

移動通信マルチパス伝搬の基礎 ～電波の不思議探検～

唐沢 好男

電波伝搬研究者の使命とは・・・



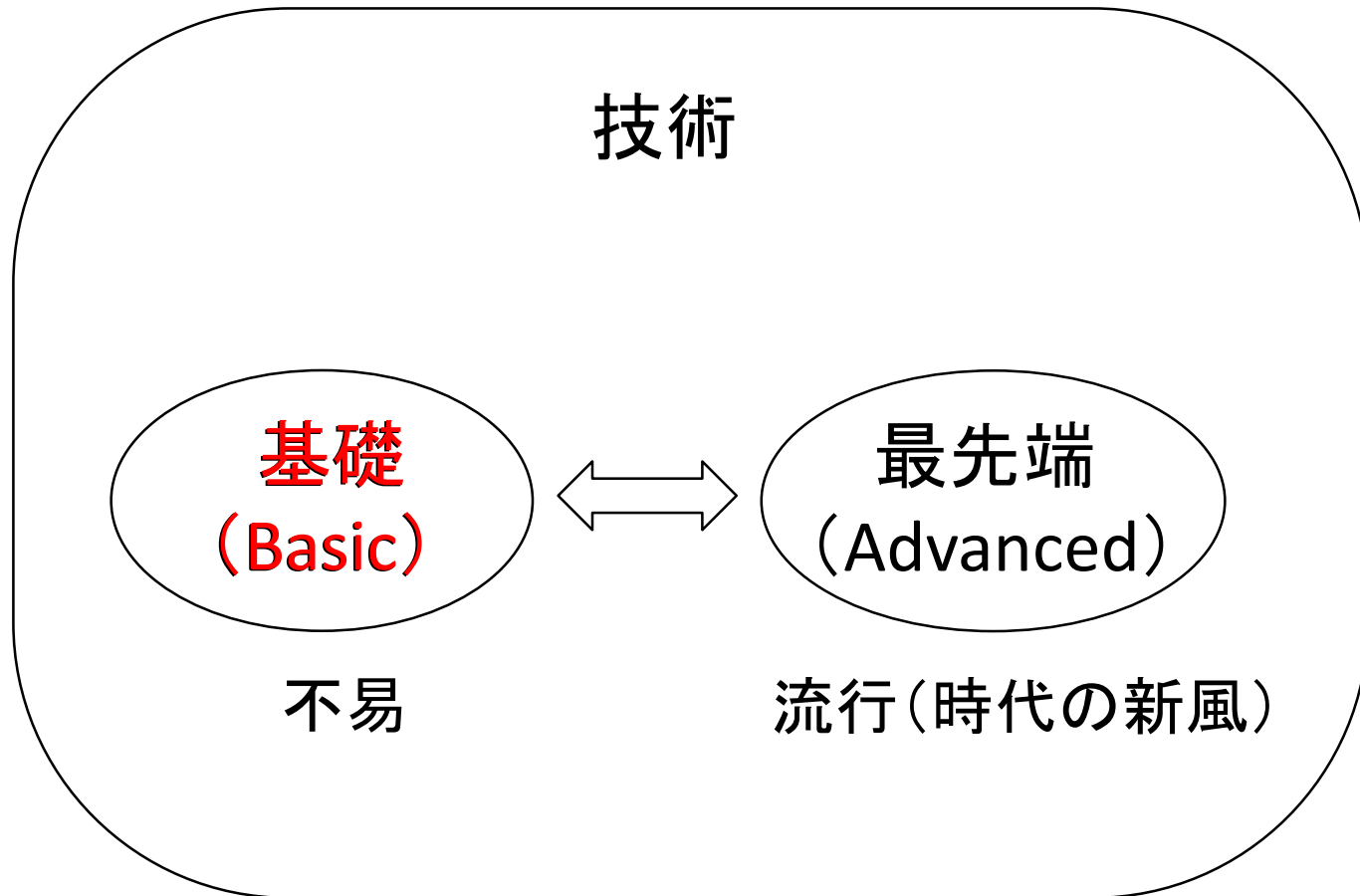
講演の概要

スマートフォンに代表されるワイヤレス情報通信は、その移動性の便利さゆえにこれからも姿や形を変えながら発展し続けて行くであろう。そのような未来社会においても、新たなものを生み出すためには骨格となる物理層技術（一対一の通信技術）、特に電波の伝わり方に関する深い理解が不可欠である。

本講演では、その前半で、Maxwell, Friis, 仲上, Rice等の先駆者によって紡ぎだされた物理層技術の理論や思想、そして、それが今なお無線通信の根幹に生き続けているものを取り上げ、わかりやすく丁寧な解説をする。自由空間伝搬を扱うフリスの伝達公式も実は奥が深い。送受信アンテナそれぞれの働きが隠れている。マルチパスフェージング環境のモデルは、それぞれの誕生の背景からモデルの物理的意味までを詳しく説明したい。後半では、無線通信の、とりわけ、デジタル移動通信の物理層技術の中でもその中心的な問題、マルチパスフェージングによるデジタル信号の伝送誤りについて、発生メカニズムとビット誤り率の推定の基本的な考え方を述べる。

好奇心は学びの原動力、電波技術を学ぶ過程で沸き起こる「不思議(なぜ)」に焦点を当てたい。

不易流行



移動通信マルチパス伝搬の基礎

1. 電波とは
2. フリスの伝達公式にみる自由空間伝搬の構造
3. マルチパス伝搬の基礎
 - ・定常確率過程: 加法性(正規分布型)と乗法性(対数正規分布型)
 - ・レイリーフェージング
 - ・仲上・ライスフェージング
 - ・仲上mフェージング
 - ・レイトレーシングとその後処理
4. マルチパス伝搬下でのデジタル伝送特性
 - ・熱雑音による誤り
 - ・時間選択性フェージング(位相変動)による誤り
 - ・周波数選択性フェージング(符号間干渉)による誤り
 - ・二重選択性フェージングによる誤り
5. 展望

1. 電波とは

電磁気学： マクスウェルの方程式（ヘヴィサイドが整えた）



① $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$ 電束密度に関するガウスの法則
(電束(電気力線)の出発点は電荷)

② $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ 磁束密度に関するガウスの法則
(磁束(磁力線)の出発点はない、ループになっている)

③ $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ (ファラデーの)電磁誘導の法則
(磁力線の密度が変化するとき、その周りに
電界の渦ができる)

④ $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ アンペア・マクスウェルの法則
(電流があると、あるいは、電束密度の時間変化が
あると、その周りに磁界の渦ができる)

構成関係式

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

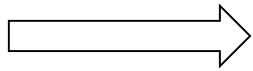
法則は経験則である。法則の正しさを証明できる人は誰もいない。
自然界はそのような仕組みになっていると受け入れるしかない

自由空間における平面波の伝搬

$$\textcircled{3} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$\textcircled{4} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial H_y}{\partial z} = -\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

連立方程式の
解



$$E_x = E_0 \cos \left\{ \omega \left(t - \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} z \right) \right\}$$

$$H_y = H_0 \cos \left\{ \omega \left(t - \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} z \right) \right\}$$

z軸方向に
進む平面波

固有インピーダンス

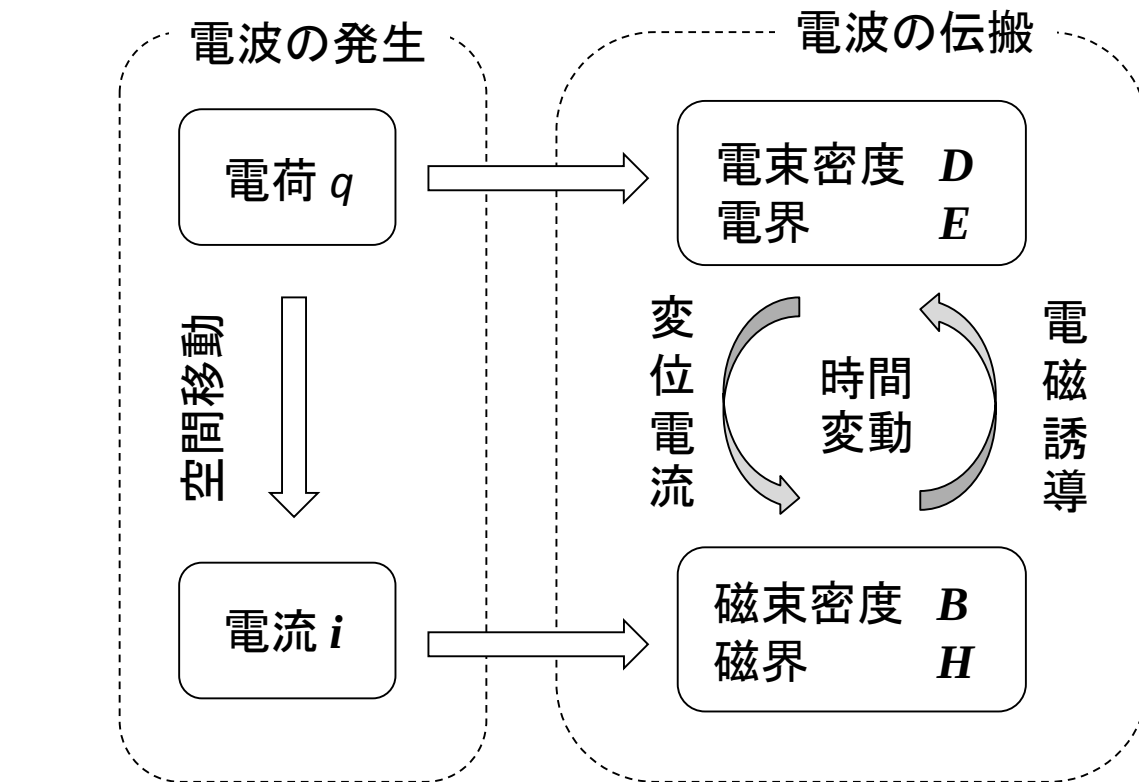
$$\frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \equiv Z_0 \approx 377[\Omega]$$

電波は、いかなる
場合も光速で進み、
それ以外の速度は
許されない

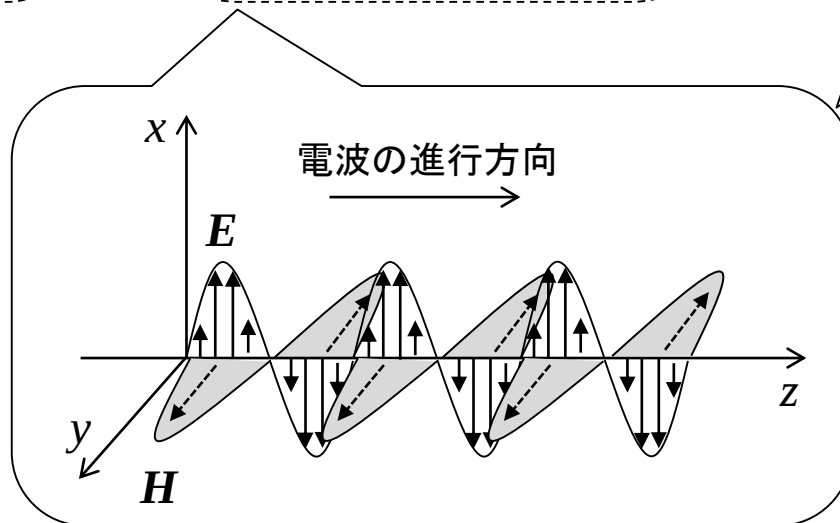
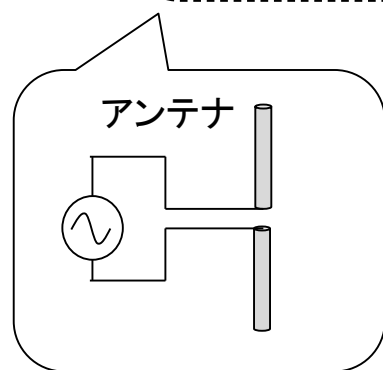
電波の進む速度

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c$$

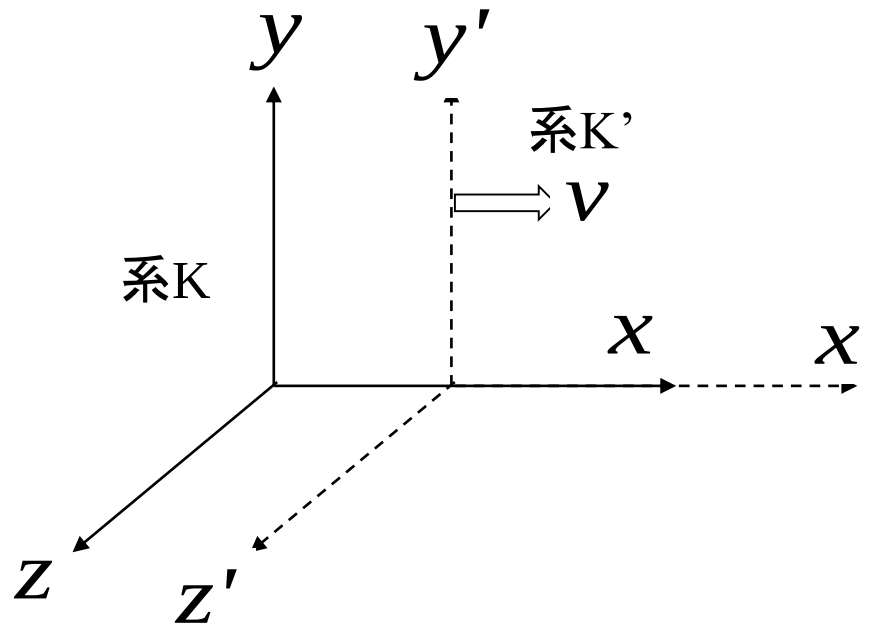
電磁気学：マクスウェルの方程式



自由空間において電波は、振幅も周波数も自由に定めることができる。しかし、
いかなる場合も光速で進み、それ以外の速度は許されない



物理学における慣性系に対する法則の不変性



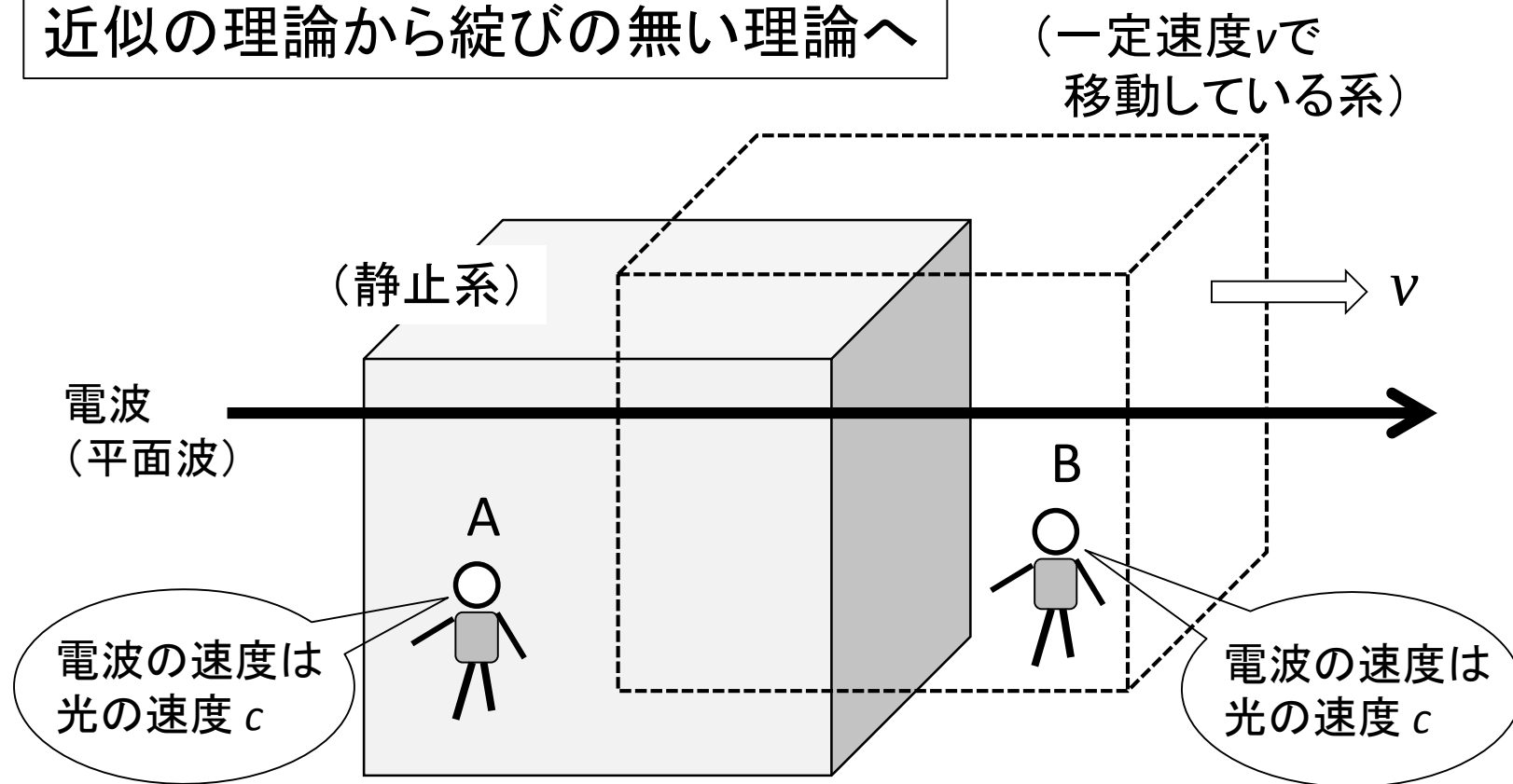
慣性系：
等速直線運動する系
K(静止系)とK'(移動系)

