TR-YK-019
http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/YK-019_Kukan_Suitei.pdf

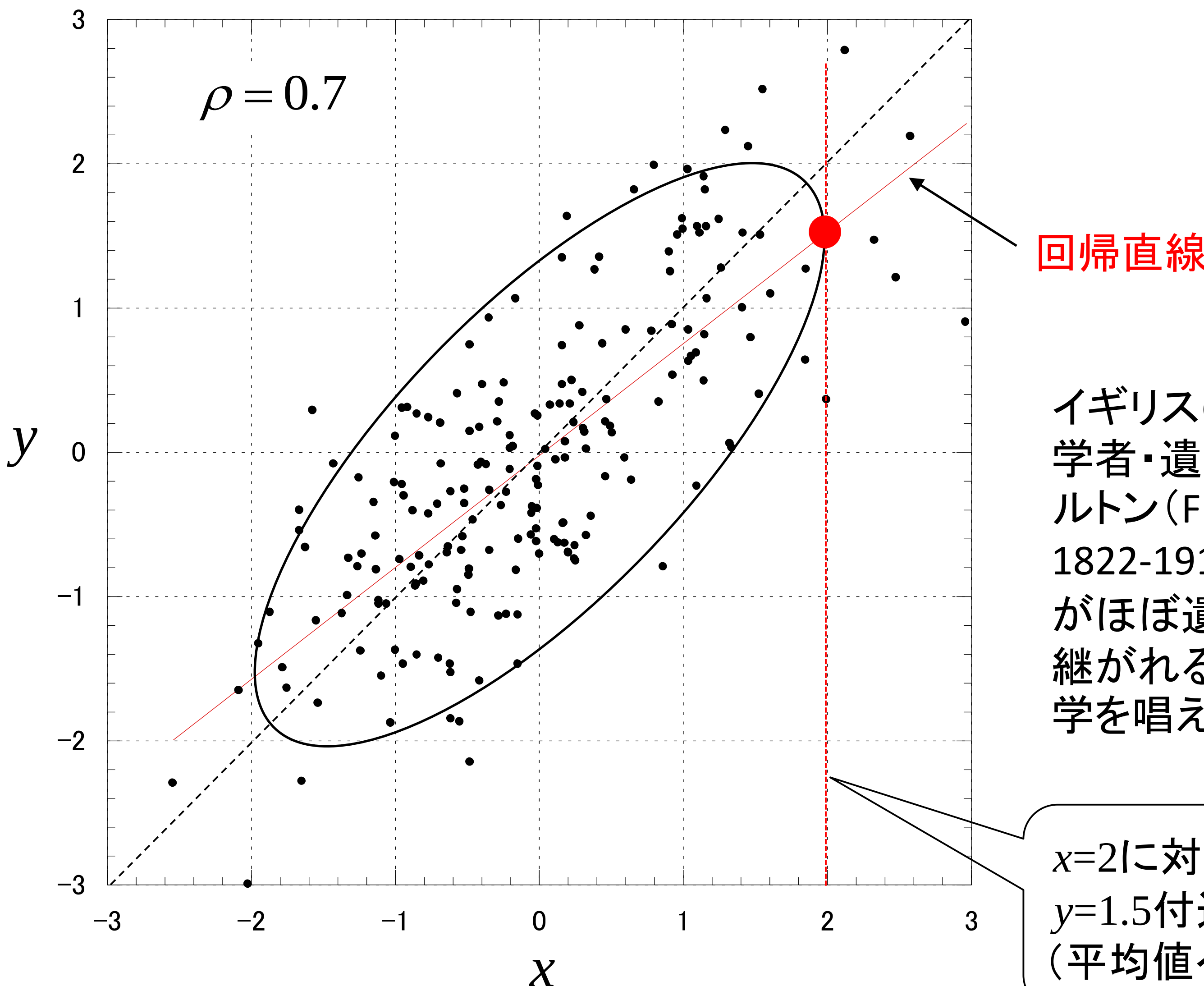
アンスコムの例

（平均・標準偏差・相関係数が等しく、かつ、回帰直線も同じになる4つの例。散布図で確認すると違いが歴然）

モデリングはスタートが大事
間違ったところからスタートすると、正しいものにはならない



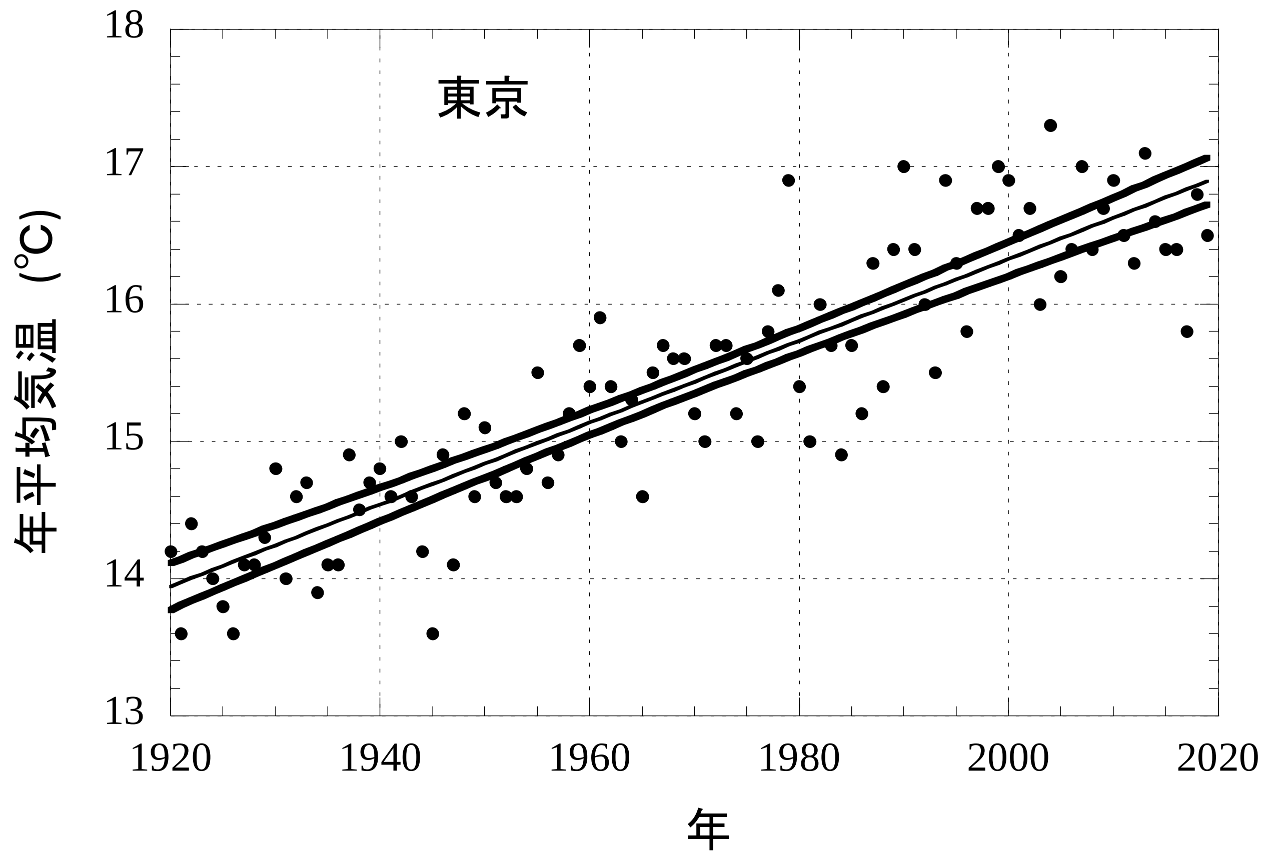
余談：　ちょっと不思議な気持ちになる話
回帰（regression）の由来



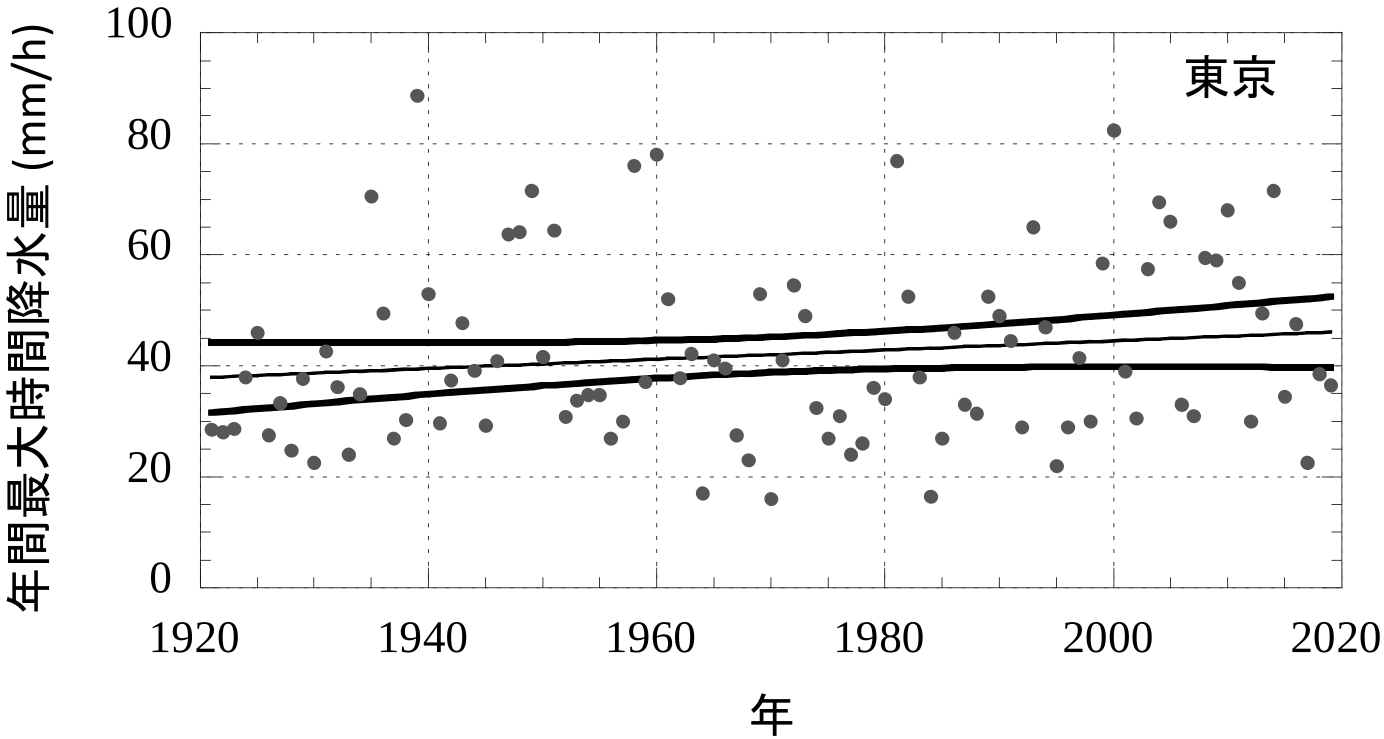
イギリスの人類学者・統計学者・遺伝学者であったゴルトン（Francis Galton: 1822-1911）は、人の才能がほぼ遺伝によって受け継がれると主張する優生学を唱えたことで知られる

x=2に対して、y=2にならず
y=1.5付近
（平均値への回帰）

信頼区間推定の応用(1):地球温暖化問題



信頼区間推定の応用（2）：大雨の傾向



本データの根拠： 唐沢, 技術レポート TR-YK-021-rev,
http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/YK-021_Rainfall_Statistics.pdf