どの慣性系でも、物理法則は同じ式で表される
例えば、電磁誘導の法則では

$$\begin{array}{l} \text{K系:} \\ (x, y, z, t) \end{array} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \leftrightarrow \quad \begin{array}{l} \text{K'系:} \\ (x', y', z', t') \end{array} \quad \nabla' \times \mathbf{E}' = -\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'}$$

となるべき(ガリレオ以降、物理に関する基本原則)

電磁気学 近似の理論から綻びの無い理論へ



ニュートン力学(座標系変換はガリレイ変換)

→そんな馬鹿なことは無い →電磁気学は近似の理論

アインシュタイン

光速度一定の原理を提唱(座標系変換はローレンツ変換) →相対性理論誕生
電磁気学(1865年完成)は、その後の力学の革命(相対性理論: 1905年)を
無傷に乗り越え、現時点において、綻びの無い理論を保っている。

電磁気学は、体系が見事に構築されていて、かつ奥が深く、
謎(不思議・パラドックス)も多く
学問(物理理論)とはこういうものと言うことを学ぶのに格好の教材

近年、電気系の学部・学科でも、情報系科目に押され、
電磁気学の比重が弱くなっており、残念

「[謎解き電磁気学](#)」 ネット公開私製本
[唐沢研究室HP](#)から

無線伝送の真に越えられない壁

電磁気学
相対性理論

$$[v = c]$$

電磁気学

$$\left[P_R \propto \frac{1}{r^2} \right]$$

① 伝送速度は有限である
(光速)

② 信号強度が弱くなる
(自由空間で距離の二乗に逆比例
吸収性媒質内ではさらに大きく)

③ 給電線や受信機が熱雑音を持つ

熱力学

$$[P_N = kTB]$$

受信機

送信機

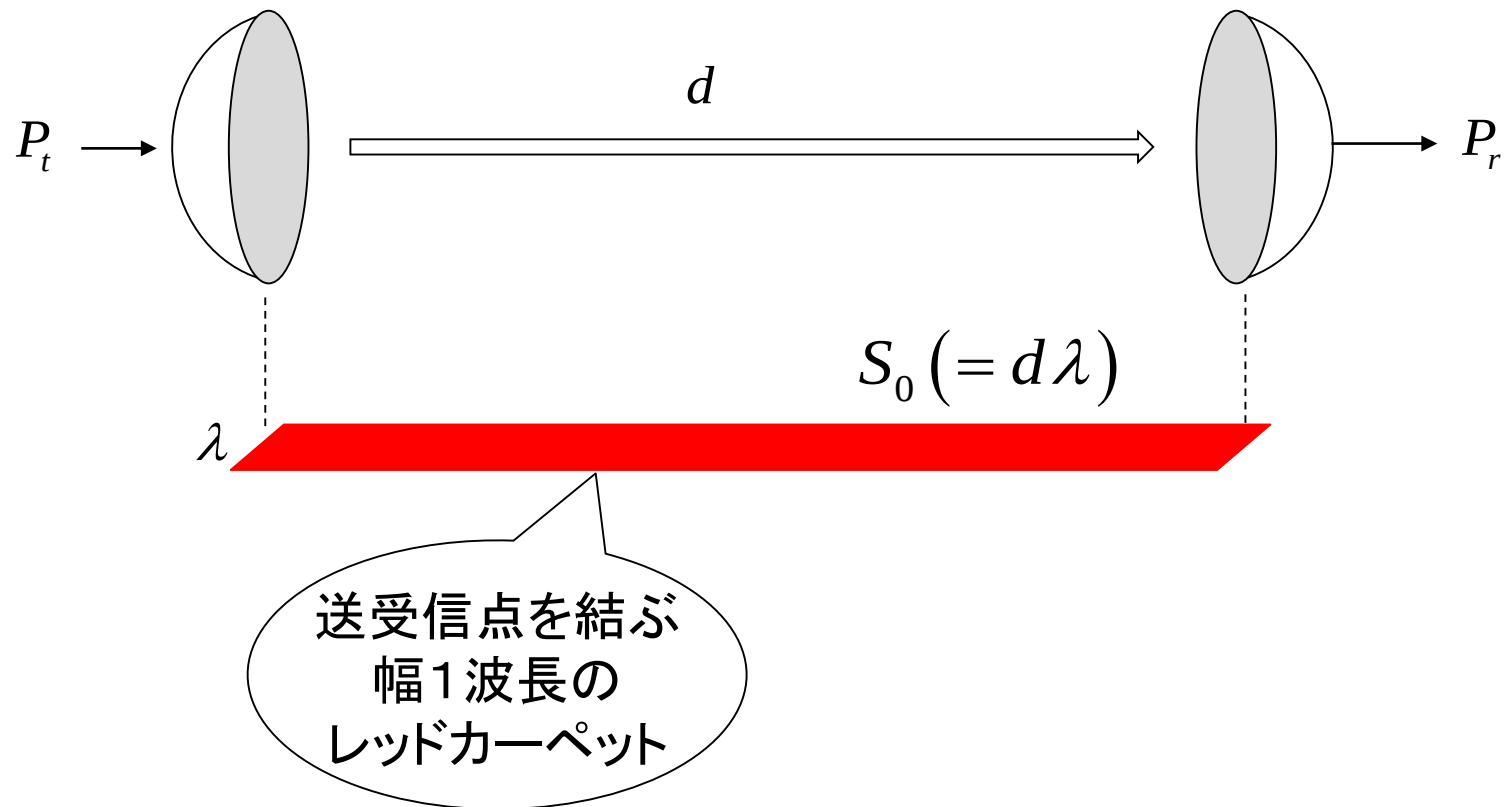
情報理論

$$\left[C = W \log_2 \left(1 + \frac{P_R}{P_N} \right) \right]$$

④ 誤りのない情報伝送をするためにはビットの伝送速度に上限がある(受信信号電力と雑音電力の比で決まるシャノンの通信路容量)

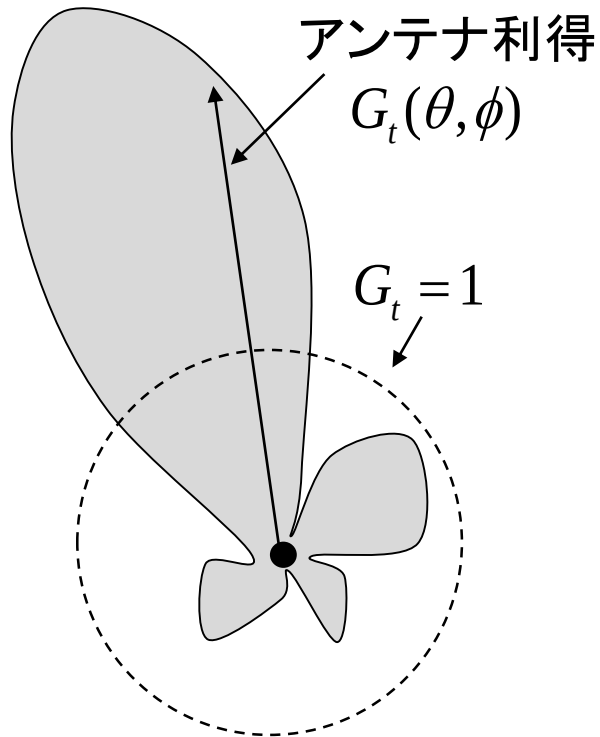
②によって弱くなる信号電力は、③による雑音の働きを受け、④のSN比で定まる限界を超えることができない。また、伝搬路が複数になると、①により、信号の到着時間がばらつき、波形ひずみ起きる。無線通信では、この壁を知り、これらを受け入れた上でのシステム設計がなされる。

2. フリスの伝達公式にみる自由空間伝搬の構造

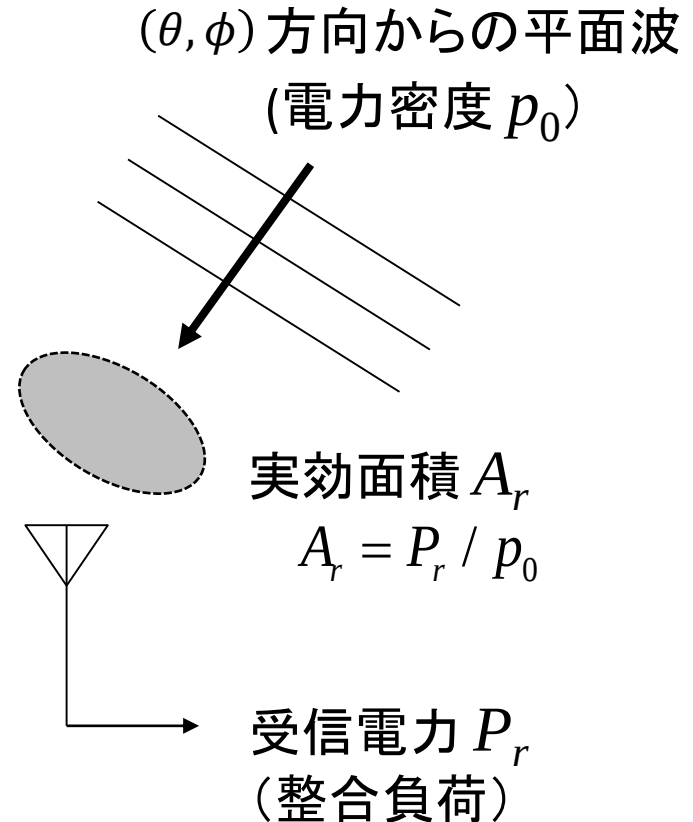


アンテナの性能指標

送信アンテナの利得 (送り届ける力)



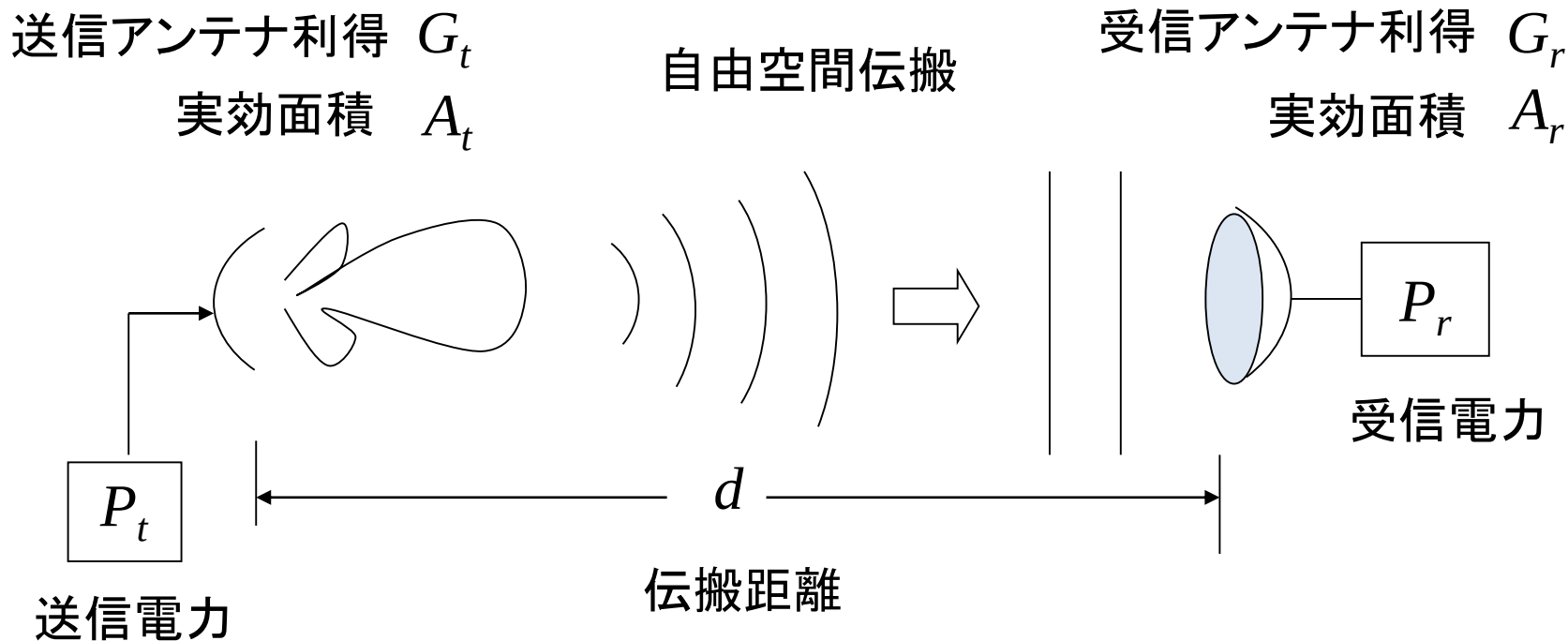
受信アンテナの実効面積 (拾い上げる力)



アンテナ性能の送受信可逆性

$$G_t = G_r, \quad A_t = A_r$$

無線通信の基本伝送路



周波数: f

フリス(Friis)の伝達公式

$$\frac{P_r}{P_t} = ?$$

無線伝送の基本式： フリスの伝達公式

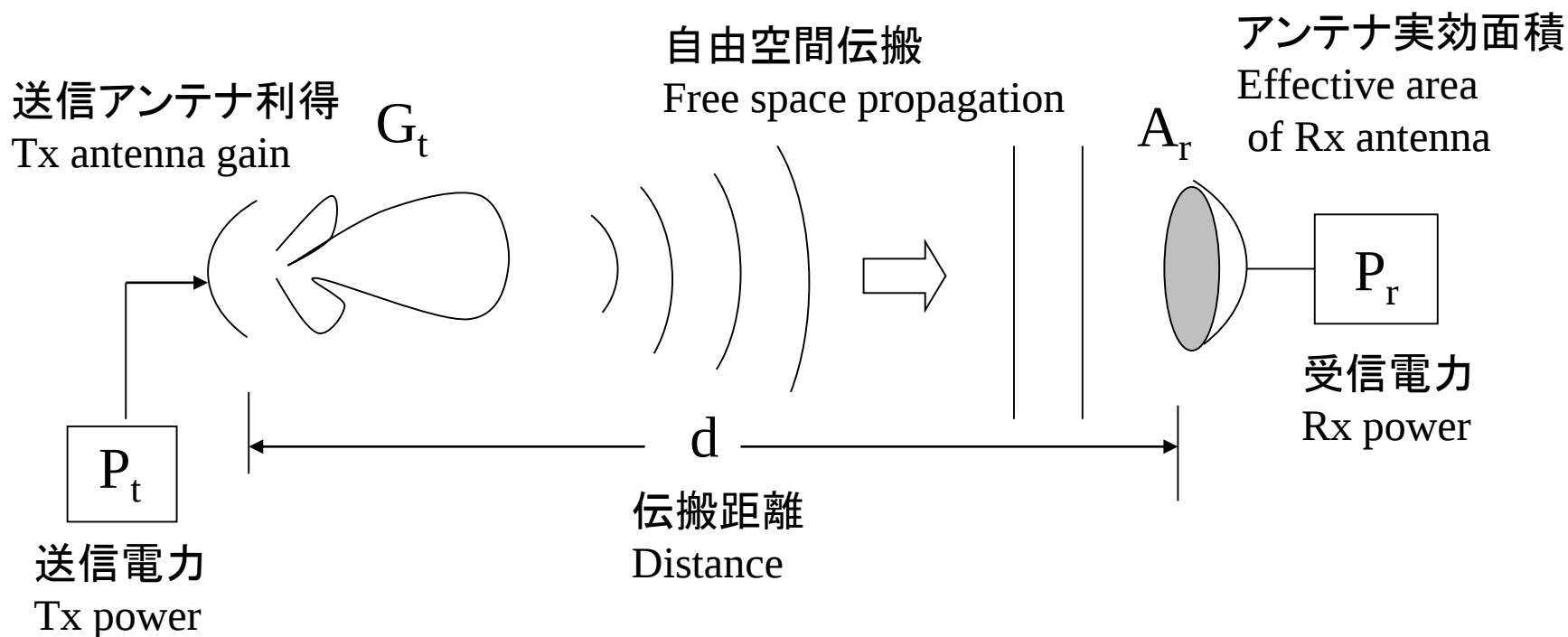
出発点

$$P_r = P_t \times G_t \times \frac{1}{4\pi d^2} \times A_r$$

[W] : [W]

[1/m²]

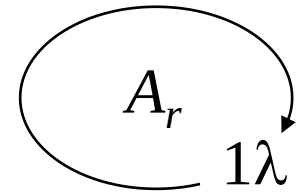
[m²]



無線伝送の基本式： フリスの伝達公式

受信アンテナ利得 G_r と実効面積 A_r の関係

$$A_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r \quad (G_r=1 \text{ のときは、} \\ \text{円周1波長の円の面積})$$



frisの伝達公式

$$P_r = P_t G_t \frac{1}{4\pi d^2} \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r \\ = \frac{1}{L_p} G_r G_t P_t$$

自由空間伝搬損: L_p

$$L_p = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2$$

アンテナの特性(利得)が周波数に依存しないとき、
周波数が高くなるほど、受信強度は弱くなる

アンテナ利得(G)と実効面積(A)の関係

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

直観的に導ける式ではない
(マクスウェルの方程式の力が必要)

この式は、以下の2段階のステップによって導く

第一段階

「 G/A の値は一定で、アンテナのタイプに因らない」を証明する

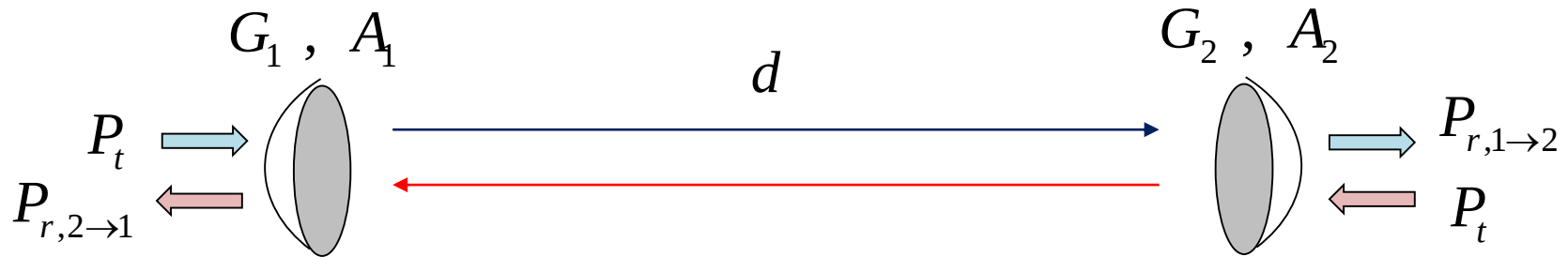
第二段階

理論解析できるアンテナを一つ選んで、 G と A の比の値を定める

第一段階で一定性が証明されているので、
一つ解が見つかれば、それがすべてに適用できる

第一段階

「 G/A の値は一定で、アンテナのタイプに因らない」を送受信回路の相反定理を用いて証明する



相反定理: $P_{r,1 \rightarrow 2} = P_{r,2 \rightarrow 1}$



$$\frac{P_t G_1 A_2}{4\pi d^2} = \frac{P_t G_2 A_1}{4\pi d^2} \rightarrow \frac{A_1}{G_1} = \frac{A_2}{G_2} \rightarrow \frac{A}{G} = \text{一定}$$

第二段階

理論解析できるアンテナを一つ選んで、 G と A の比の値を定める

選ぶアンテナの例

① **微小ダイポールアンテナ**: マクスウェルの方程式を使って解く正攻法

② **大口径パラボラアンテナ**の開口径と指向性の関係から解く

他にも方法はあるが、いずれの方法も、導出には手間暇かかるが、
答えが出たので、問題としては解決

③ **無指向性のアンテナ** ($G=1$): 実効面積 A_0 が、もっと簡単に求められないか?
求められれば

$$A = A_0 G \quad \left(A_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi} \right)$$

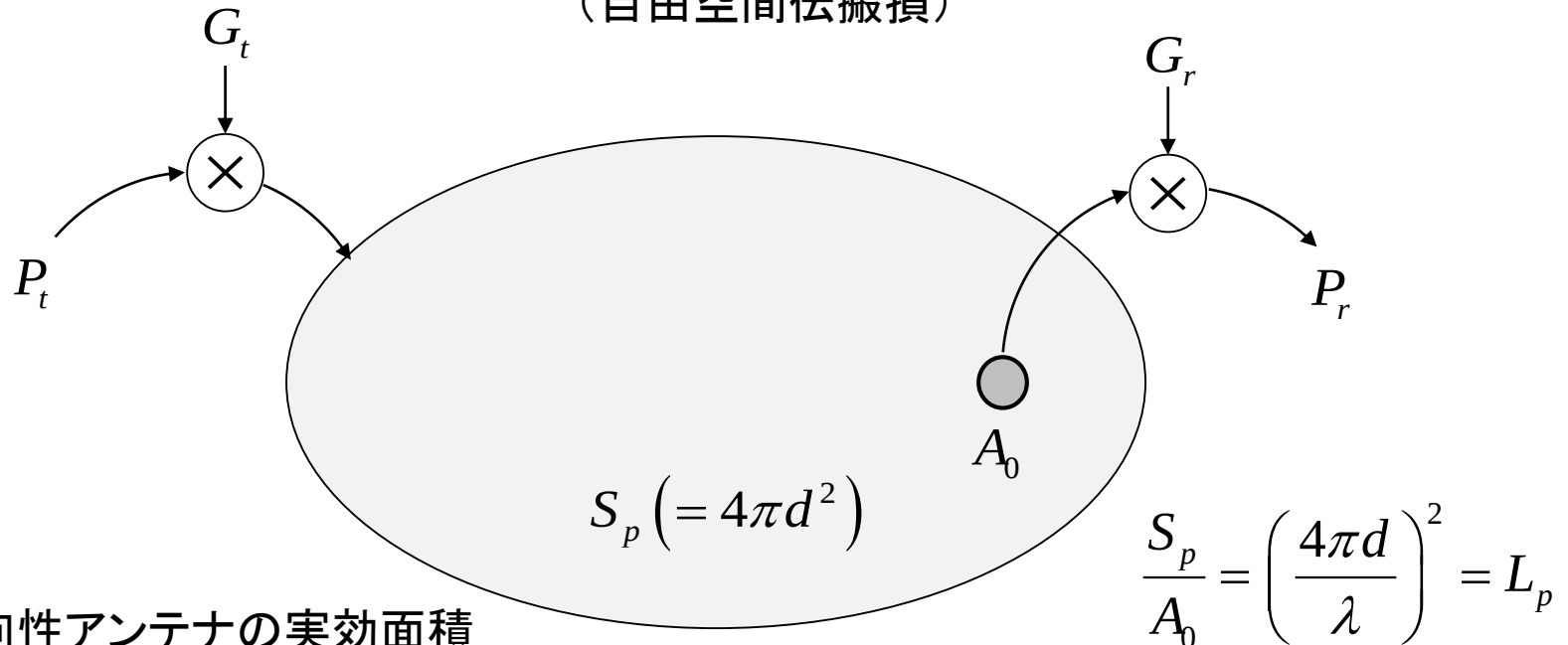
となって、形がきれい。

(この方法でできるのであるが、マクスウェルの方程式が必要で、
手間暇かかることにおいては①, ②とたいして変わらない)

フリスの伝達公式を送・受信アンテナの働きで見てみよう 自由空間伝搬損の意味

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{1}{L_p} G_t G_r \quad \left\{ L_p = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 \right\} \quad \text{から見える景色}$$

(自由空間伝搬損)

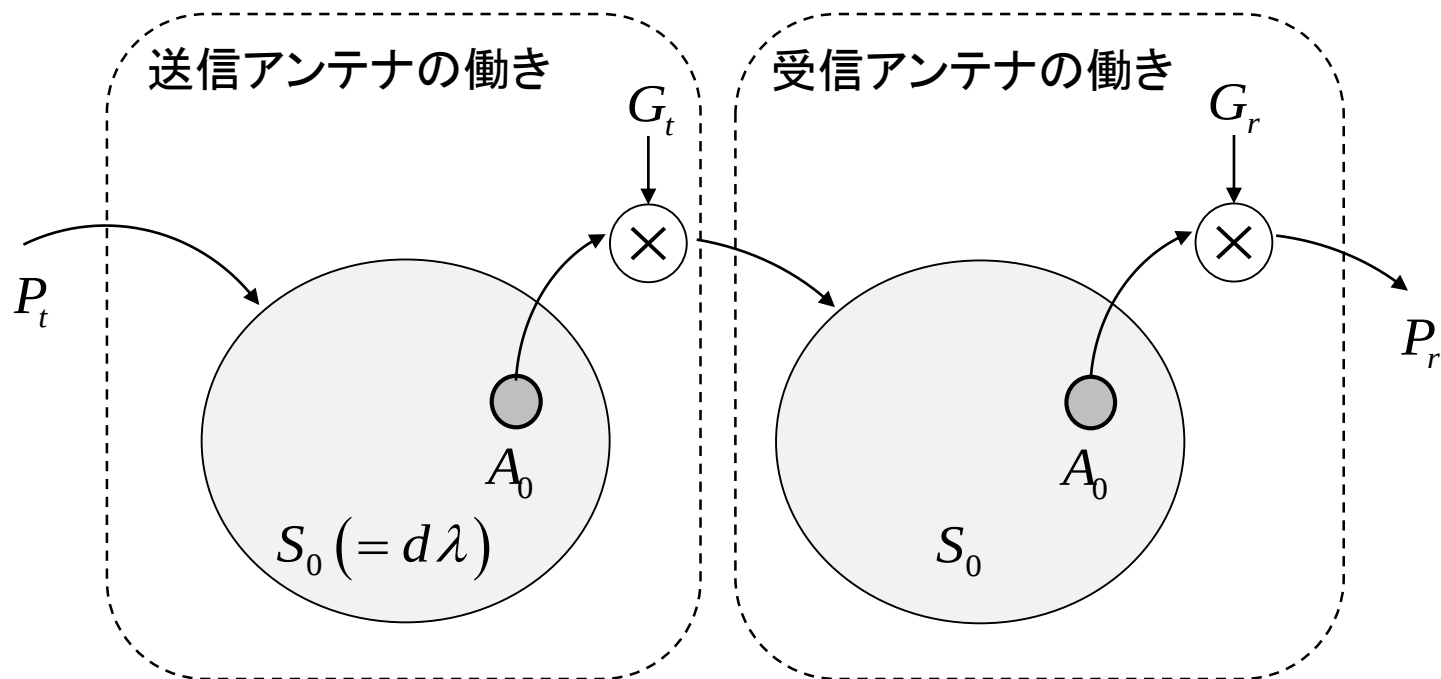


A_0 : 無指向性アンテナの実効面積

S_p : 距離 d における球面波の広がり面積

この図からは「アンテナは送・受信で同じ働き」と言う姿が見えてこない

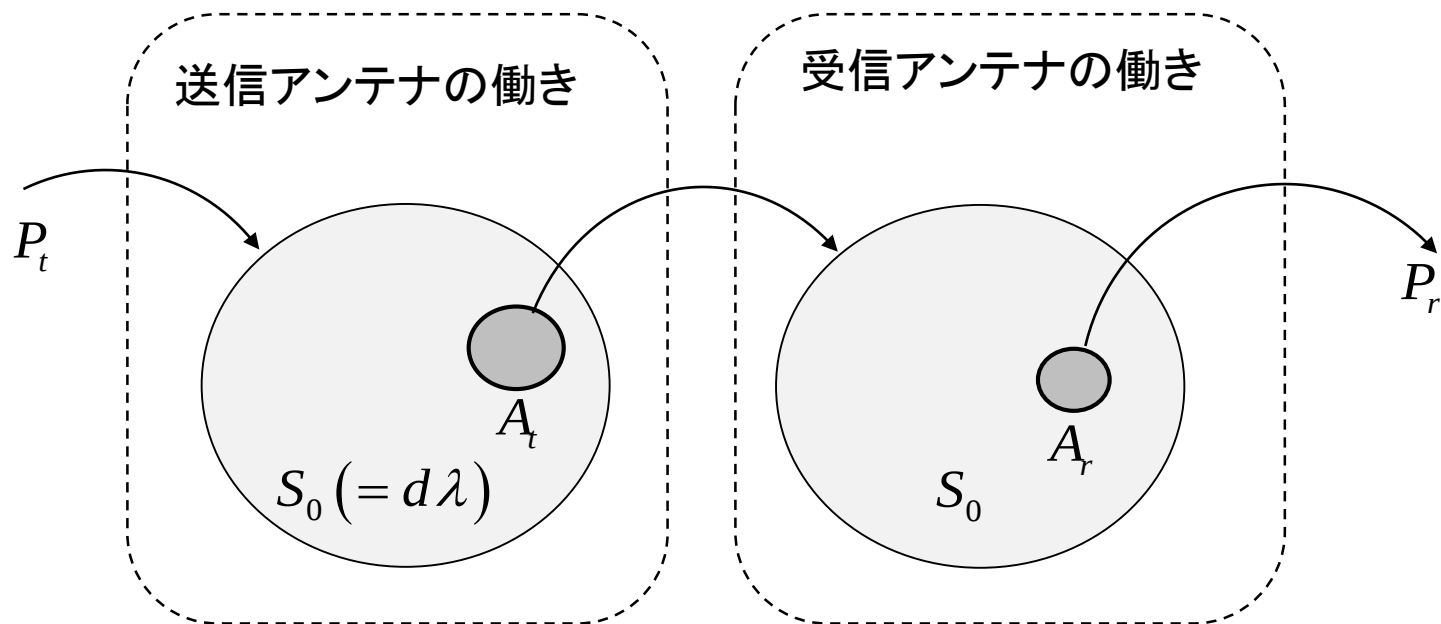
こういう見方はどうだろう



面積 S_0 は無指向性アンテナの実効面積 A_0 と半径 d の球の表面積 S_p の相乗平均

$$S_0 = \sqrt{A_0 S_p} = d\lambda \quad (\text{送受信点間 (= 電波の通り道) に幅1波長のレッドカーペットを拡げる。そのカーペットの面積})$$

さらに、 $G_t A_0 = A_t$, $G_r A_0 = A_r$ なので



これを式で表すと

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{A_t}{S_0} \times \frac{A_r}{S_0} = \frac{A_t A_r}{S_0^2} \quad (S_0 = d\lambda)$$

原典を訪ねる

$$P_r / P_t = \frac{A_r A_t}{d^2 \lambda^2}$$

fairly accurate calculation of the output wave shapes produced.

A comparison of typical laboratory wave shapes with similar field records of lightning surges is given in Fig. 12. By reconnecting the capacitors of the generator in

the possibilities for making a comprehensive study of lightning hazards in relation to aircraft¹⁴ and studies on means of protection to minimize such hazards.

¹⁴ J. M. Bryant and M. Newman, "Lightning discharge investigation—I," University of Minnesota Eng. Exp. Sta., Technical Paper No. 38; April, 1942.

A Note on a Simple Transmission Formula*

HARALD T. FRIIS†, FELLOW, I.R.E.

Summary—A simple transmission formula for a radio circuit is derived. The utility of the formula is emphasized and its limitations are discussed.