(2) より良いモデルを選ぶ
モデル選択の基準：AIC（赤池情報量基準）

統計的推定モデルの良さに関して、推定精度が同程度であれば、パラメータの数が少ない方を選ぶ、と言うモデル選択規範
（簡易をもってよしとする）

以下で計算されるAICの値が小さいほうが良いモデル

AIC = -2 ×（最大対数尤度）+ 2 ×（パラメータの数）

なぜこの式？　理論的根拠は？　最大対数尤度の計算式は？

統計的モデリングとAICによる評価

母集団

$g(x)$

無作為標本

$x_1, x_2, \cdots, x_n$

AIC評価値

モデルの形を決める

$f(x;\boldsymbol{\theta})$

θ ：モデルのパラメータ（複数）

対数尤度関数を作る

$$l(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{n} \log f(x_i \mid \boldsymbol{\theta})$$

最尤推定値 $\max_{\theta} l(\boldsymbol{\theta}) \to \hat{\boldsymbol{\theta}}$

$\hat{\theta}$ ：最も確からしいパラメータ値

$$AIC = -2 \times l(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + 2 \times K$$

$l(\hat{\boldsymbol{\theta}})$: 最大対数尤度

K : パラメータ数

AIC値によるモデルの評価
選択・改良

(3) 想定外を想定外としないための心構え 極値統計学

極値とは？

n 個の標本値の中の

最大値（または最小値）

⇩

極値の性質を扱う学問

極値統計学

着目する物理量の例

- ・日降水量
- ・時間降水量
- ・10分間降水量

年間最大値（降雨量）

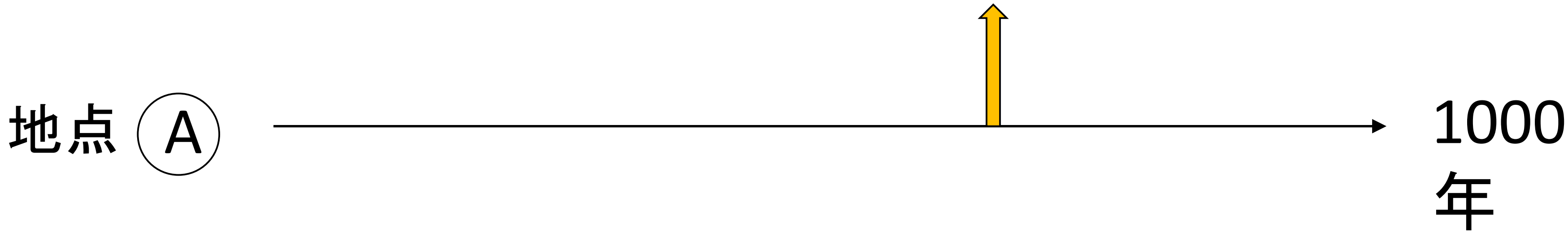
⇩

N 年間での最大値はどのくらい？

（*N*=1であっても、その量は既に *n*>>1の極値統計データ）

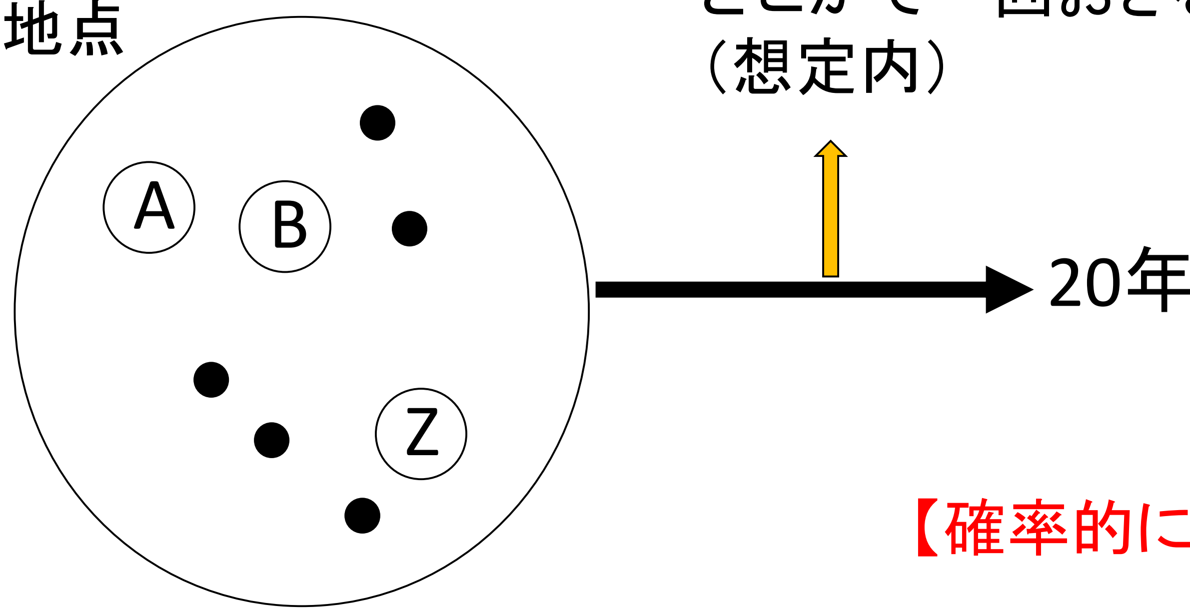
パラレルワールドの考え方（同じ出来事でも）

一回おきる
（想定外の出来事）



気象的に独立な
50地点

どこかで一回おきる
（想定内）



【確率的には同じこと】

統計的モデリングを学ぶための参考文献

回帰分析と信頼区間推定

(1) 唐沢好男, 無線通信物理層技術へのアプローチ(第4章), コロナ社, 2021.07.
(2) 芳賀敏郎, 医薬品開発のための統計解析:第1部 基礎 改訂版, サイエンティスト社, 2011.

この分野の教科書や専門書は多数。この本は、応用分野は違うが統計解析の基礎は同じ。直感的理解を呼び起こすユニークな 図や記述が多い

AIC

(1) 唐沢好男, ″AIC(赤池情報量基準)を学ぶ″ Technical Report YK-048, June 30, 2020
http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR_YK_048_AIC.pdf
(2) 小西貞則, 北川源四郎, 情報量基準, 朝倉書店, 2004,

本格的な教科書

(3) 赤池弘次他, 赤池情報量基準 AIC:モデリング・予測・知識発見, 共立出版, 2007

赤池博士自らと AIC 理論を進化・発展させてきたグループメンバーによってまとめられた本で、AIC が生まれる背景や思想、その後の発展について まとめられている。

極値統計

(1) 唐沢好男, 無線通信物理層技術へのアプローチ(第4章), コロナ社, 2021.07.
(2) 高橋倫也, 志村隆彰, 極値統計学, IMS シリーズ:進化する統計数理5, 近代科学社, 2016.
(3) 蒼馬竜, 極値統計によろしく, (同人集団)暗黒通信団, 2018.

基礎からしっかり学ぶための教科書

タイトルや出版社は妖しげに見えるが、中身はポイントを絞った入門書(24ページ、250円なのもうれしい)

Part 3　アレーアンテナ（MIMO）の働き

SISO: 単一アンテナでの対向

↓

SIMO: 受信側にアレーアンテナ
- スペースダイバーシチ
- アダプティブアレー
- 電波環境認識

信号劣化を防ぎ
信頼性を高める

↓

MIMO: 送受信の双方にアレーアンテナ

スループットを高め
大容量通信を実現

↓

Massive MIMO: MIMOの基地局側に大規模アレー

空間分割による
マルチユーザ運用

MIMOとは

Multiple-Input Multiple-Output: 多入力・多出力

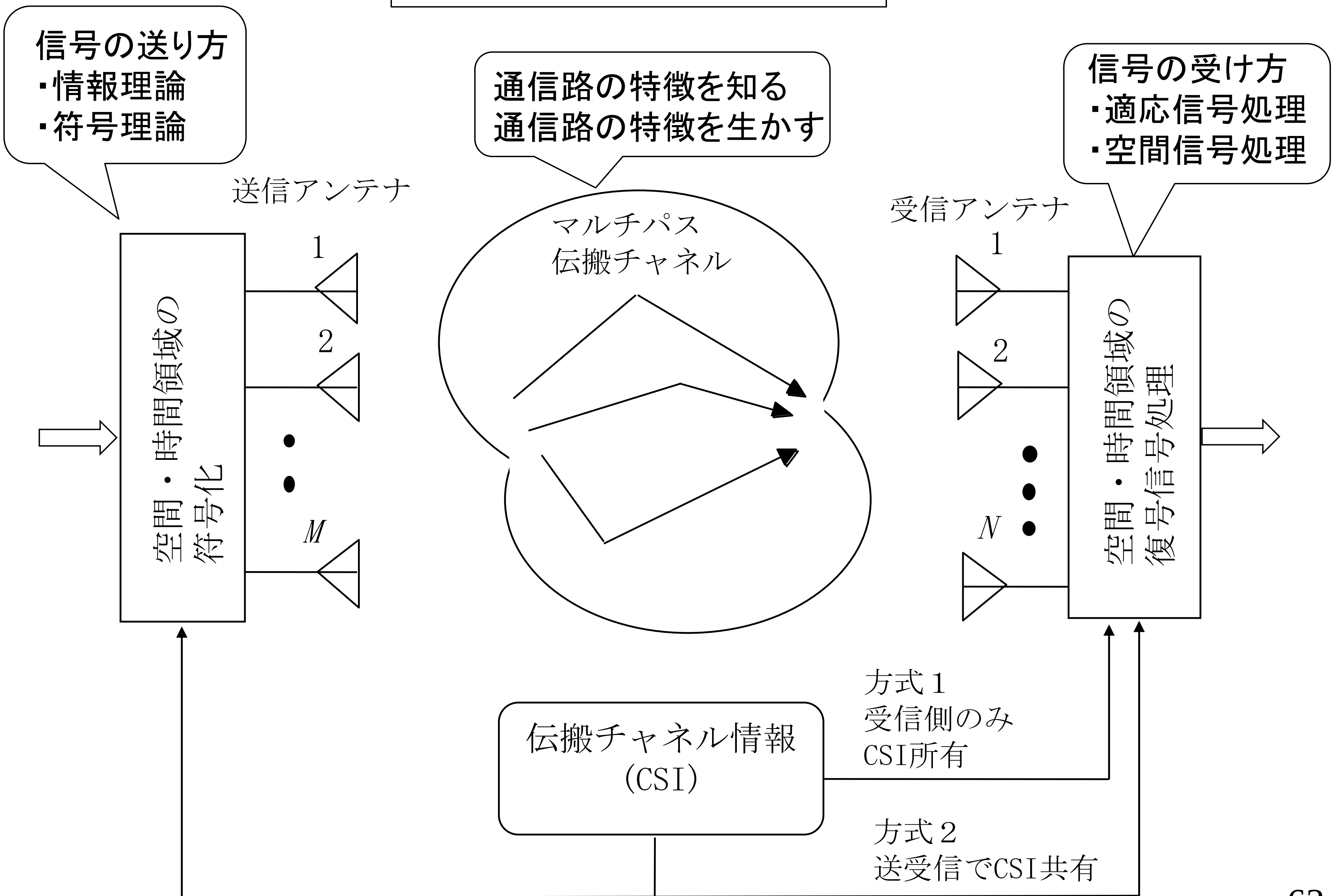
MIMOを支える技術

- ランダム行列（固有値分布）の理論　（1960年代）
- スペースダイバーシチ・アダプティブアレー（空間信号処理）
- 多元接続技術（多ユーザとの並列伝送）
- 直交偏波運用（2×2のMIMO）
- OFDM（周波数領域上での多入力・多出力）
- MIMOに特化した伝送技術（時空間領域での並列符号伝送）（1990年代）