INTRODUCTION

THIS NOTE emphasizes the utility of the following simple transmission formula for a radio circuit made up of a transmitting antenna and a receiving antenna in free space:

$$P_r / P_t = A_r A_t / d^2 \lambda^2 \quad (1)$$

where

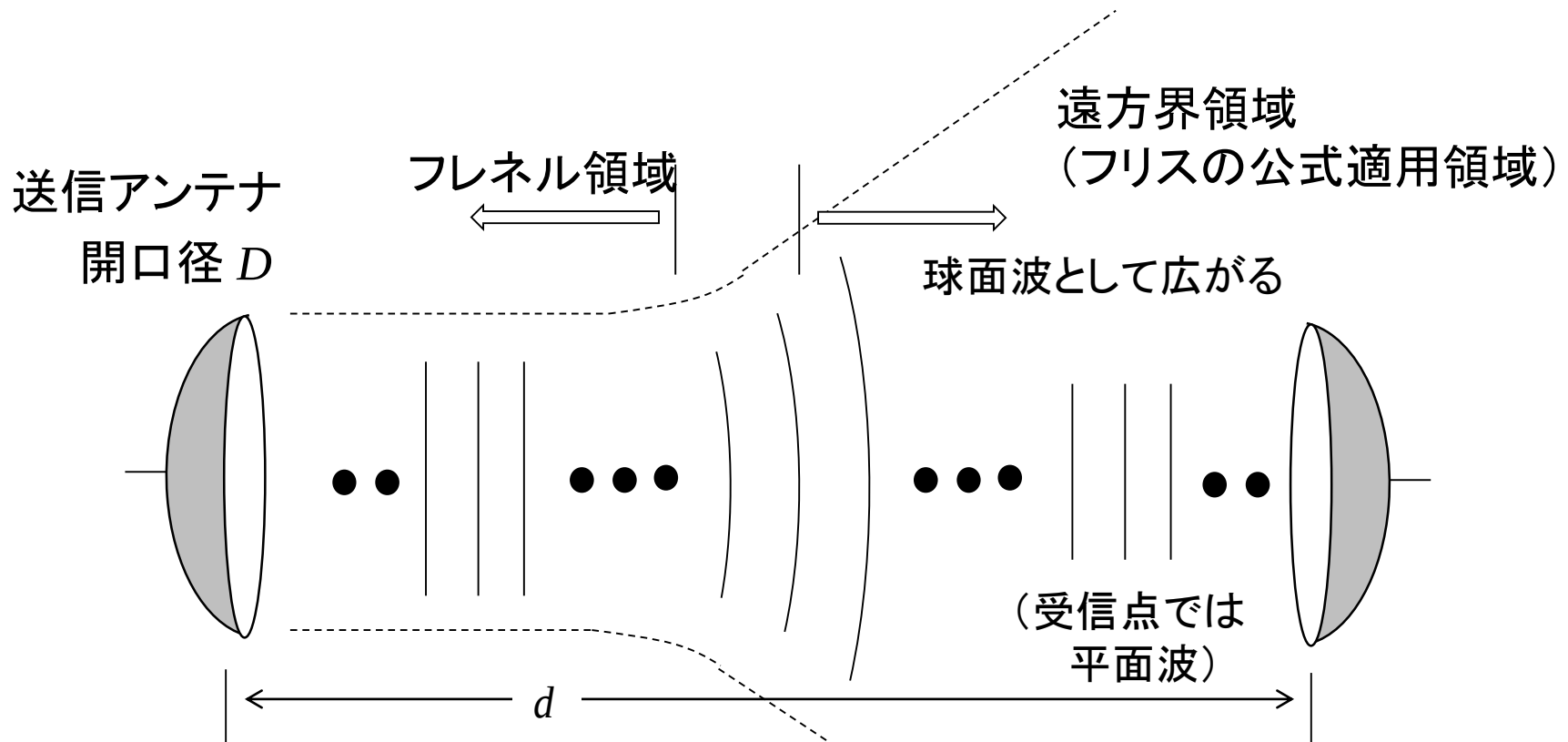
* Decimal classification: R120. Original manuscript received by the Institute, December 6, 1945.

† Bell Telephone Laboratories, Holmdel, N. J.

P_t = power fed into the transmitting antenna at its input terminals.	} Same units of power
P_r = power available at the output terminals of the receiving antenna.	
A_r = effective area of the receiving antenna.	} Same units of length
A_t = effective area of the transmitting antenna.	
d = distance between antennas.	
λ = wavelength.	

The effective areas appearing in (1) are discussed in the next section and this is followed by a derivation of the formula and a discussion of its limitations.

遠方界(フラウンホーファー領域)通信のためのアンテナ条件



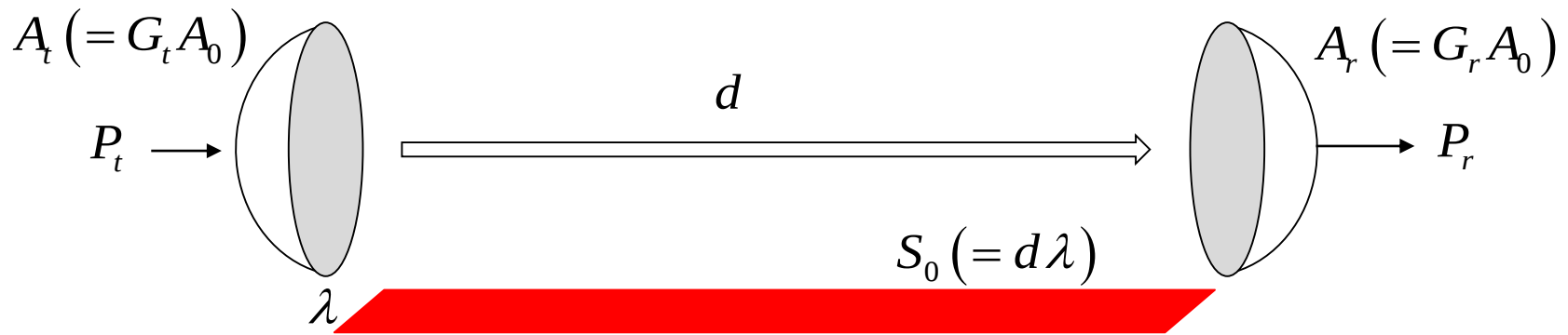
遠方界通信の距離条件 $d > 2D^2/\lambda$

アンテナ開口面積は(大雑把な目安値として)
 $d\lambda$ (すなわち S_0) より小さくしなければならない

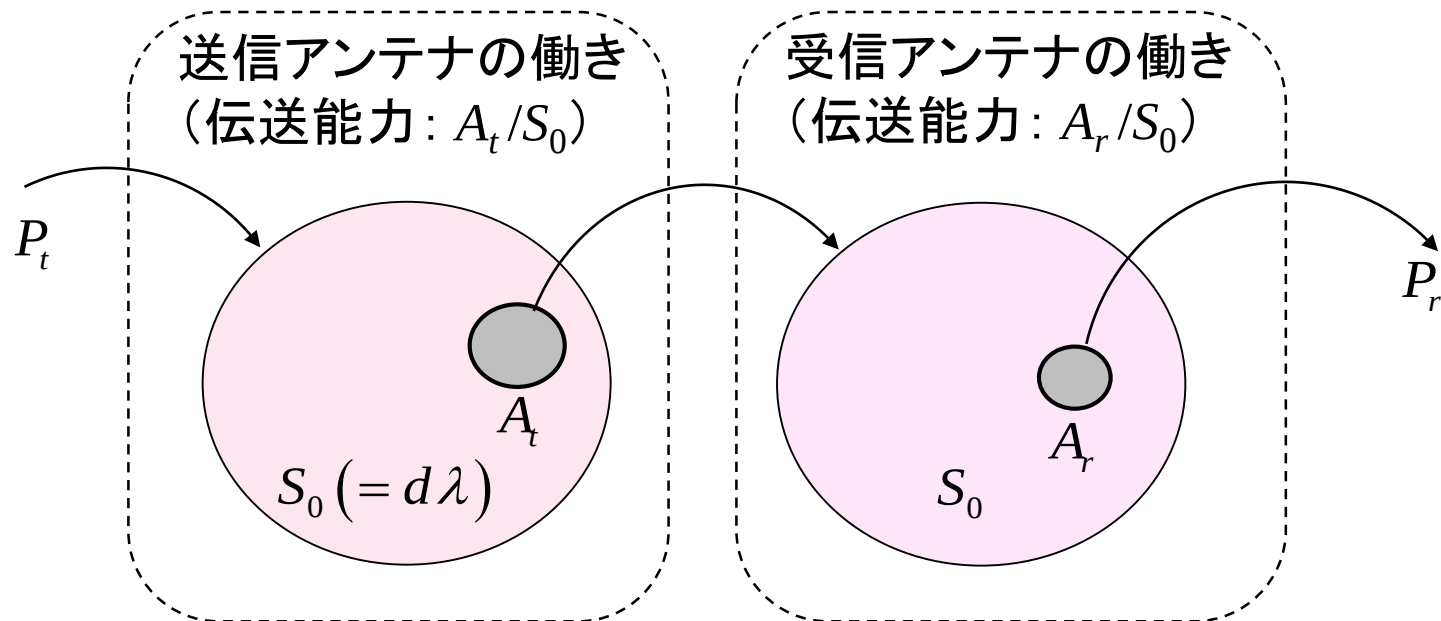


$A_t = A_r = S_0$ のとき、
伝送損失が0となり、
最強の無線伝送

伝送系ダイアグラムの物理的な意味は？



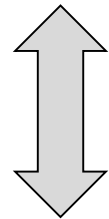
面積 S_0 は遠方界伝送のための最大アンテナ開口面積(目安値)



フリスの伝達公式から見える景色

$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_t G_r$$

アンテナの特性(利得)
が同じなら
高い周波数ほど電波
の減衰が大きい



同じ式
でも、見える景色が違う？

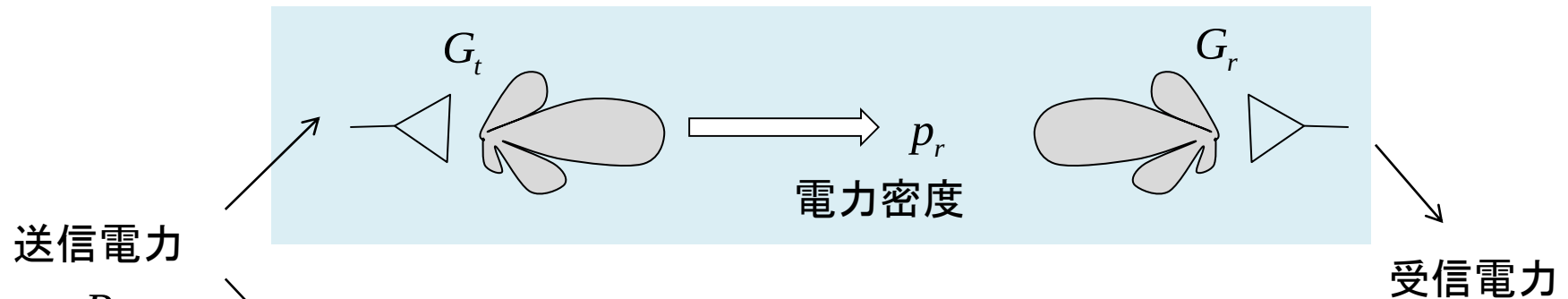
$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{A_r A_t}{(d\lambda)^2}$$

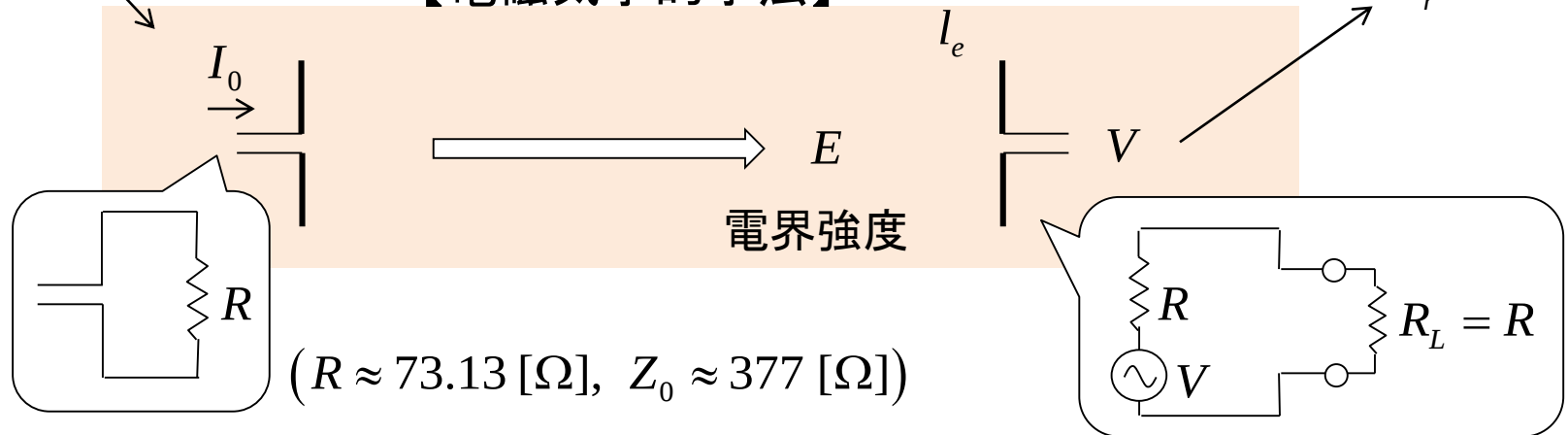
アンテナの特性(実効
面積)が同じなら
低い周波数ほど電波
の減衰が大きい

送受信：半波長ダイポールアンテナ対向リンクの場合

【フリスの伝達公式】



【電磁気学的手法】



フリスの伝達公式
$$\frac{P_r}{P_t} = 1.64 \times 1.64 \times \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \approx 0.017 \left(\frac{\lambda}{d} \right)^2$$

電磁気学的手法
$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{1}{16R^2} \left(\frac{\lambda Z_0}{\pi^2 d} \right)^2 \approx 0.017 \left(\frac{\lambda}{d} \right)^2$$