MIMOに期待が高まった背景

無線LANや次世代移動通信での大容量（高スループット）ニーズ

MIMOを支える技術分野



議論の出発点:シャノンの通信路容量:その不都合な真実

通信路容量:誤り無く伝送することのできる伝送速度の最大値

周波数帯域幅: W (Hz)
信号の平均電力: S
雑音の平均電力: N

報酬

努力

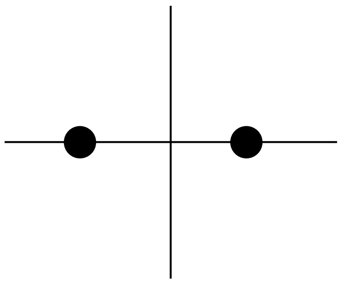
$$C = W \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right) \quad (\mathrm{bit/s})$$

$$\approx W \log_2\left(\frac{S}{N}\right) \qquad (1 << S/N)$$

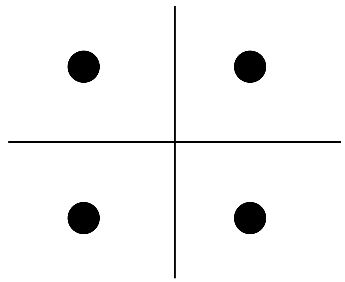
この式は、電力が有り余っても、容量増加に有効に活かされない構造になっている

→ 電力を倍にしても、1ビット増えるだけ

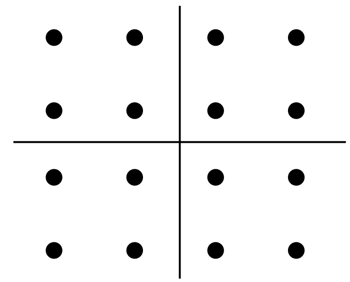
不都合な真実：対数的増加の非効率性の例



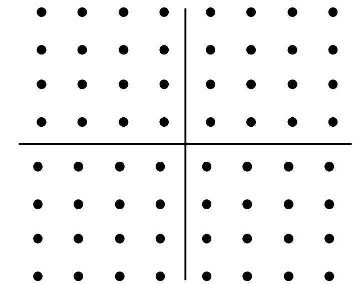
BPSK (1bit/symbol)



QPSK (2)

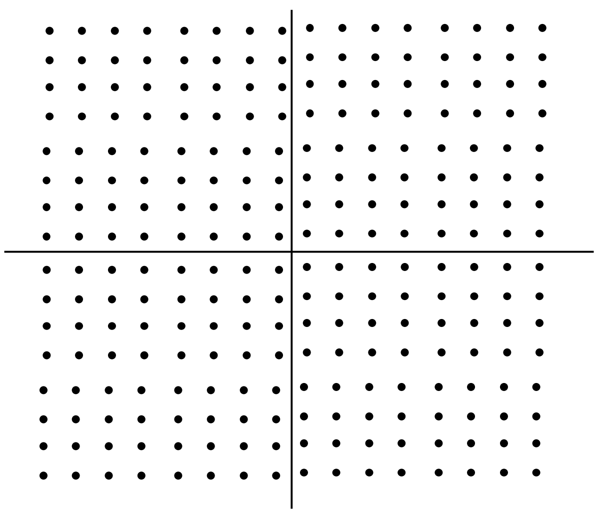


16-QAM (4)

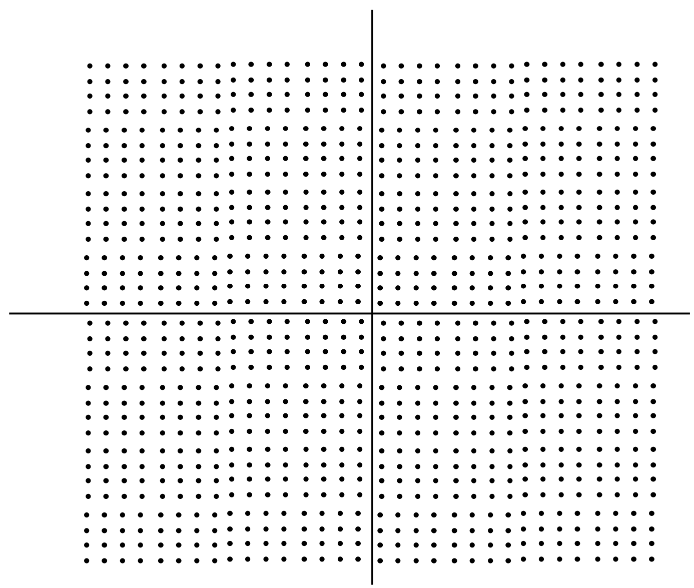


64-QAM (6)

SNR → +3dB → +6dB → +6dB



256-QAM (8)



1024-QAM (10)

Challenging??

4096-QAM (12)

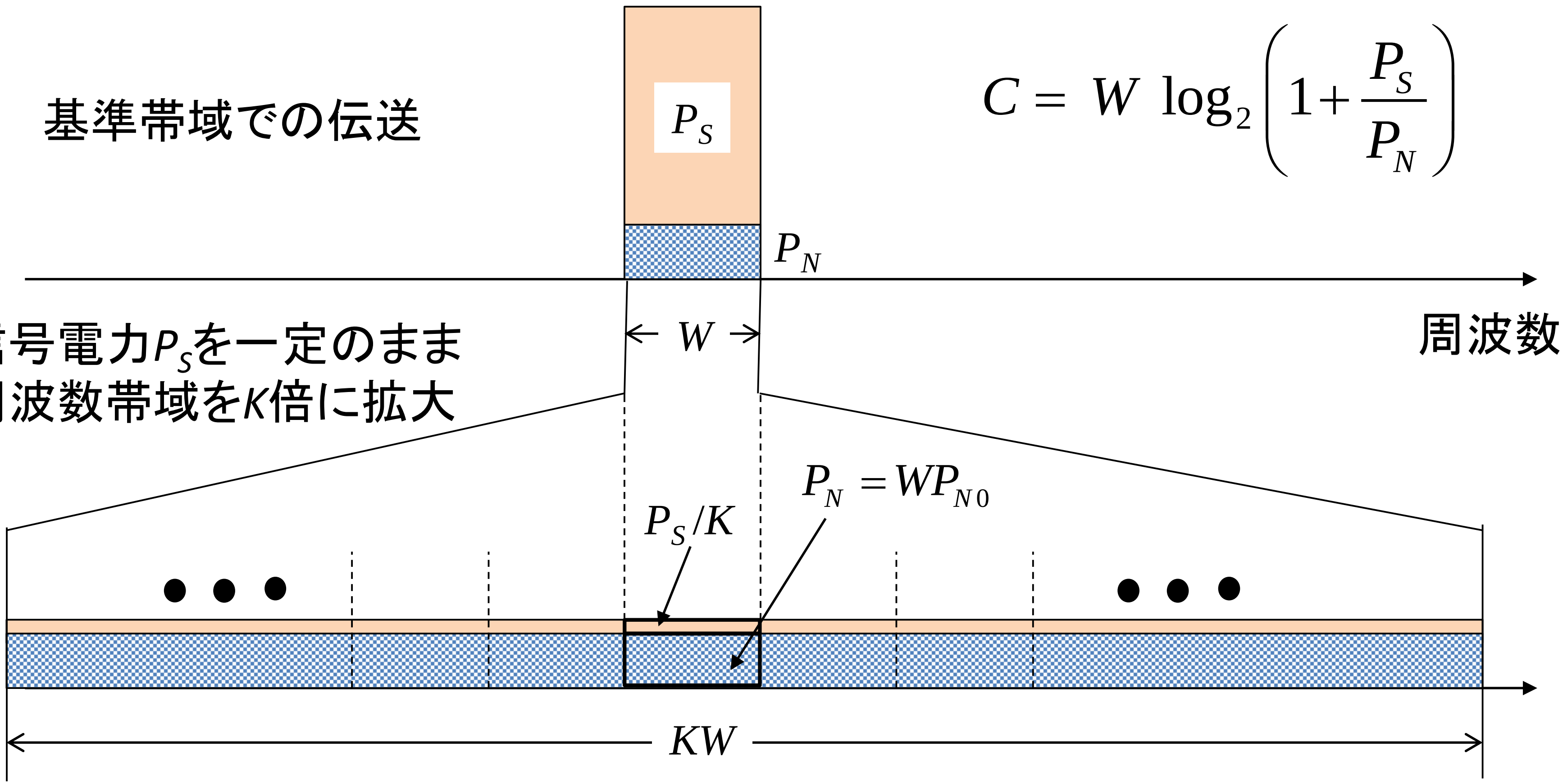
→ +6dB → +6dB

不都合な真実から逃れるには（1）
周波数領域に複数の道をつくって見よう

基準帯域での伝送

$$C = W \log_2\left(1+\frac{P_S}{P_N}\right)$$

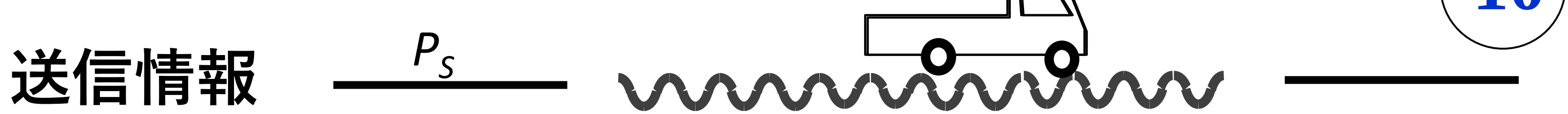
信号電力P_Sを一定のまま
周波数帯域をK倍に拡大



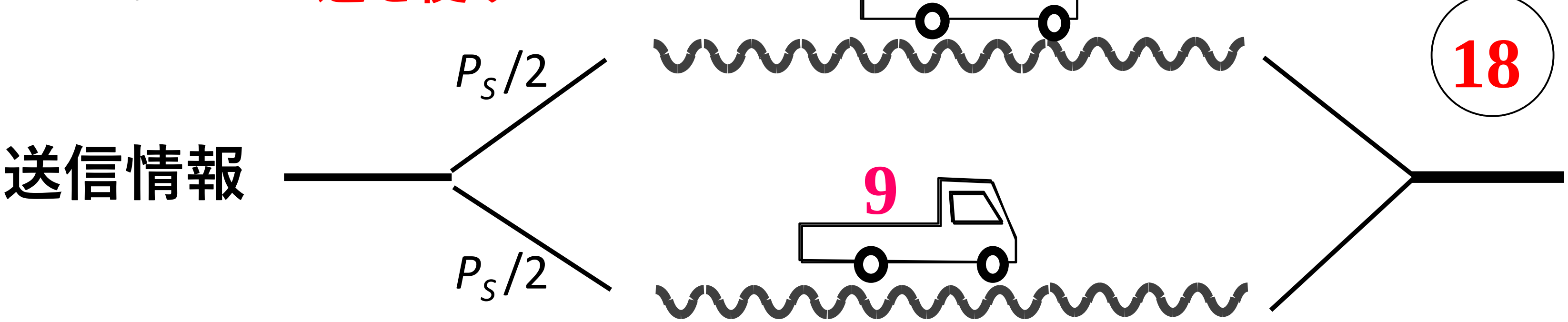
$$C(K) = KW \log_2\left(1+\frac{P_S}{KWP_{N0}}\right) \Rightarrow \lim_{K\to\infty} C(K) = 1.44\frac{P_S}{P_{N0}}$$

複数の道ができると

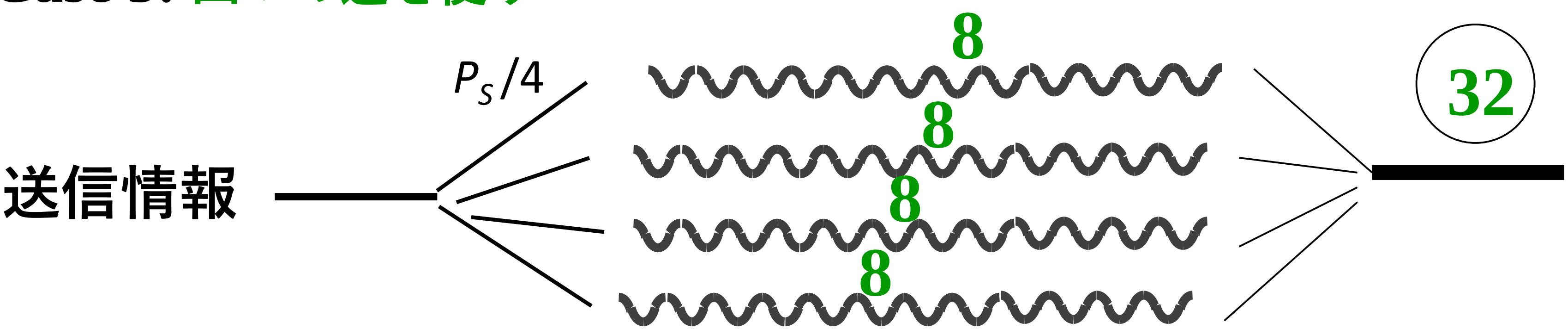
Case 1: ひとつの道だけを使う



Case 2: 二つの道を使う



Case 3: 四つの道を使う



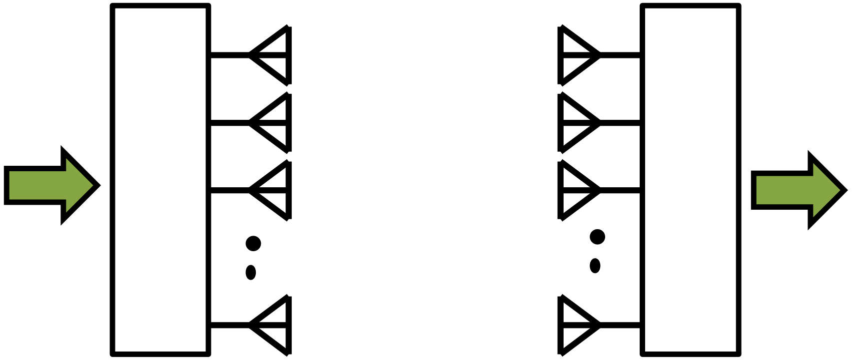
（ただし、分割によって、どんどん増えてゆくわけではなく、やがて飽和する）

不都合な真実から逃れるには（2）
空間領域に複数の道をつくって見よう

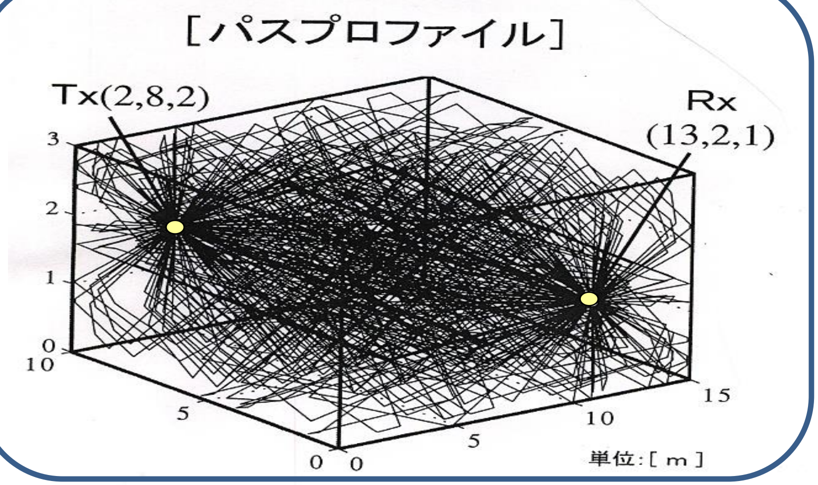
そのためには

① 送り手も受けても
複数のポートをもつ

② 通路はマルチパスを
利用する



＋

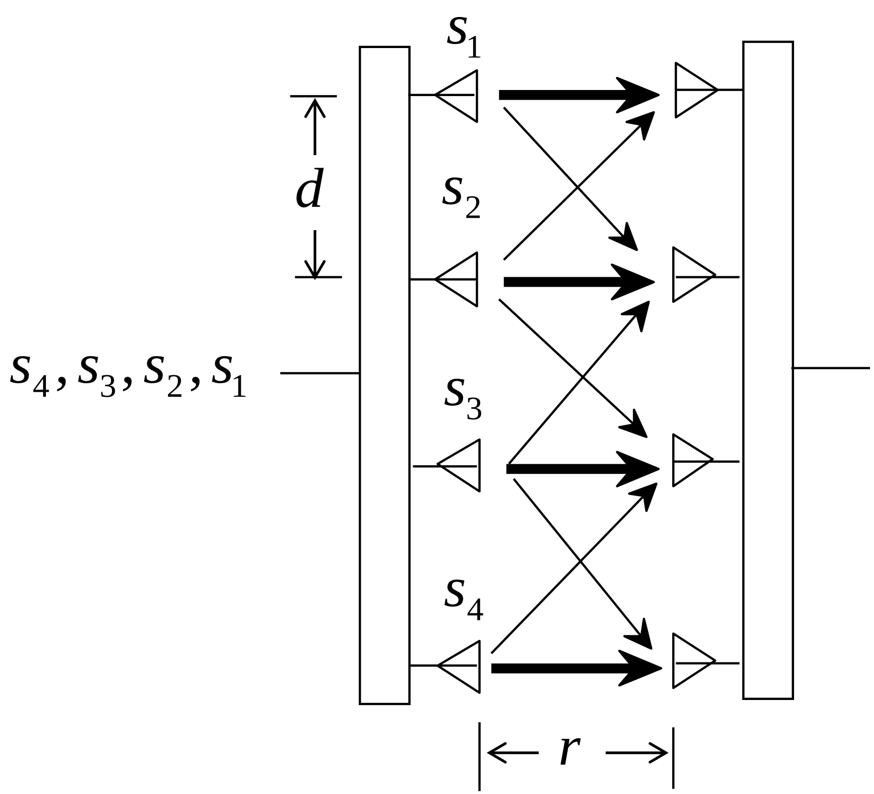


送受信にアレーアンテナを使おう

嫌われ者のマルチパスが
役に立つ（逆転の発想）

アレーアンテナ対向にするだけではダメ

(a) $d \geq r$