両方式を結ぶ鍵は

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

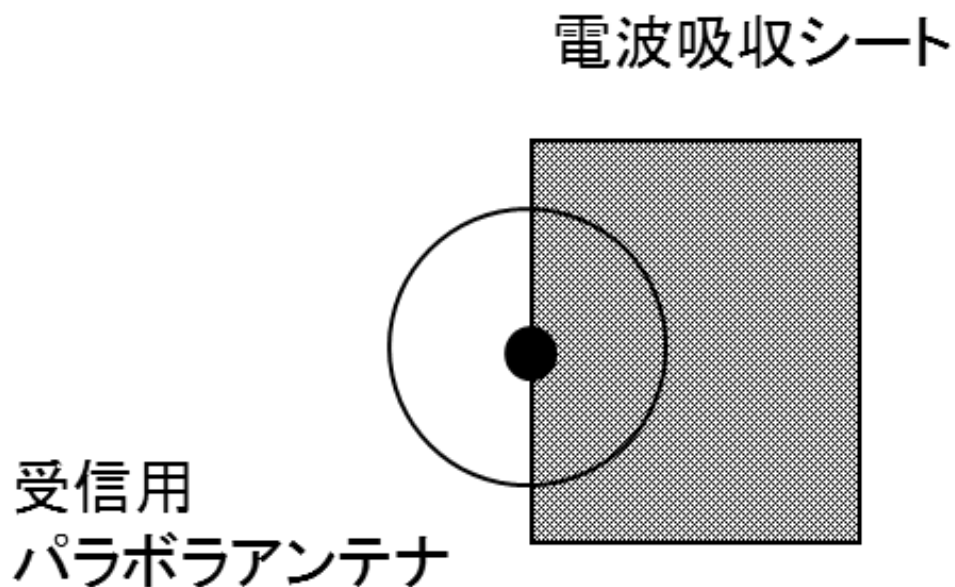
考えてみよう： 半分壊れたアンテナの性能劣化

性能劣化は？

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

i) アンテナ面積が半分に
→ 3dB の利得低下

ii) 受信電圧が半分に
→ 6dB の利得低下



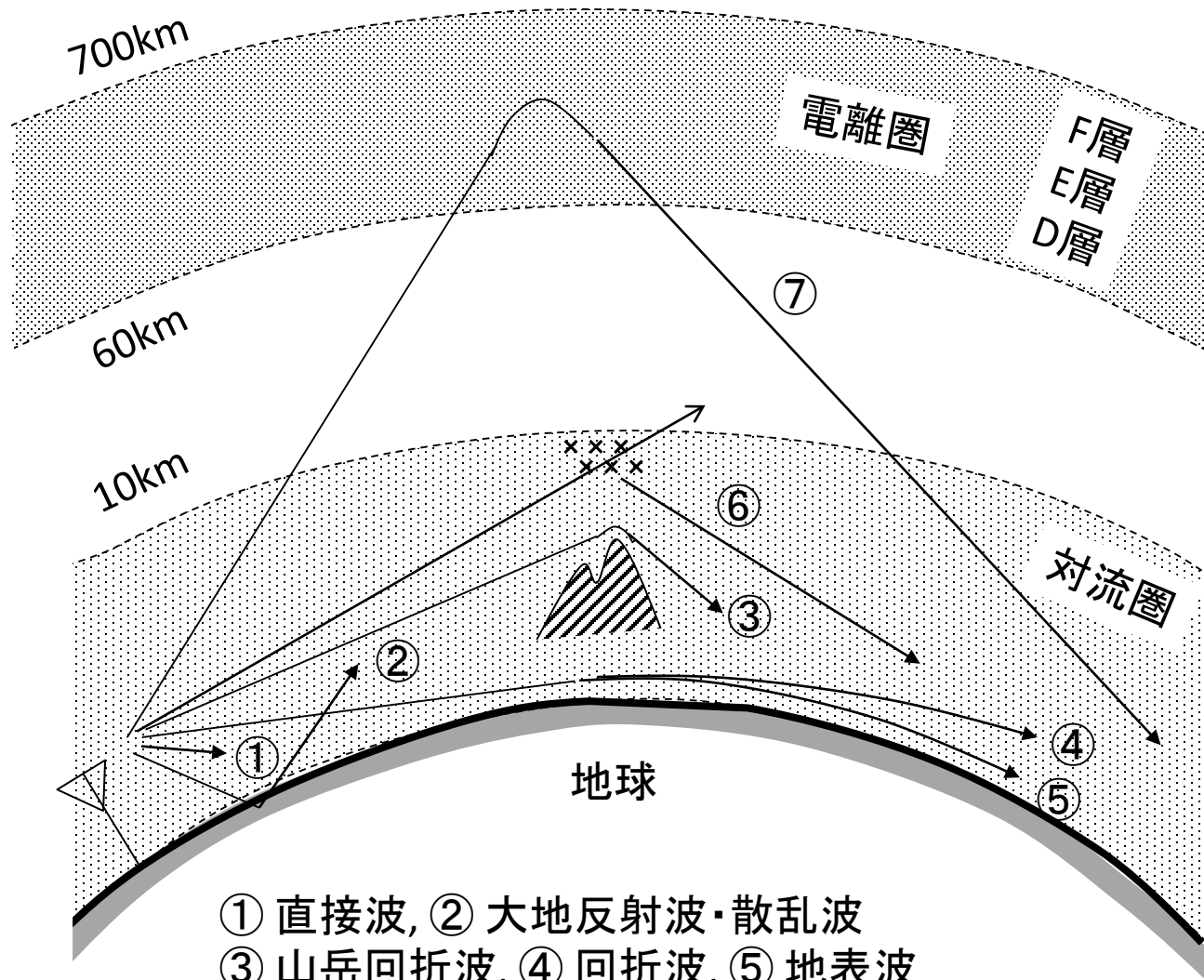
まとめ

- フリスの伝達公式は、無線回線設計の基本中の基本
- その基本の中にも「不思議」が有る
- 学生が考える力を身に着ける格好の教材
学生とのディスカッションの中から
逆に教える方が学ぶこともある

3. マルチパス伝搬の基礎

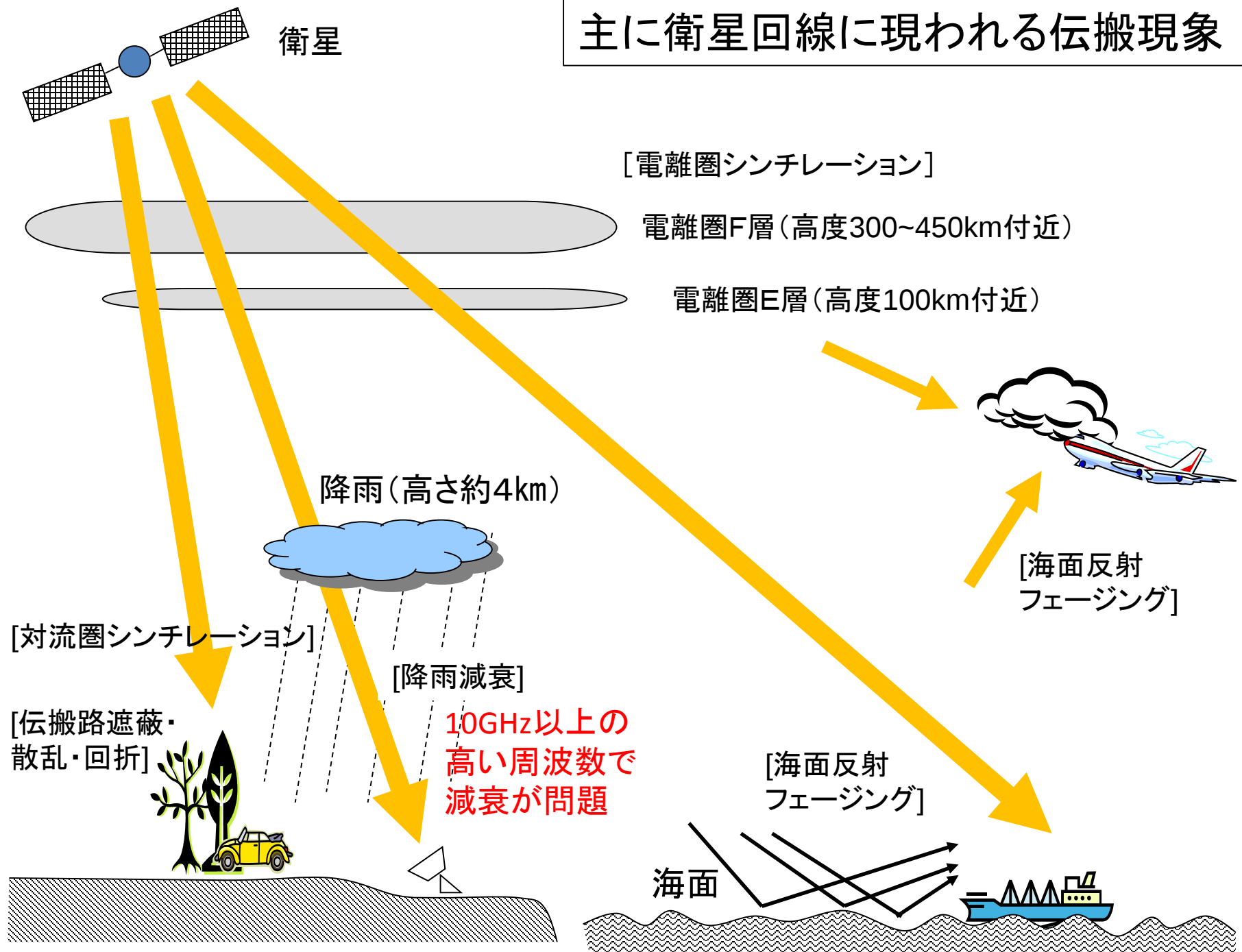
- ・無線通信と電波伝搬
- ・定常確率過程：加法性(正規分布型)と
乗法性(対数正規分布型)
- ・レイリーフェージング(レイリー分布)
- ・仲上・ライスフェージング(仲上・ライス分布)
- ・仲上 m フェージング(仲上 m 分布)
- ・レイトレーシングとその後処理

地上系無線回線に現われる伝搬現象



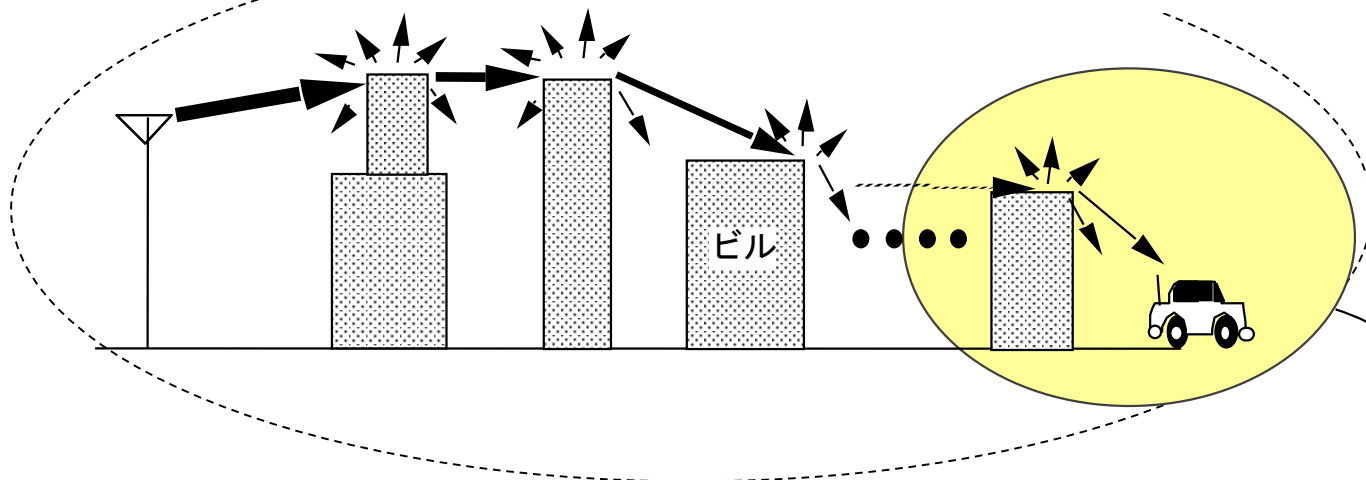
- ① 直接波, ② 大地反射波・散乱波
③ 山岳回折波, ④ 回折波, ⑤ 地表波
⑥ 対流圏散乱波, ⑦ 電離層(F, E, D層)反射波

主に衛星回線に現われる伝搬現象



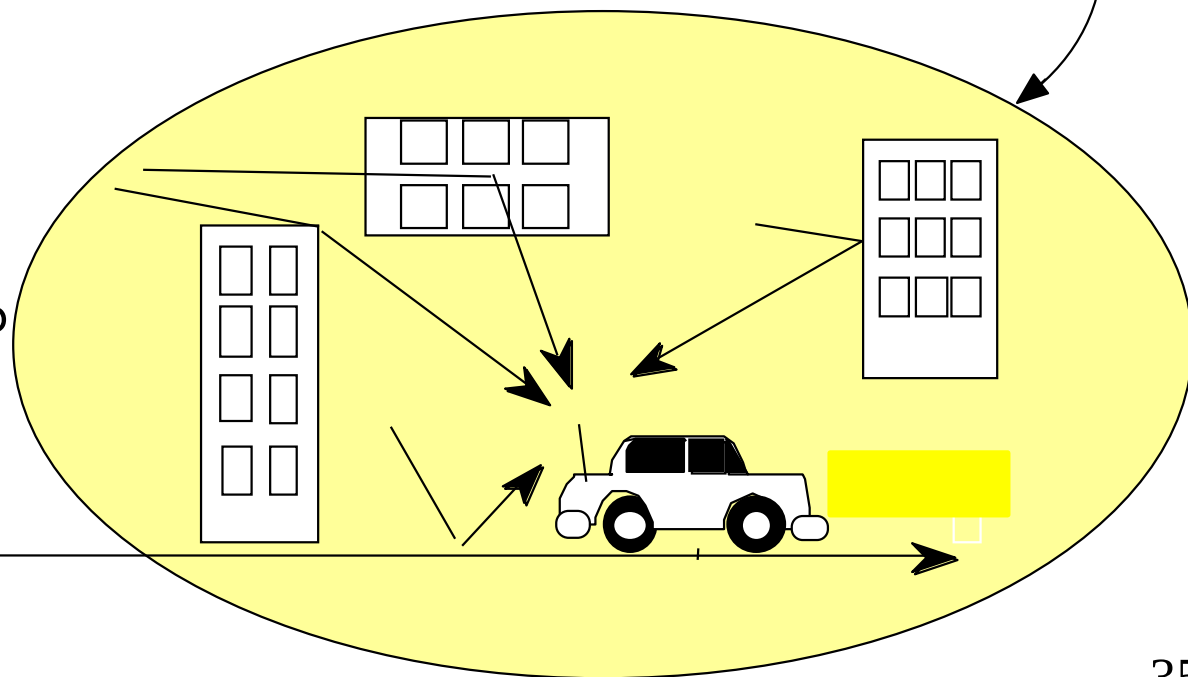
移動通信の電波伝搬

電波が弱くなる



マルチパスにより
様々な信号劣化が起きる

- ・電波の強度低下
- ・速い変動
- ・伝送波形の歪み



確率と確率分布(確率密度関数と累積分布関数)

確率 ある事象の起こりやすさ(あるいは、確からしさ)の指標: 値は $0 \sim 1$

分かりやすい例: 事象が限られた数

- ・コインの裏表($1/2$)、さいころの目($1/6$)

分かりにくい例: 事象が無限にある(=連続量)

- ・100mを10秒で走る確率 (答えられない)
- ・100mを10秒以下で走る確率 (条件が与えられれば答えられる)

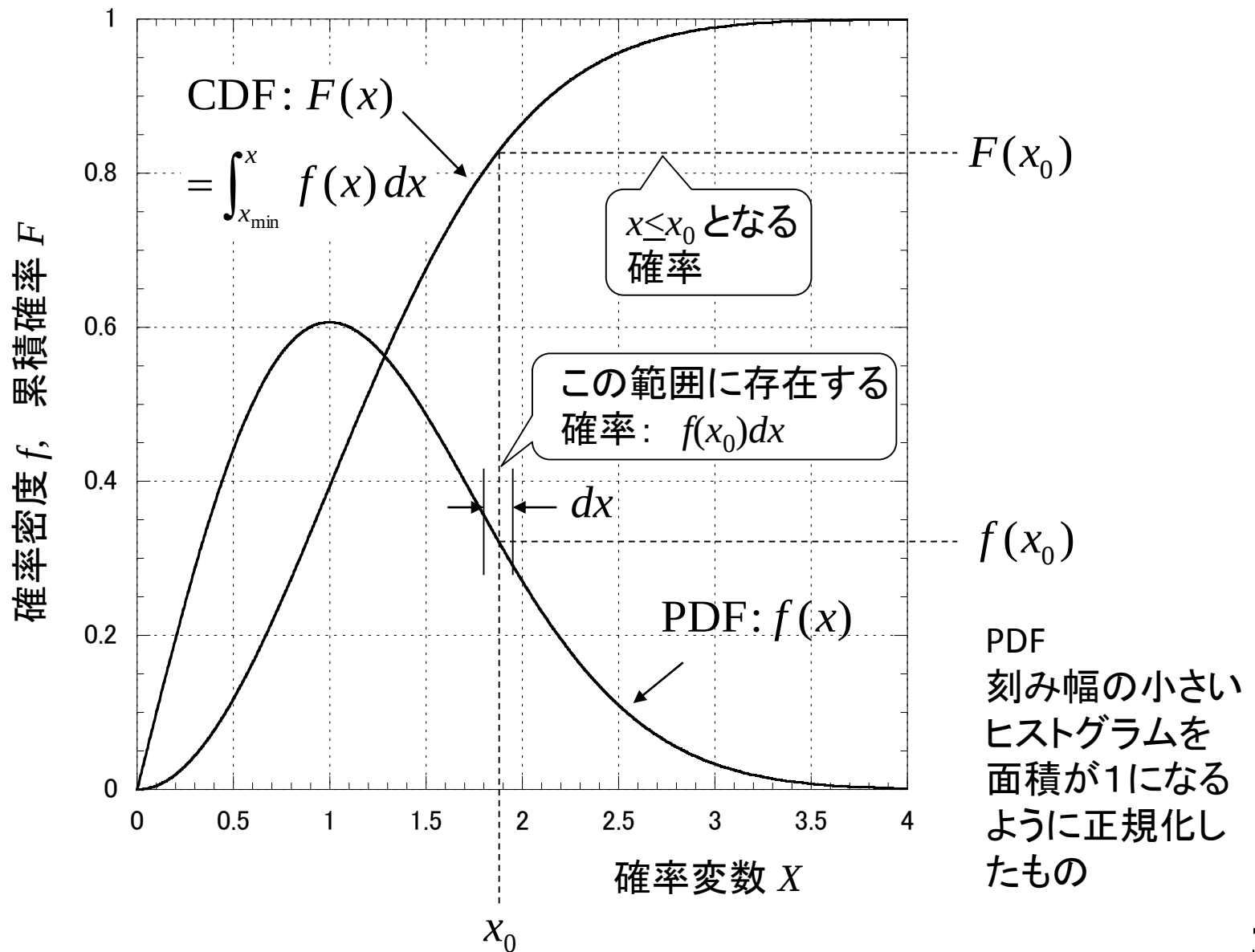
確率密度関数 (PDF) $f(x)$

確率変数 X が、微小区間 $x - \frac{\Delta x}{2} \leq X \leq x + \frac{\Delta x}{2}$ にある確率が $f(x)\Delta x$