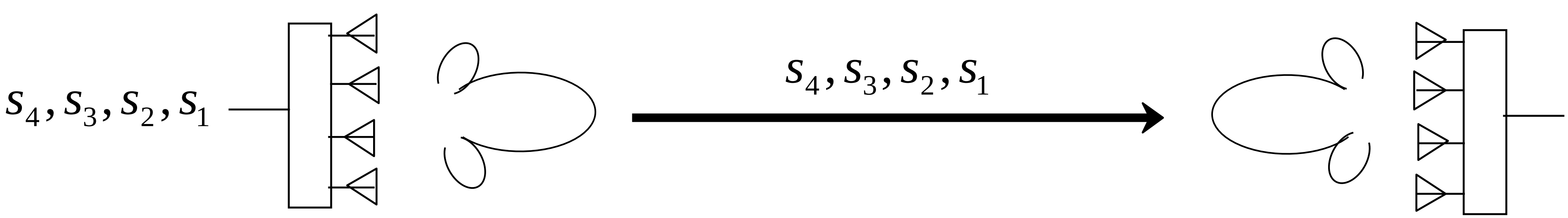


並列伝送

○

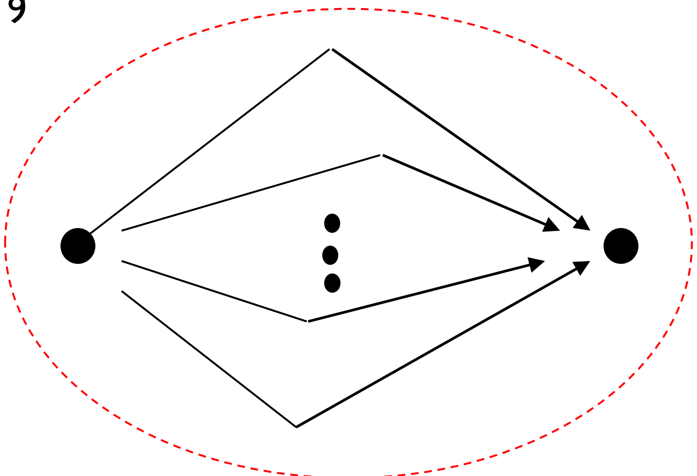
(b) $d << r$

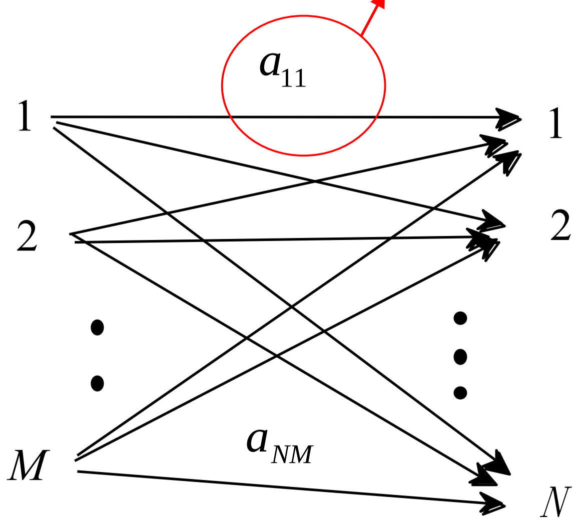
×



MIMOチャネルの等価回路表現

いろいろのパスをまとめて
a_{nm}で表す



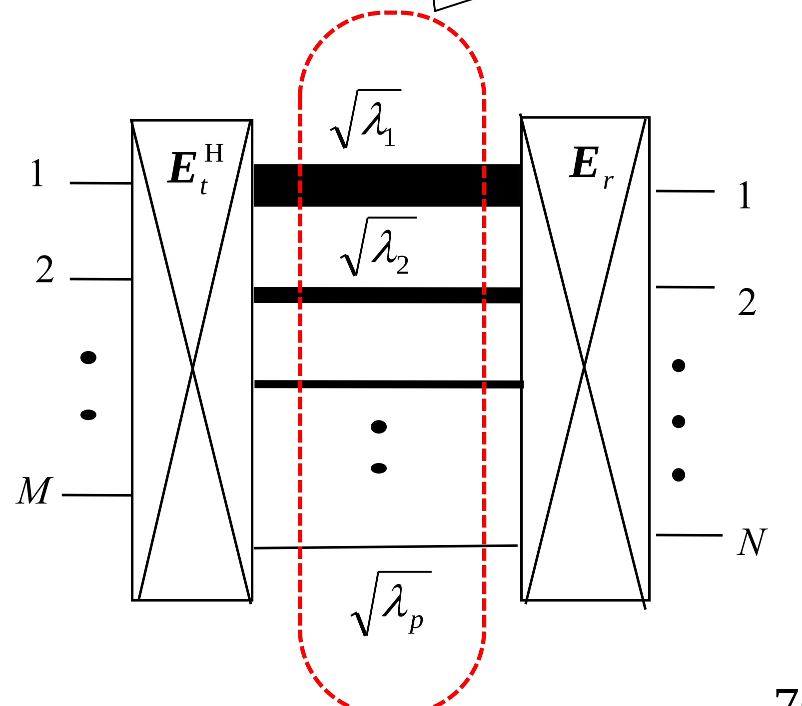


チャネル応答行列 ***A*** の要素
（綾取りの糸のよう）

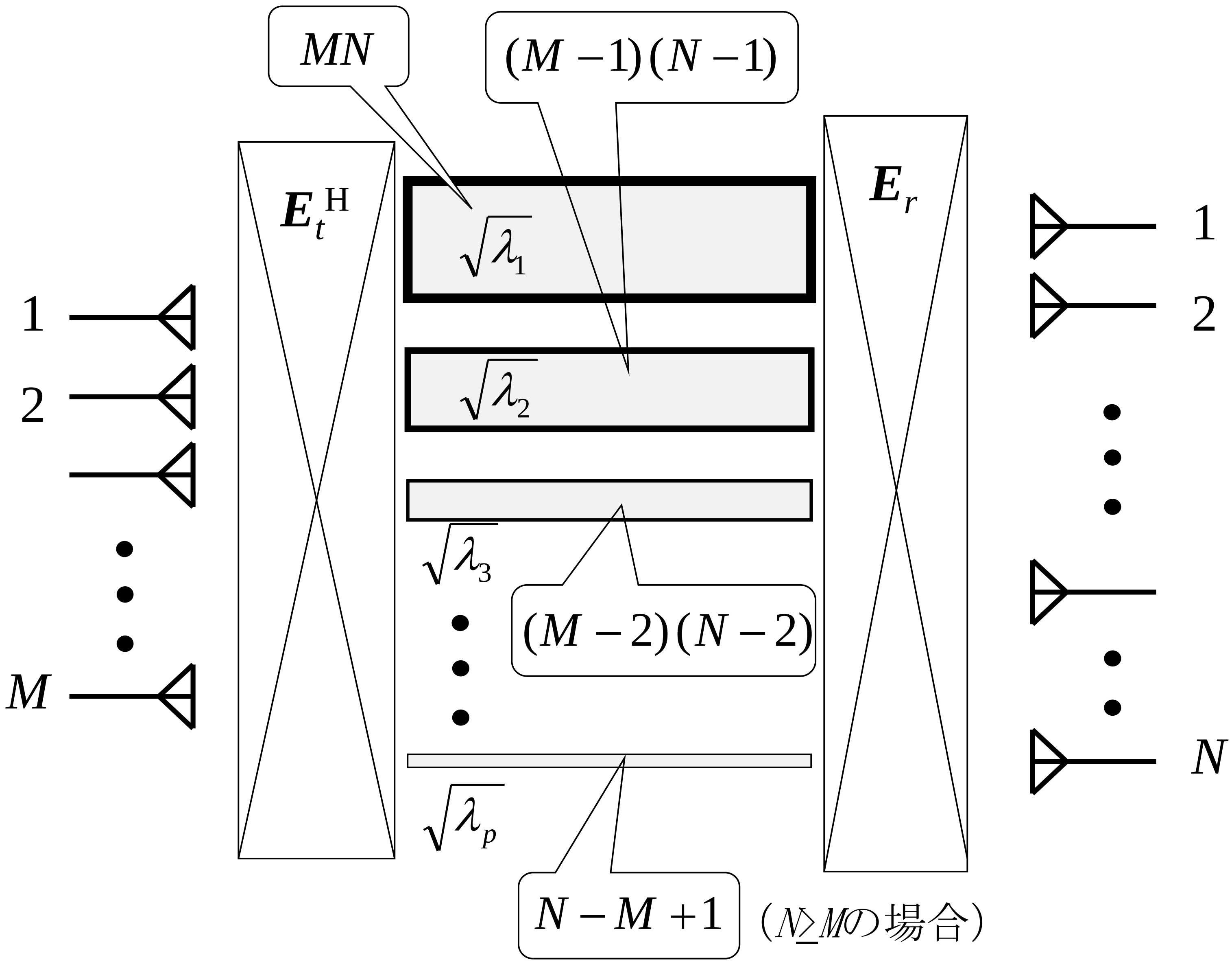
行列 ***A*** の
特異値分解
（SVD）

チャネル応答行列 ***A*** の等価回路

交わらない通路（**固有パス**）が
透けて見える

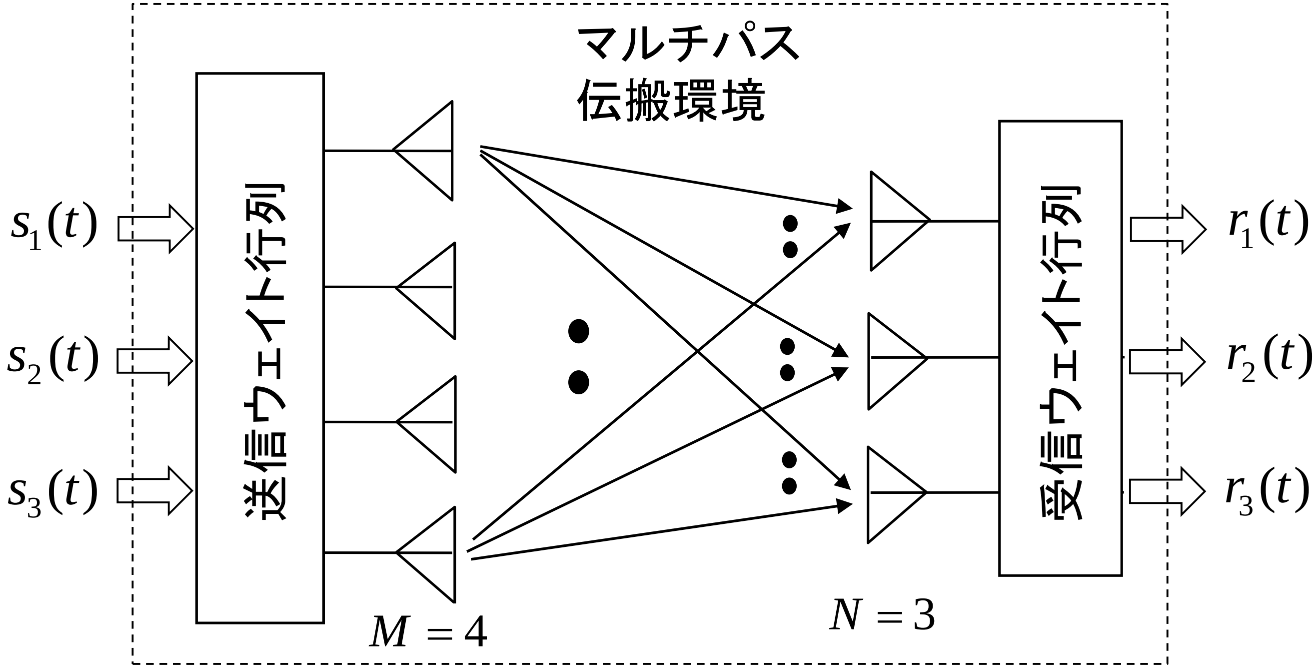


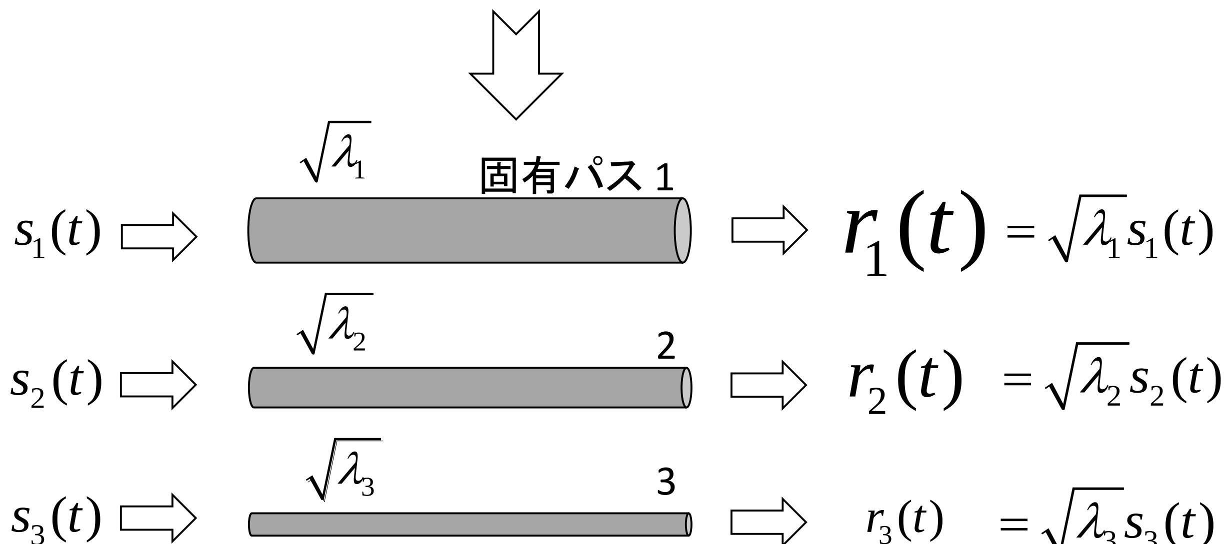