累積分布関数 (CDF) $F(x)$

確率変数 X が $X \leq x$ である確率 $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$

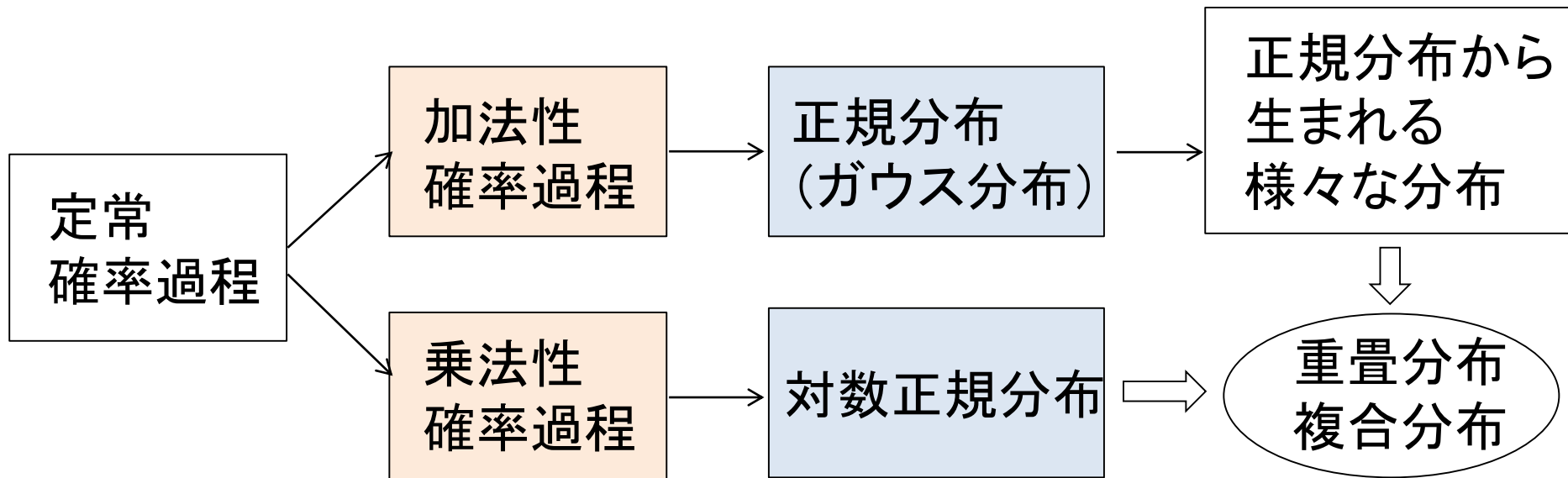
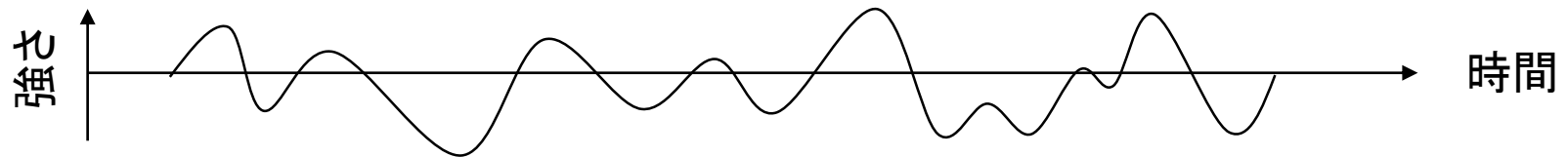
確率密度関数(PDF)と累積分布関数(CDF)



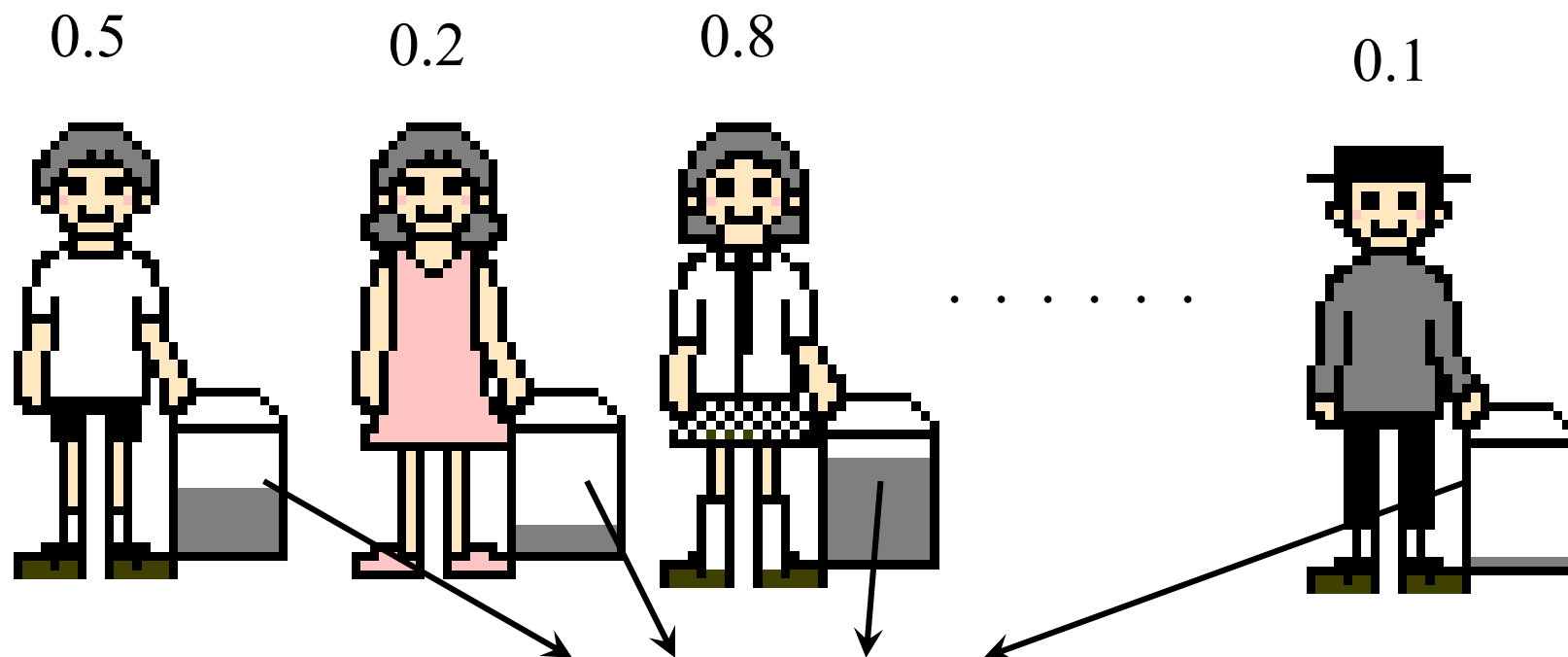
移動伝搬と確率過程

電波伝搬： 電波と自然現象との関わりを扱う分野

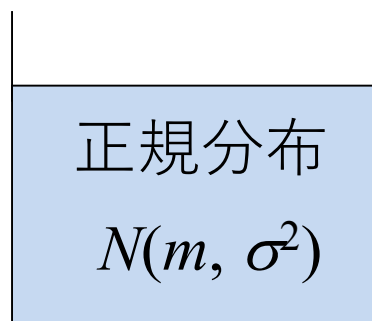
不規則媒質中の電波伝搬 → 確率過程



正規分布(ガウス分布、Normal distribution, Gaussian distribution) : 加法性確率過程 (Additive Stochastic Process)



中心極限定理
Central limit theorem



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

中心極限定理 (Central Limit Theorem)

$$\hat{X} = (X_1 + X_2 + \cdots + X_N) / N$$



X_i : 同一かつ独立な分布 (i.i.d.)

(もう少し条件を緩めることも可能)

N が十分大きいとき、正規分布になる

個々の作用が足し算される現象の物理量は正規分布に
漸近する $\Rightarrow$ **正規分布は確率分布の基本中の基本分布**

この証明は、どの確率の教科書にも書かれていて、さほど難しくない。
しかし、その証明を理解するためには、確率分布の和の分布を求める
特性関数(あるいは積率母関数)の知識が必要

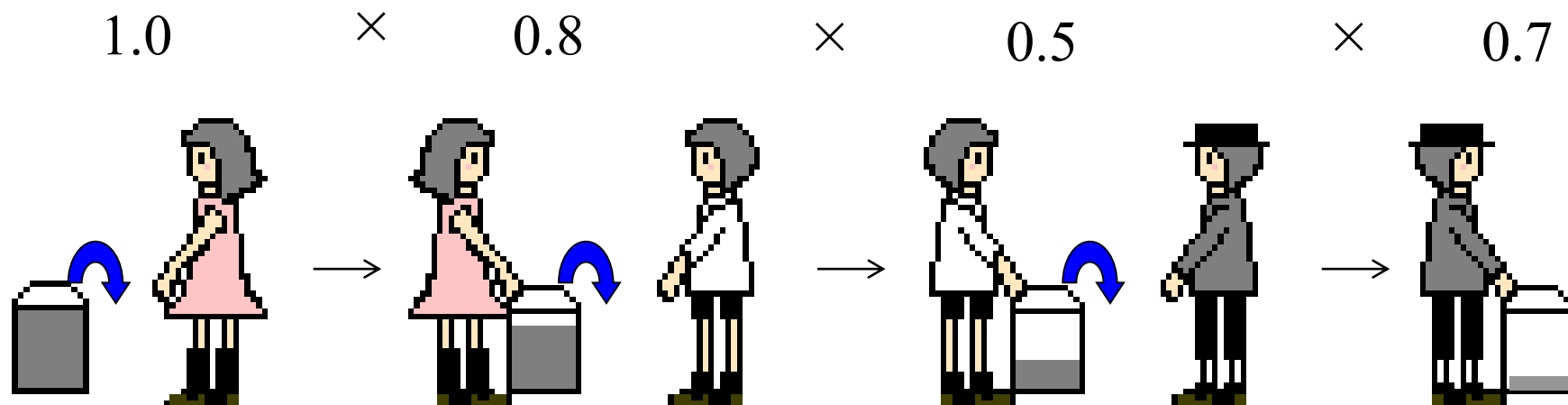
対数正規分布 (log-normal distribution)

乗法性確率過程 (Multiplicative Stochastic Process)

$$X = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_N$$

$$\log x = \log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \cdots + \log x_N$$

正規分布



対数正規分布

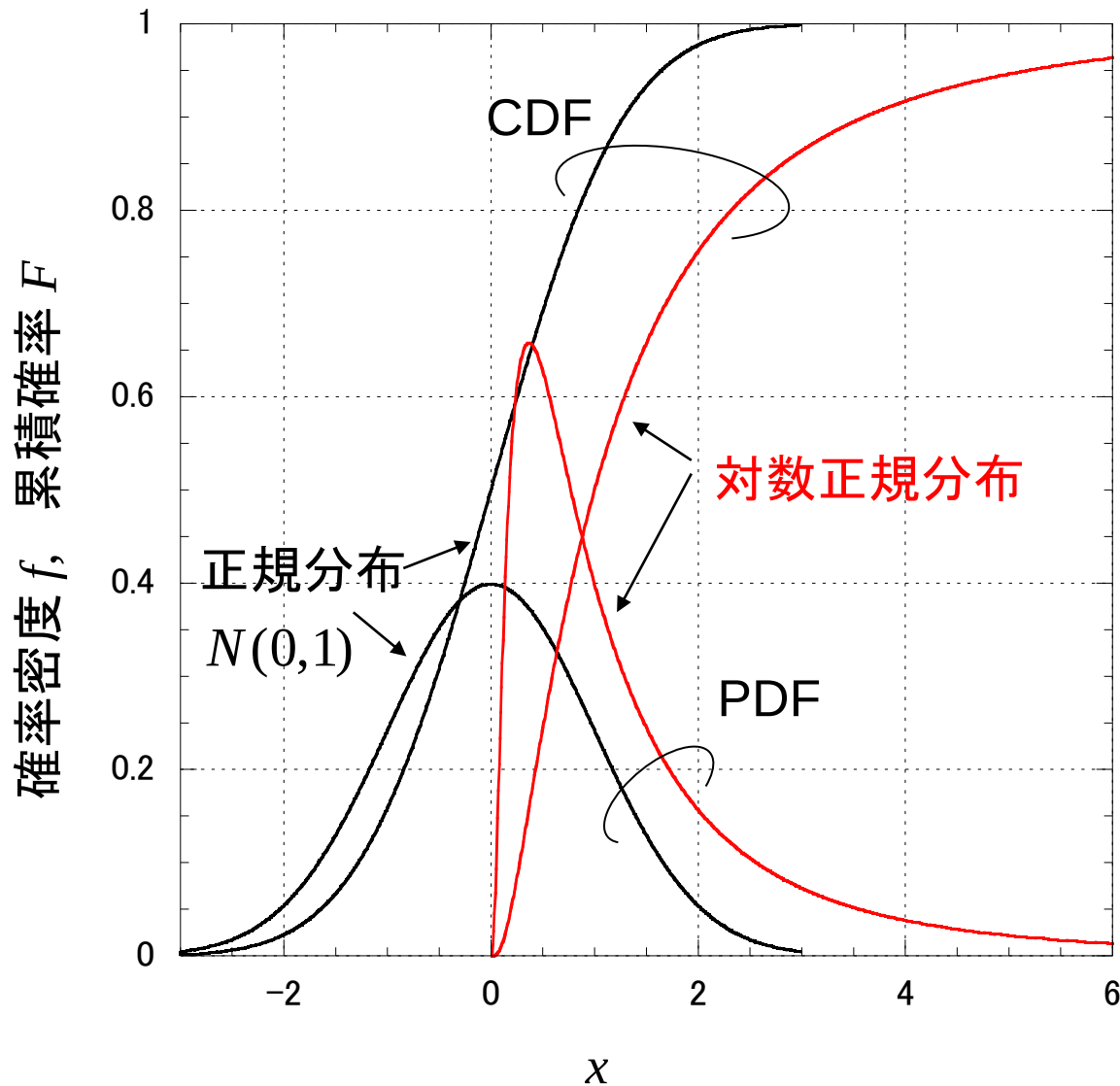
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp \left\{ -\frac{(\log x - m)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

対数で表された量 (例えばdB値)
が正規分布するときの

真数値 x の分布 (誤差を倍半分で見える世界)

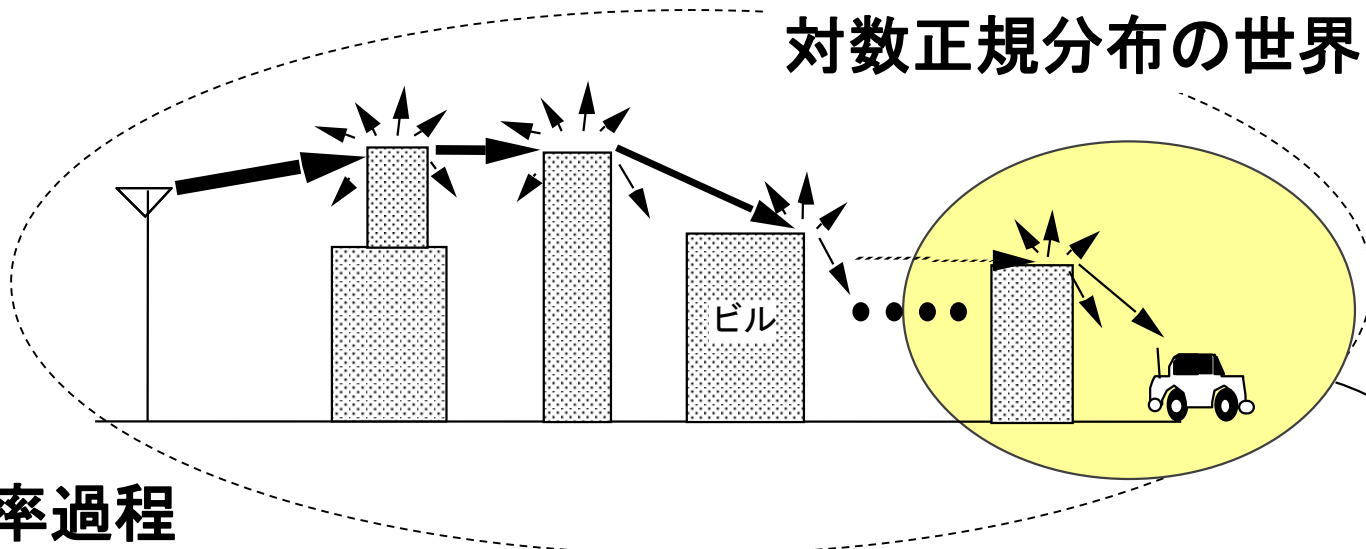
(m, σ は $\log x$ の平均値と標準偏差) 41

正規分布と対数正規分布の 確率密度関数(PDF)と累積分布関数(CDF)