各固有パスのダイバーシチオーダ（近似）



（$N \geq M$の場合）

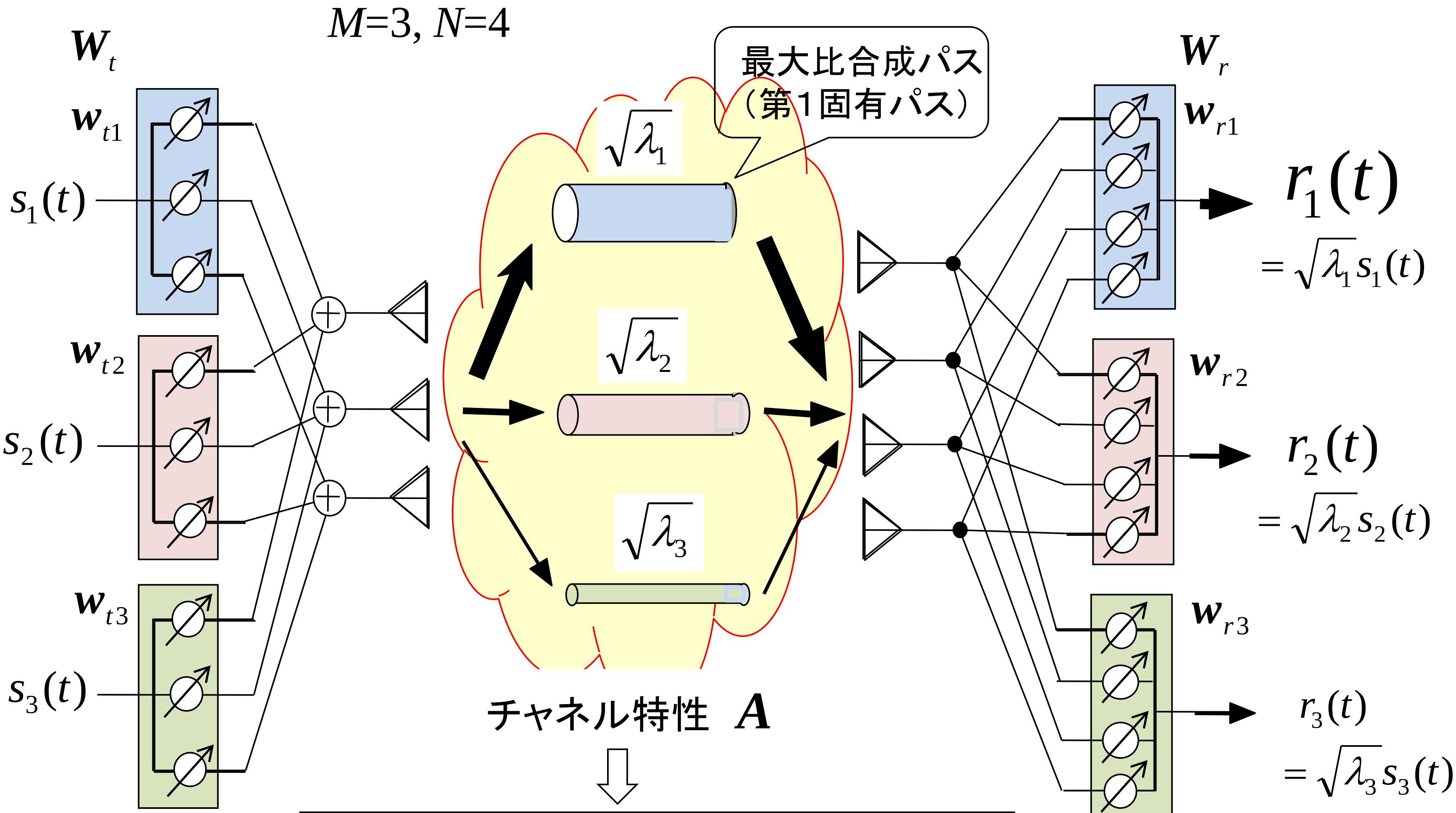
固有モード伝送：MIMO通信路とその等価回路





MIMO固有モード伝送の構成例

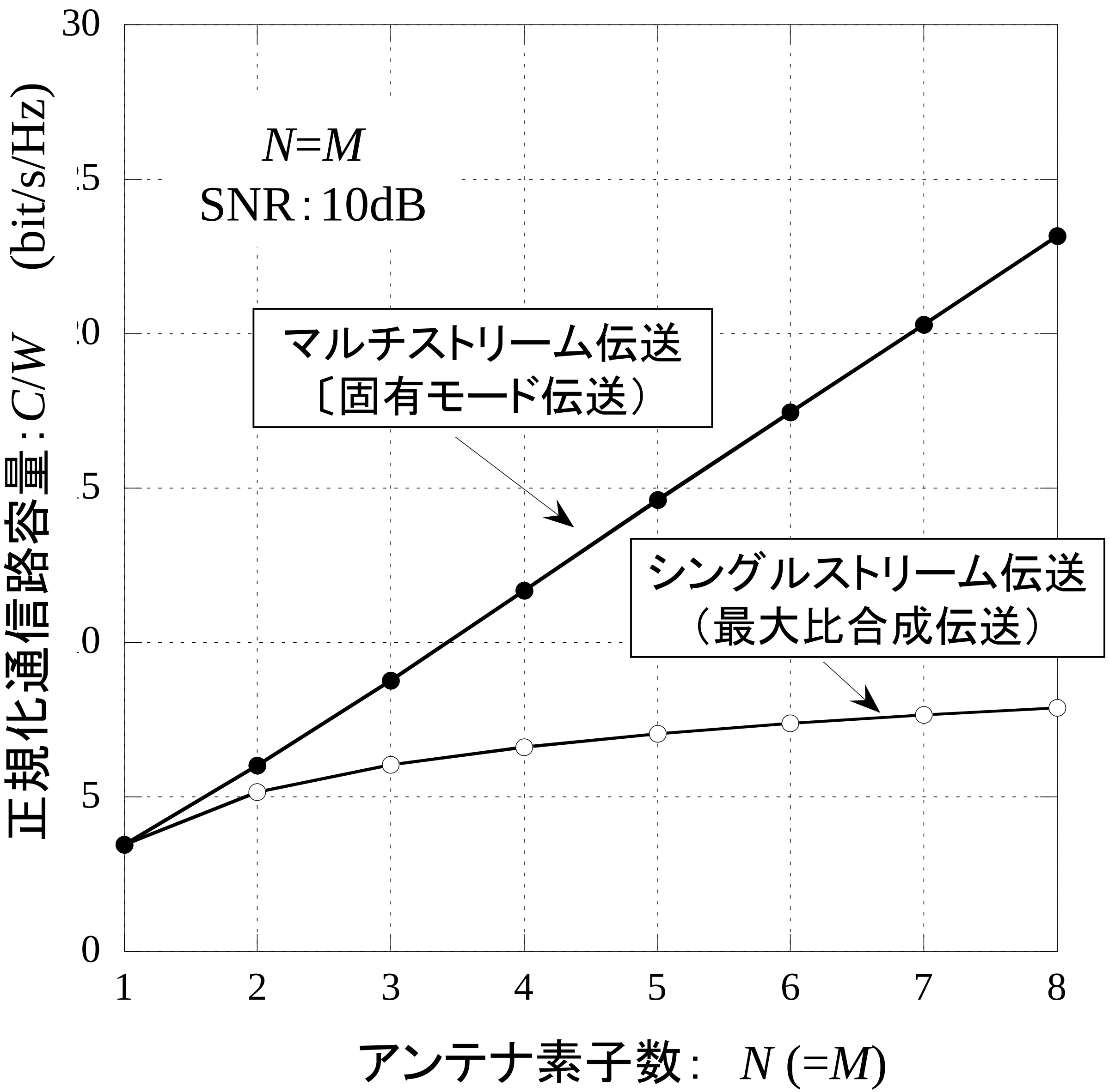
イメージ：反射のある環境において
3つの音楽を3つのスピーカーから流し、
それを4つのマイクロホンで拾い、
分離して聞くことができる技術



対応するそれぞれの固有ベクトルによるウェイト

$\boldsymbol{W}_t = \boldsymbol{E}_t \qquad \boldsymbol{A} = \boldsymbol{E}_r \boldsymbol{D} \boldsymbol{E}_t^{\mathrm{H}} \qquad \boldsymbol{W}_r = \boldsymbol{E}_r$