移動伝搬の確率過程

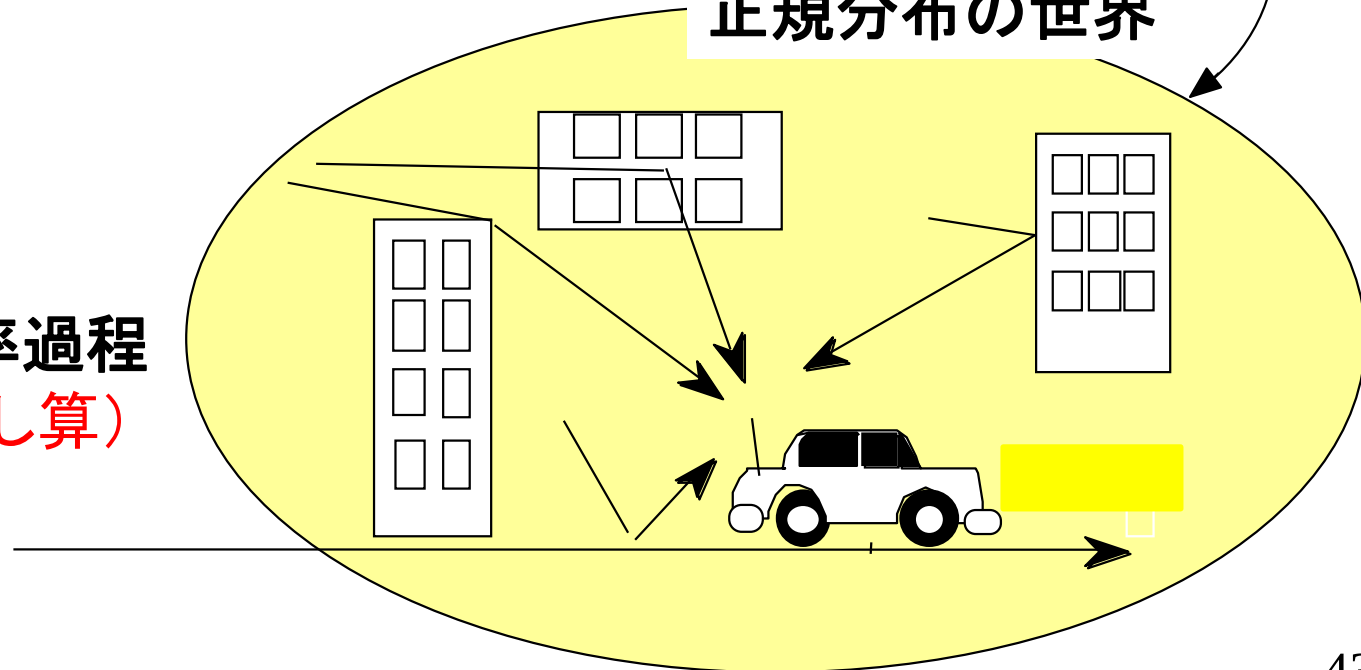
対数正規分布の世界



乗法性確率過程
(現象が掛け算)

正規分布の世界

加法性確率過程
(現象が足し算)



移動伝搬モデルに現れる基本確率分布

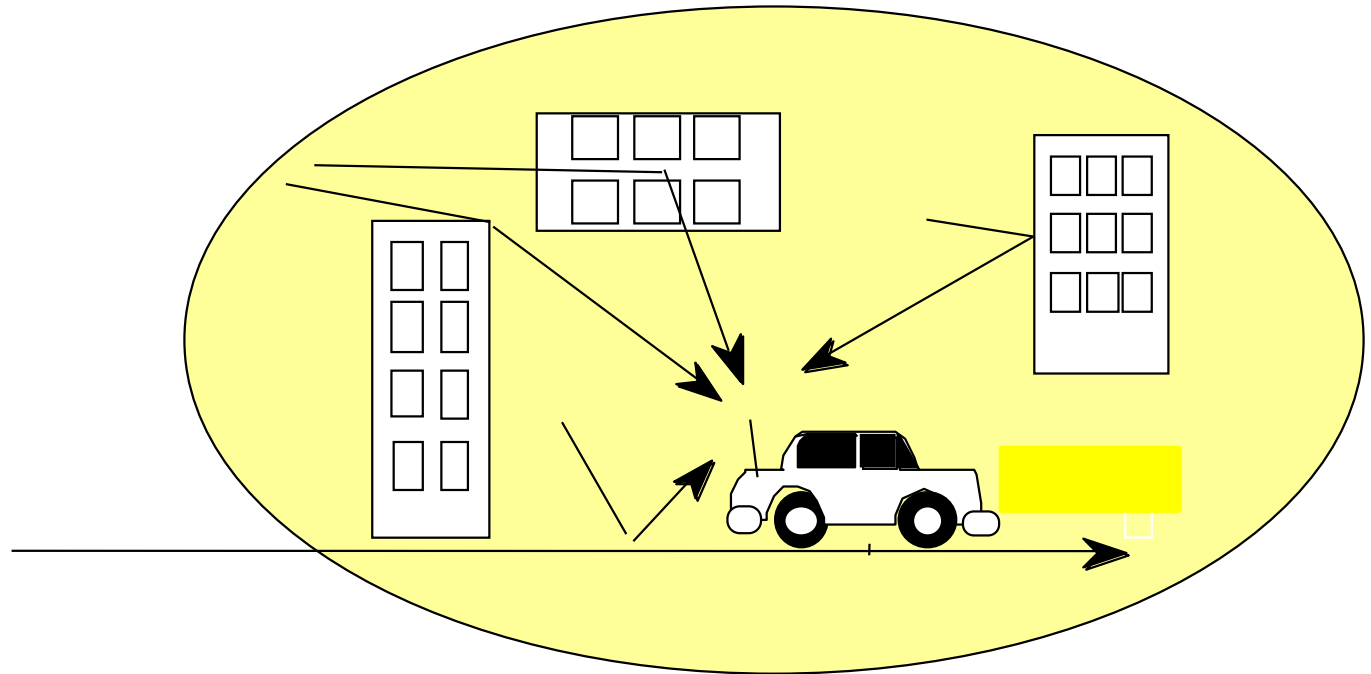
通信モデルと確率分布

物理量	代表的確率分布
雑音 信号強度	正規分布 レイリー分布、(NLOS) 仲上・ライス分布、(LOS) Loo分布、(SLOS) 仲上m分布
待ち時間	指数分布
発生回数	ポアソン分布
ダイバーシティ	ガンマ分布(カイ二乗分布)
MIMO	ウィシャート分布
遮へい減衰	対数正規分布
・	・
・	・

(各種確率分布の文献情報:最後のスライドに)

マルチパスフェージングの振幅変動を表す確率分布

加法性確率過程



- ① レイリー分布
- ② 仲上・ライス分布
- ③ 仲上 m 分布

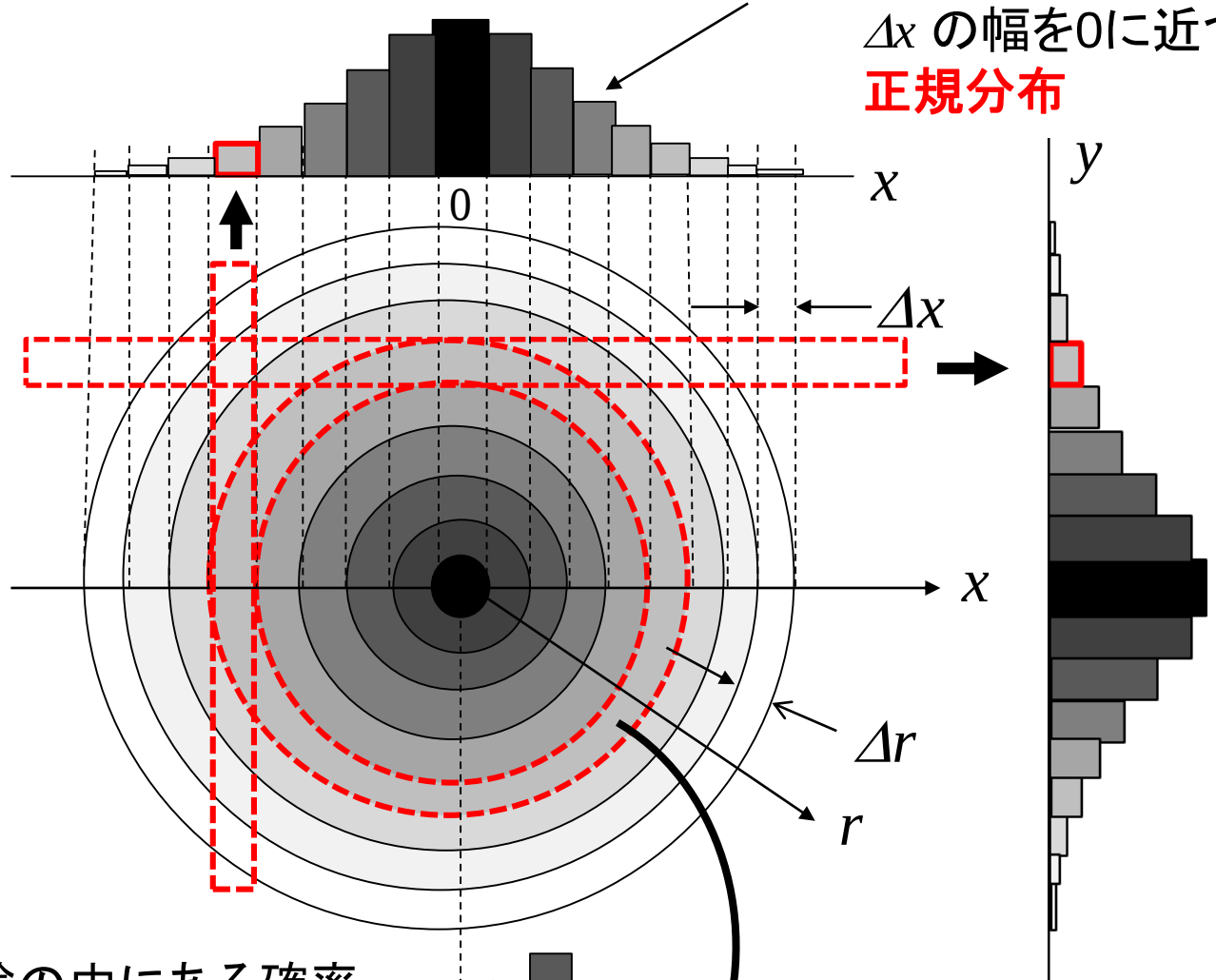
① レイリー分布

見通し外のフェージング環境(レイリーフェージング環境)を表す

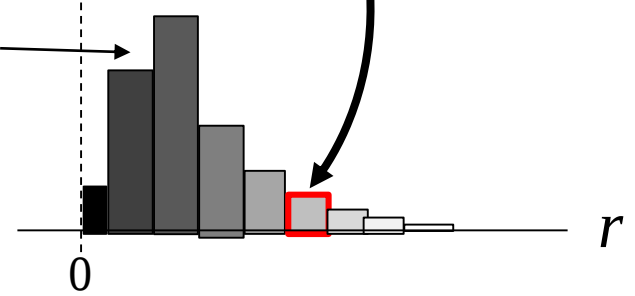
移動通信の基本分布

レイリー分布の意味

Δx の幅の矩形の中にある確率
 Δx の幅を0に近づけると
正規分布



Δr の幅の輪の中にある確率
 Δr の幅を0に近づけると
レイリー分布



(Lord Rayleigh, 1880)

電波環境では： 同レベルの多数の波が合成された信号の包絡線レベルの分布
(見通し外(NLOS)伝搬環境)

$$\begin{aligned}
 a &= r_1 e^{j\phi_1} + r_2 e^{j\phi_2} + \cdots + r_N e^{j\phi_N} \\
 &= \underbrace{r_1 \cos \phi_1 + r_2 \cos \phi_2 + \cdots + r_N \cos \phi_N}_{x = r \cos \phi \rightarrow N(0, \sigma^2)} + j \underbrace{(r_1 \sin \phi_1 + r_2 \sin \phi_2 + \cdots + r_N \sin \phi_N)}_{y = r \sin \phi \rightarrow N(0, \sigma^2)}
 \end{aligned}$$

$$r = |x + jy| \left(= \sqrt{x^2 + y^2} \right)$$

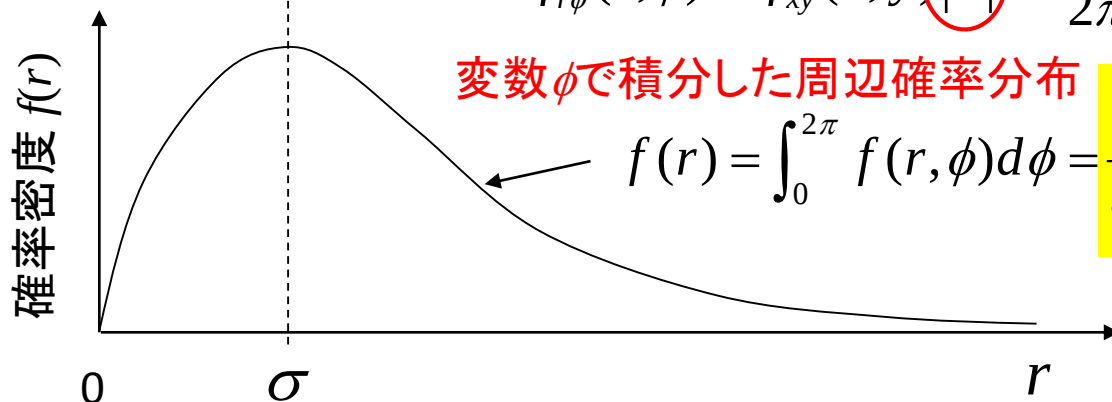
$$f_{xy}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