シングルストリーム伝送 vs マルチストリーム伝送

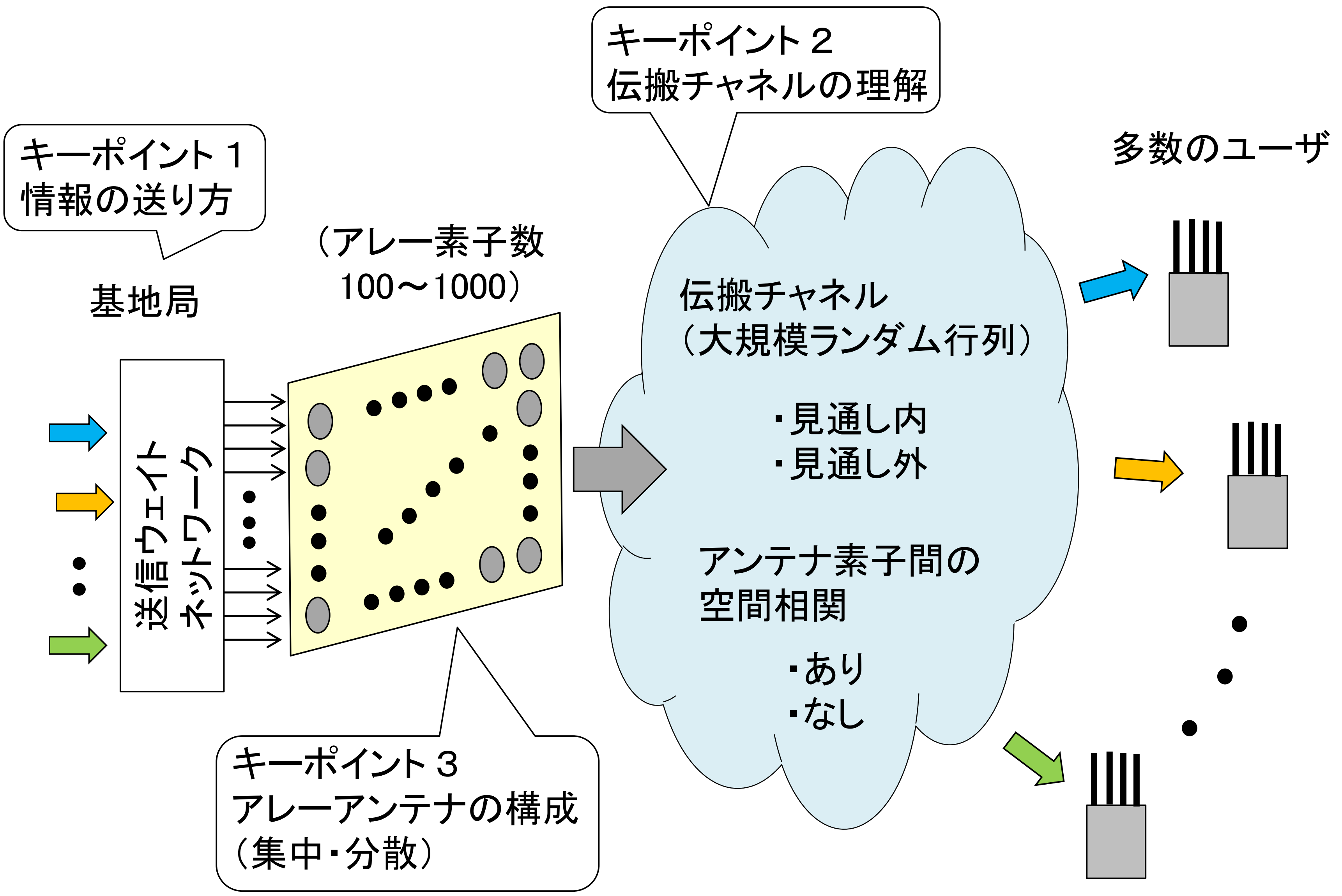


注意！！

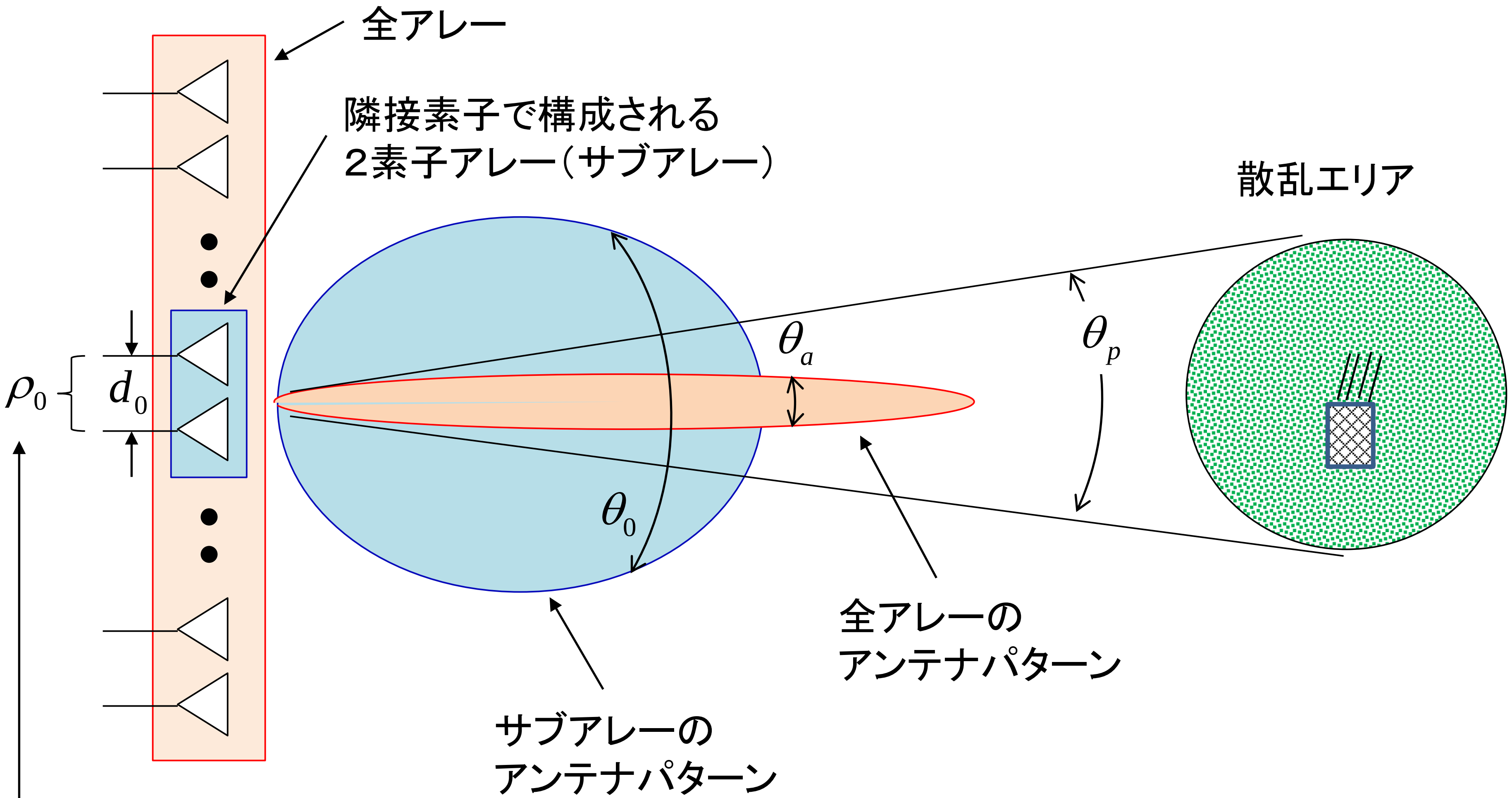
この比較はあくまで、
SN比が高いところで
チャネル容量を
比較したもの

MS伝送がSS伝送より
優れていると言うことを
一般的に言っている
わけではない

第5世代移動通信のマッシブMIMO情報伝送システム（高機能マルチユーザシステム）



Massive MIMO伝搬環境



$\theta_0 \geq \theta_p$ のとき　アレーの素子間に空間相関が現れる

この内容の詳細 http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/Massive_MIMO_TR-YK-016_rev.pdf

空間相関特性のMIMO伝送特性への影響（1）
小規模のMIMO（例えば4×4）の場合

アレー素子間隔が十分でない

→ 空間相関が現れる

→ 固有パスの利得差が大きくなる

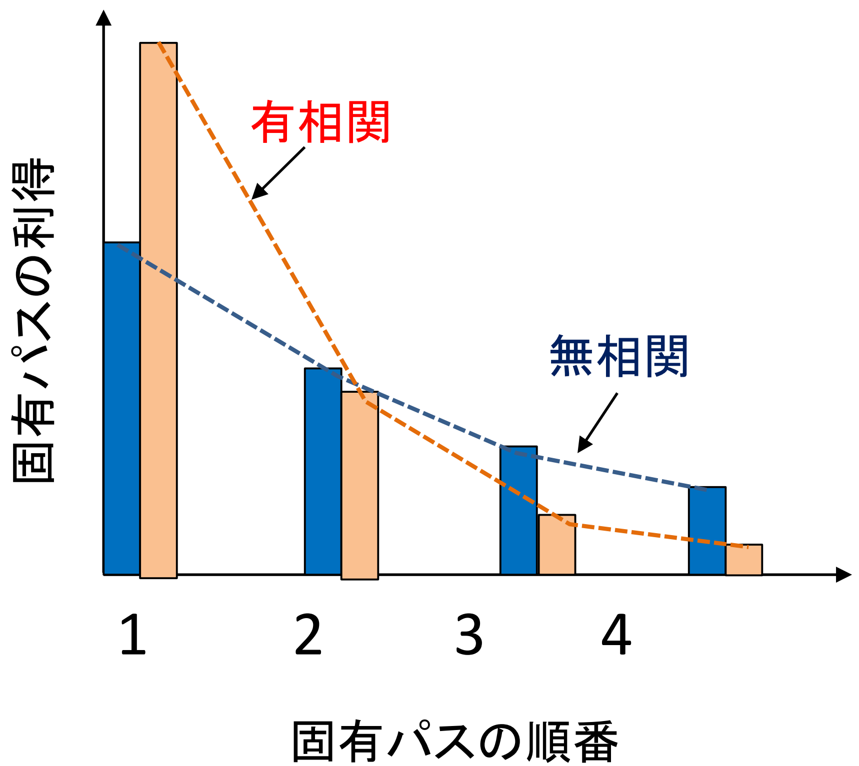
→ 並列伝送の効果が弱まる

→ 通信容量が低下する

空間相関を避ける

→ アンテナ間隔を十分に広げる

→ アンテナシステム全体のサイズが大きくなる



【図はイメージ】

空間相関特性のMIMO伝送特性への影響（2）
Massive MIMO（例えば100×10）の場合

アレー素子間隔が十分でない

→　空間相関が現れる

→　固有パスの利得差が大きくなる

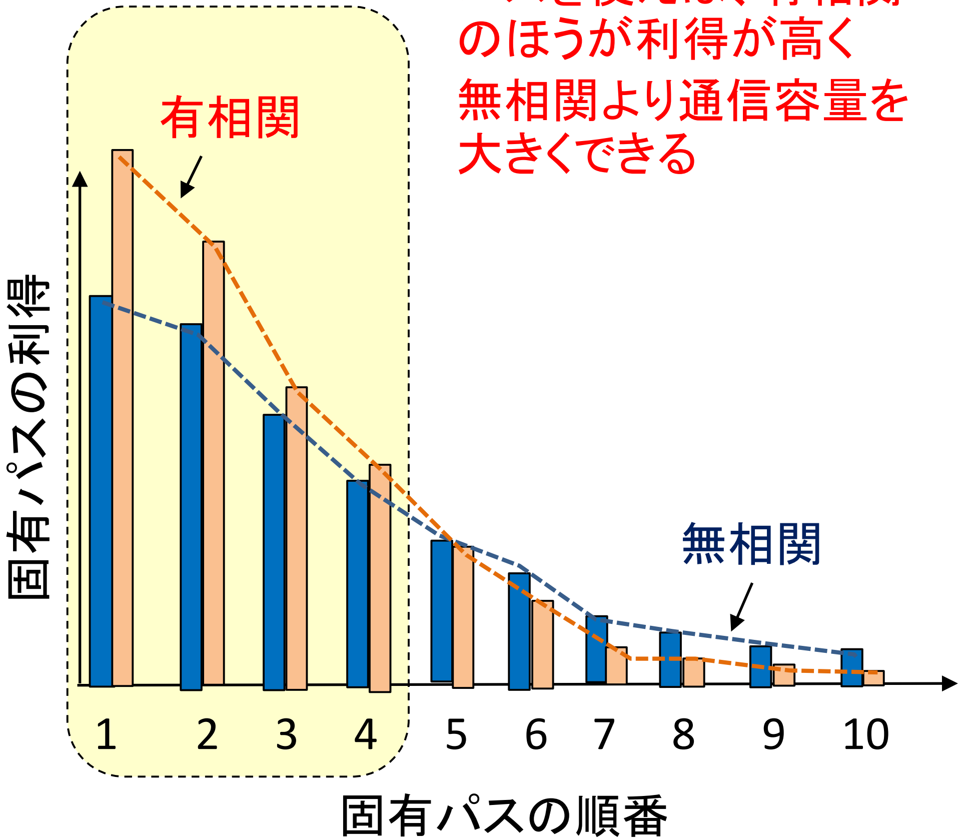
→　上位パスのみを利用すれば
　　通信容量が上がる

→　アンテナ間隔を狭めてよい

→　アンテナシステム全体の
　　サイズを小さくできる
　　（好都合な真実）

Massive MIMOゆえのメリット

例えば上位4つの固有パスを使えば、有相関のほうが利得が高く
無相関より通信容量を大きくできる



【図はイメージ】

URL:　https://ieeexplore.ieee.org/document/9044393

更なる飛躍のためには（1）:　資源領域の拡大

信号帯域幅の拡大
（より高い周波数の開拓）

通信容量の向上
（高スループット化）

通信方式（符号化･
変調方式）の工夫

アレーアンテナの
積極的な利用
（空間領域の
積極的な開拓）

更なる飛躍のためには（2）： 新たな直交資源の発掘

時系列情報信号の運搬を担う直交資源（直交軸）

○ 周波数（直交数：帯域幅に比例）

○ 直交位相（sinとcos）（直交数：2）

○ 直交偏波（直交数：2）

○ 空間（直交数：MIMOのアレー素子数に比例）

○ ？？（さらに何か新しい資源を開拓したいが・・・
若い人たちへの宿題）

更なる飛躍のためには(3)： だましのテクニック

ラジオ(音の伝送)： 信号理論に基づく正攻法な伝送

(10kHzの音の情報を1MHzの電波で送る)

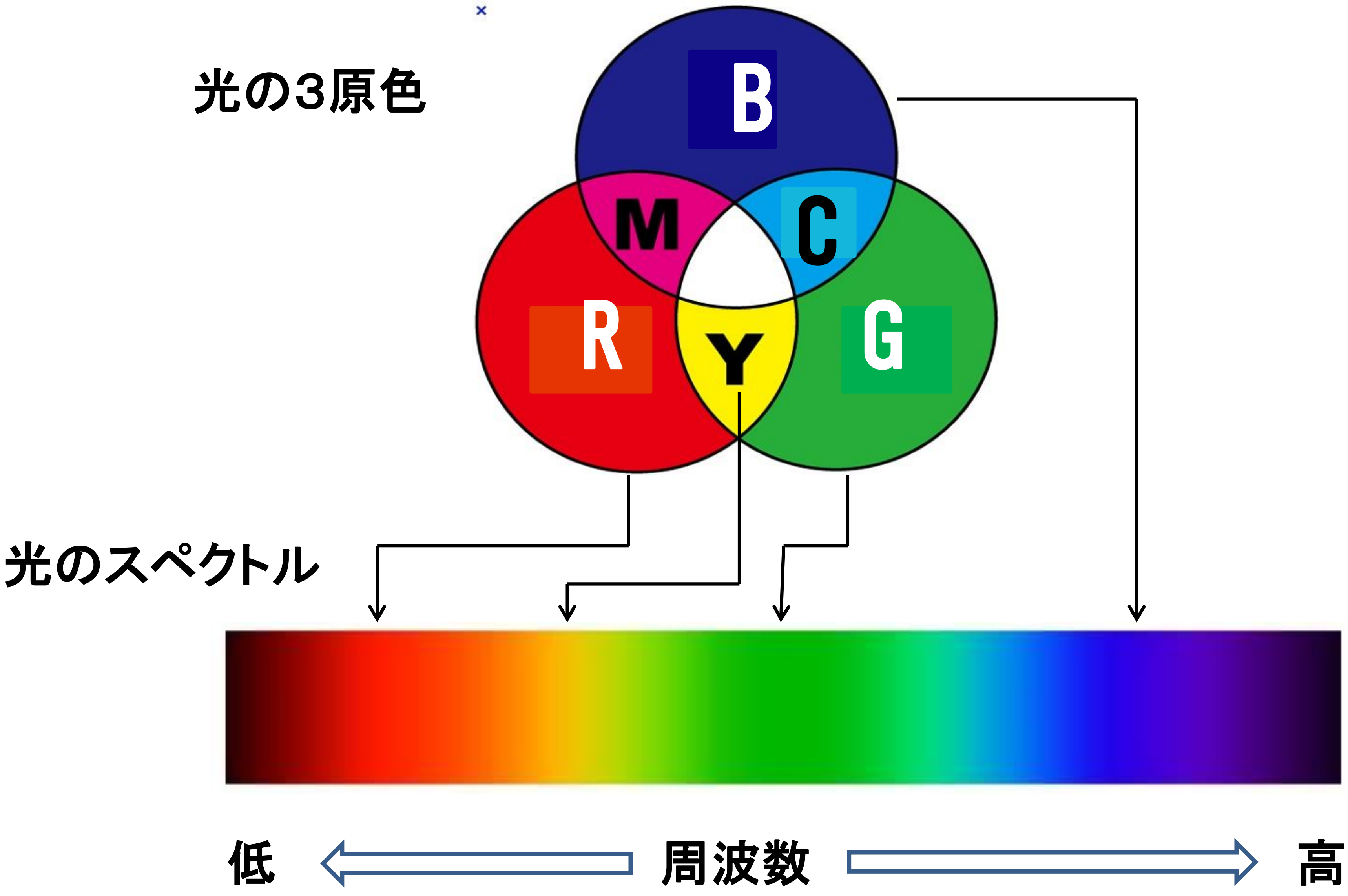
テレビ(映像の伝送)： だましのテクニックを使った伝送

(400THzの情報を1GHzの電波で送る)

⇩

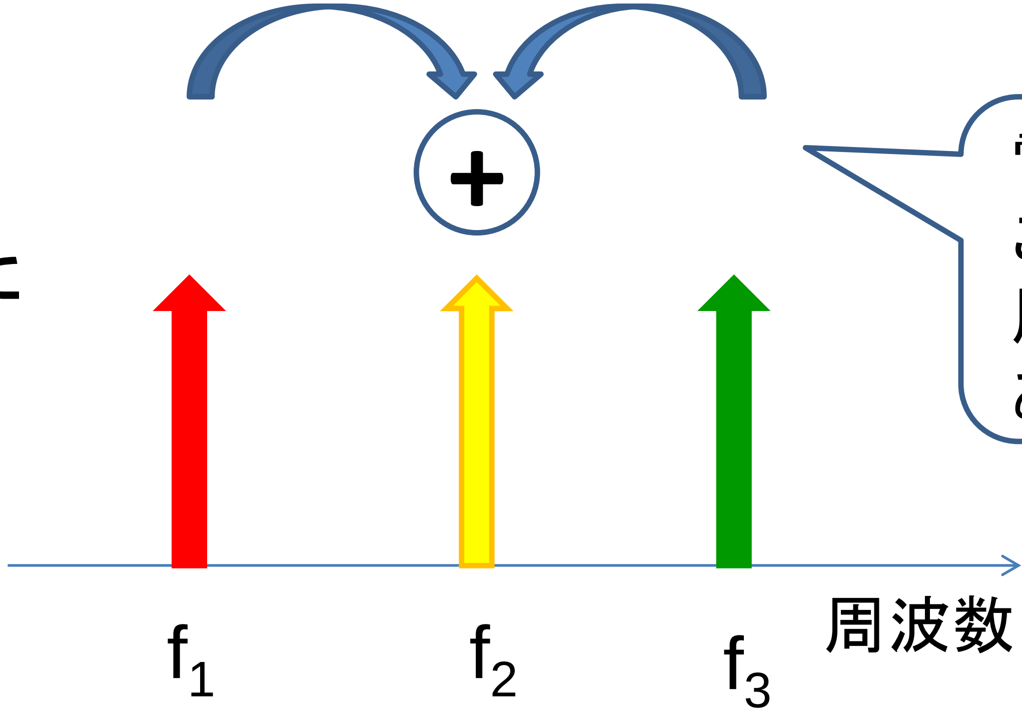
この様なだましのテクニックで
限界を突破しよう！！

光に見る不思議な性質（電波と同じ仲間の電磁波とは思えない）



帯域幅は400THz → このような重たい荷物はX線に運んでもらうしかない？

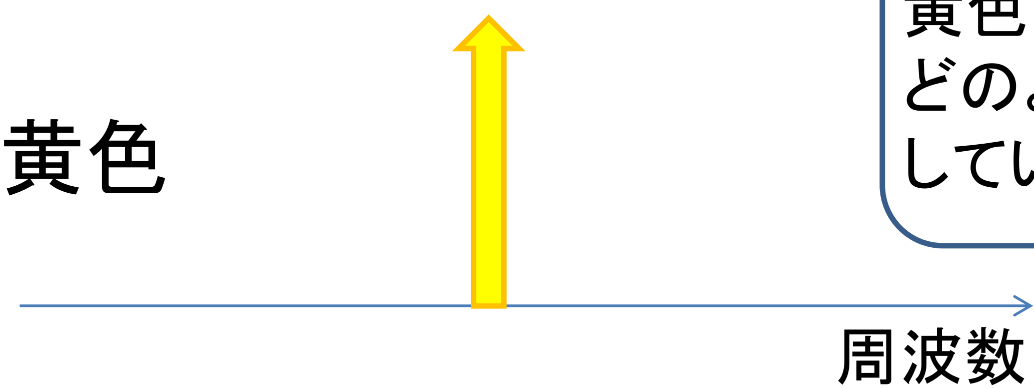
合成した
黄色



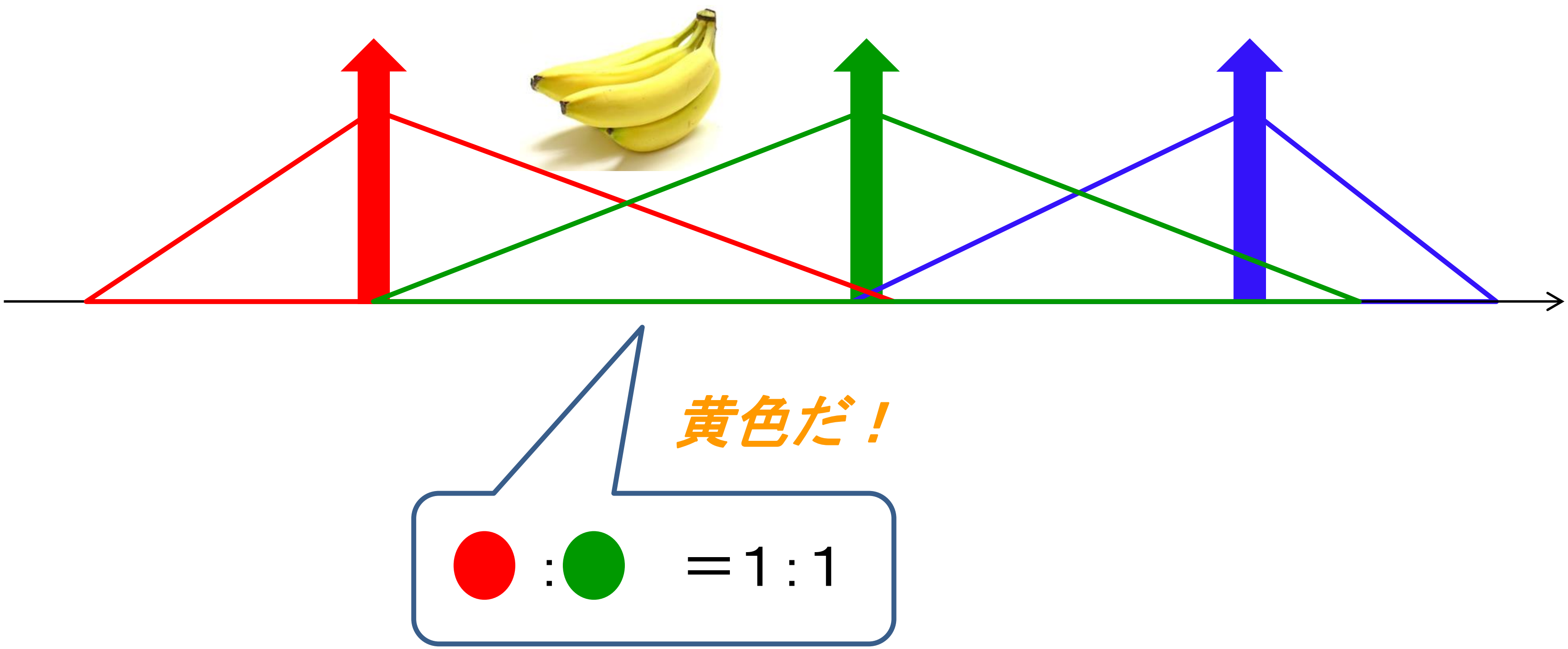
電波の世界では、
このような形の
周波数合成は
ありえない

人間の頭の中では
黄色の認識に
どのような信号処理を
しているのだろうか？

純粋な黄色



色の認識は の3つのセンサー出力の比率で、脳が判断
（センサーの分解能は鈍い）



宇宙人がテレビを見ると？

本日の講義に関連する著者の書籍

電波伝搬
MIMO伝送

（コロナ社）

確率・統計
MIMOの基礎

（コロナ社：新刊）

電磁気学
電波の基礎
フリスの伝達公式

（Open Access Book：ネット公開）
↓
http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR-YK-061_EM_Wonderland.pdf

本日の講義に関連する参考資料情報

唐沢研究室ホームページ　http://www.radio3.ee.uec.ac.jp

○ 本日の講義スライド（top: 最近の研究紹介記事等より）

○ 無線通信技術に関する技術レポート（全62報）

○ 無線通信技術の不思議をまとめた解説記事
「電波研究の玉手箱」（電波技術協会報 FORN: 全10講）

第1講　フリスの伝達公式への温故知新　（No. 335, 2020.07）
第2講　ランダムウォークで巡る電波伝搬基本式 (No. 336, 2020.09)
第3講　統計的にものを見る目を養おう　(No. 337, 2020.11)
第4講　電磁誘導の法則に見る電磁気学のからくり (No. 338, 2021.01)
第5講　伝送誤りはなぜ起きる？ (No. 339, 2021.03)
第6講　OFDMは万能選手？ (No. 340, 2021.05)
第7講　情報伝送の物理限界　(No. 341, 2021.07)
第8講　MIMOのなせる業 (No. 342, 2021.09)
第9講、第10講　（予定）

本講義に関するご質問は　E-mail: karasawa@mail.uec.jp