ヤコビアン
の絶対値

レイリー分布

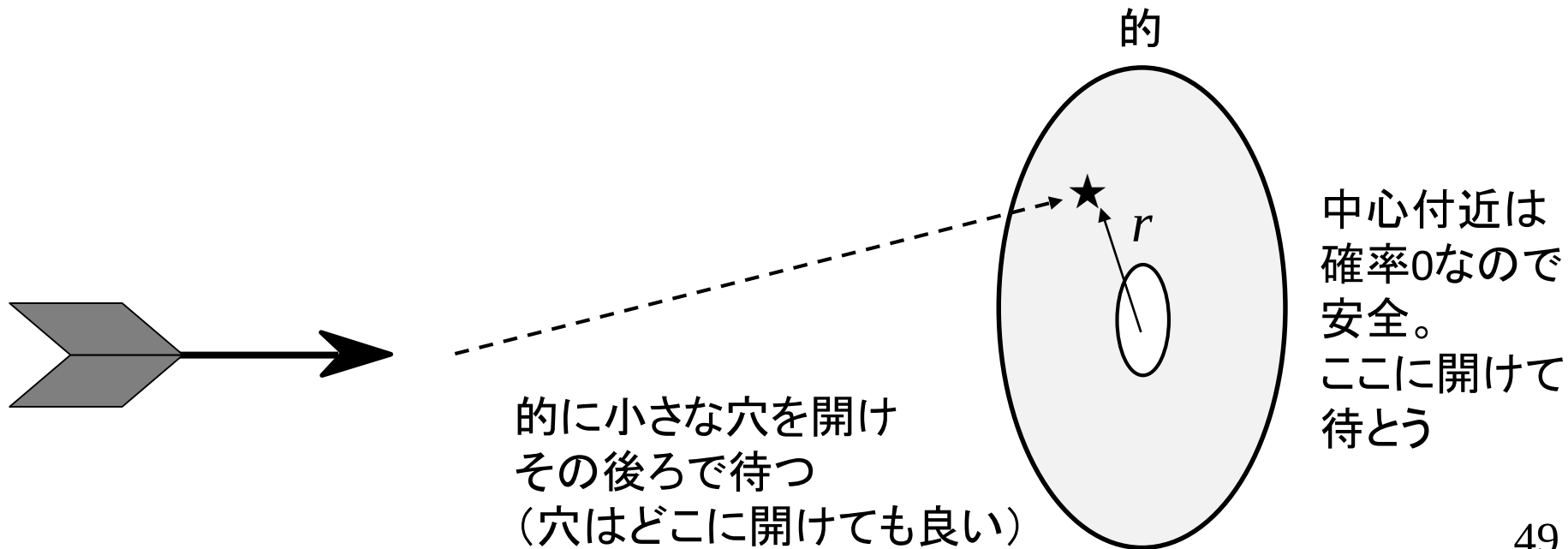
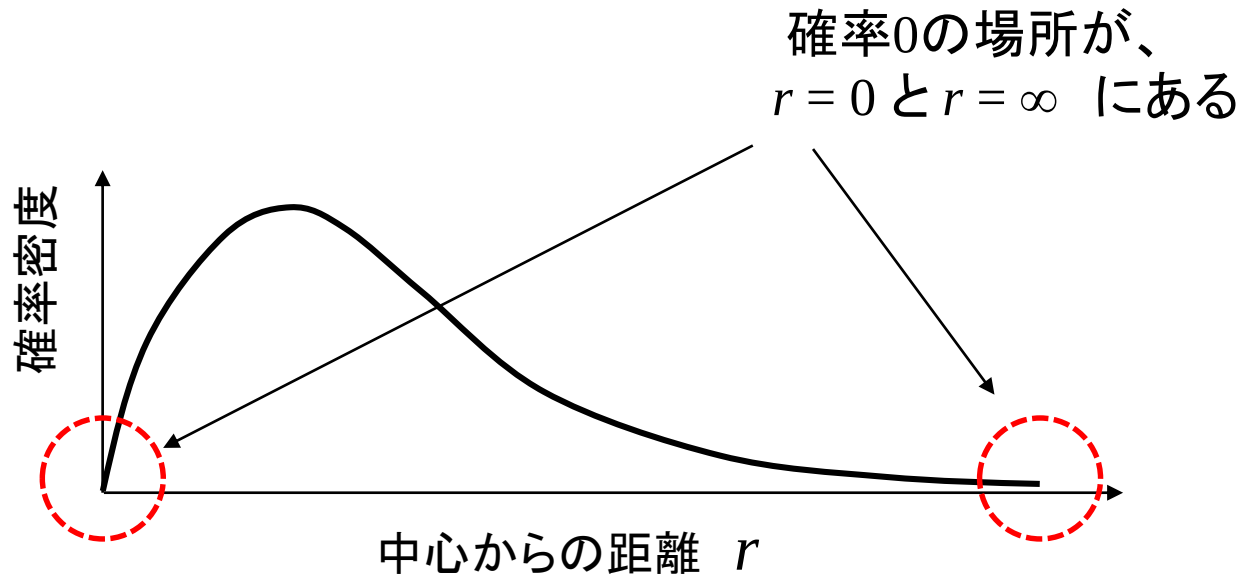
$$f_{r\phi}(r, \phi) = f_{xy}(x, y) |J| = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$$

変数 ϕ で積分した周辺確率分布



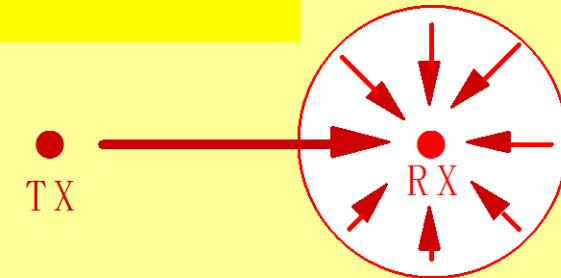
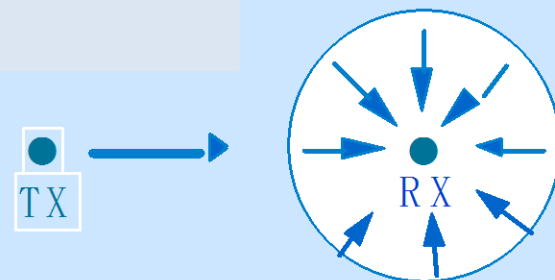
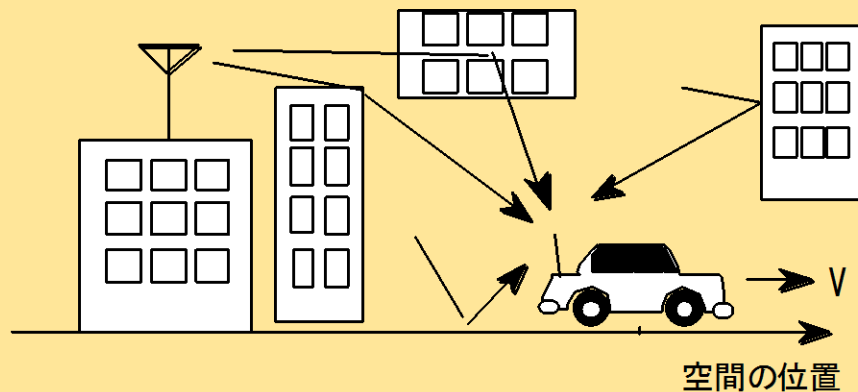
$$f(r) = \int_0^{2\pi} f(r, \phi) d\phi = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$$

レイリー分布についての勘違い



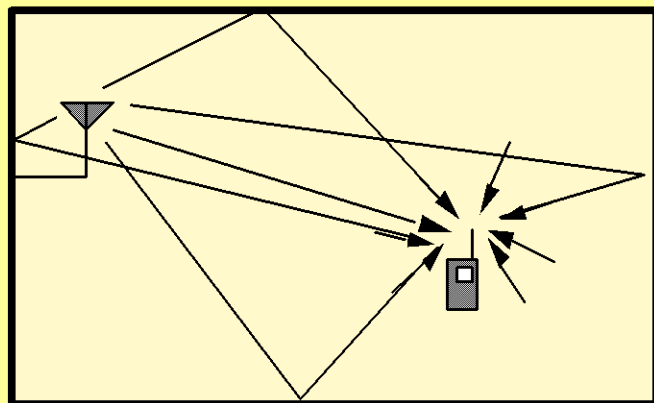
レイリーフェージング環境と仲上・ライスフェージング環境

レイリーフェージング環境

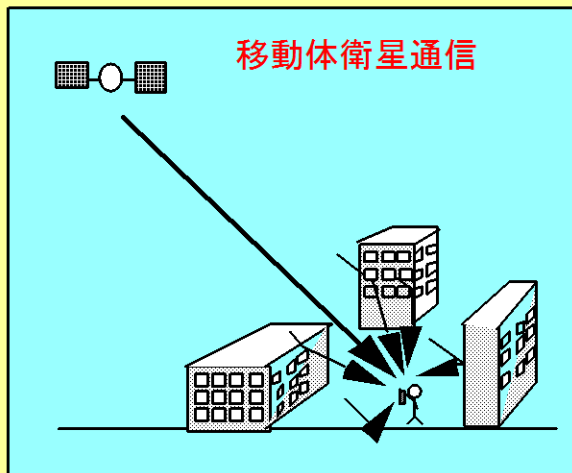


仲上・ライスフェージング環境

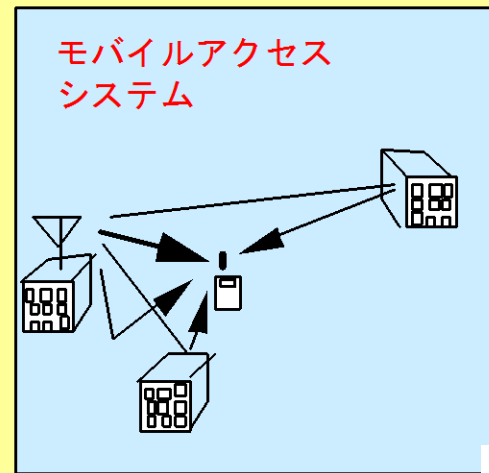
屋内通信



移動体衛星通信



モバイルアクセスシステム



② 仲上・ライス分布

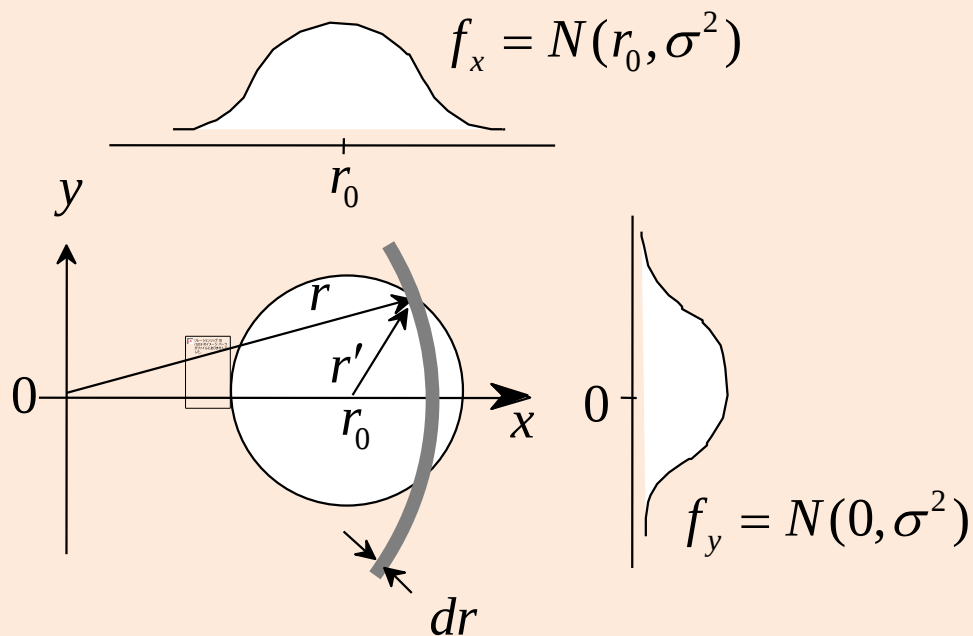
仲上稔 と S. O. Rice が独立に編み出した確率分布

見通し内フェーディング環境を表すモデルに使われる

② 仲上・ライス分布

(定常成分と不規則成分の合成信号振幅の確率分布)
(仲上: 1940、Rice: 1945)

変数 x が $N(r_0, \sigma^2)$, y が $N(0, \sigma^2)$ であるときの $x+jy$ の振幅 r の分布



$$r = |x + jy| \left(= \sqrt{x^2 + y^2} \right)$$

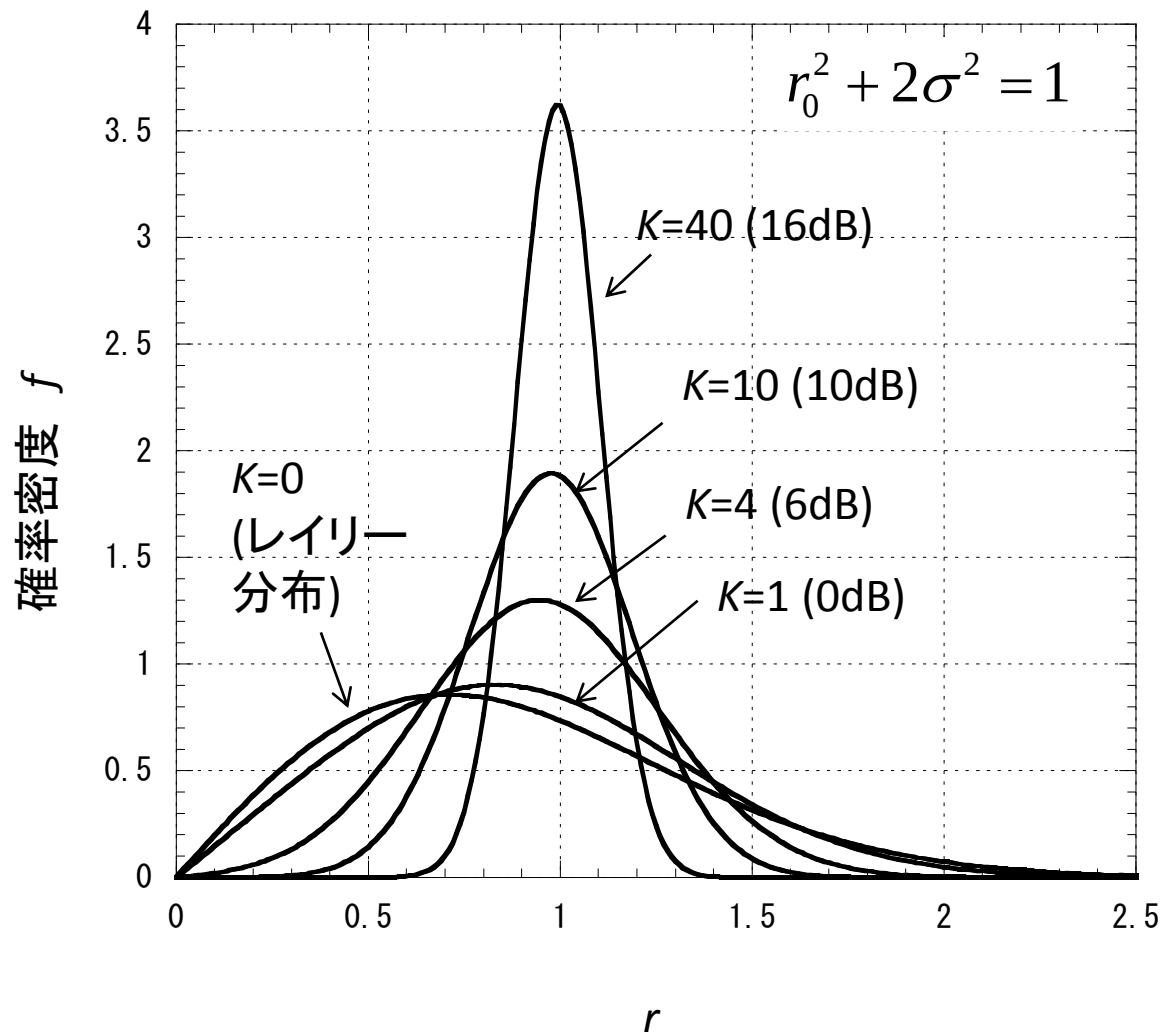
$$\begin{aligned} f_{r\phi}(r, \phi) &= f_x(x) f_y(y) |J| \\ &= \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 - 2r_0r \cos \phi + r^2}{2\sigma^2}\right) \\ &= \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 + r^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(\frac{r_0r \cos \phi}{\sigma^2}\right) \end{aligned}$$

r : 仲上・ライス分布
 r' : レイリー分布
($r_0=0$ で両者は一致)

$$\begin{aligned} f_r(r) &= \int_0^{2\pi} f_{r\phi}(r, \phi) d\phi \\ &= \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 + r^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{r_0r}{\sigma^2}\right) \end{aligned}$$

(変形ベッセル関数 I_0 の積分表示公式より) 52

仲上・ライス分布の計算例



ライスファクタ: K
(定常成分と
不規則成分の電力比)

$$K \equiv \frac{r_0^2}{2\sigma^2}$$

見通し内(LOS)伝搬環境
を表す

仲上稔氏が研究開発に従事したころの時代背景

1930年代後半～1940年代

（昭和の激動期：太平洋戦争を挟んだその前後）

無線通信（国際通信）は短波通信の時代

（HF: 3～30MHz, 電離層伝搬）

所属： [国際電気通信株式会社](#)（当時の国策会社）

勤務地： 福岡受信所（現埼玉県ふじみ野市にあった短波の受信所）

伝搬データ： 記録紙やブラウン管の時代、データ処理も手作業
（現代は、デジタル機器による自動収録・自動処理の時代）

この詳細は、唐沢研究室ホームページより公開している技術レポート
TR-YK-076「[仲上三分布への歴史探訪](#)」にまとめている。

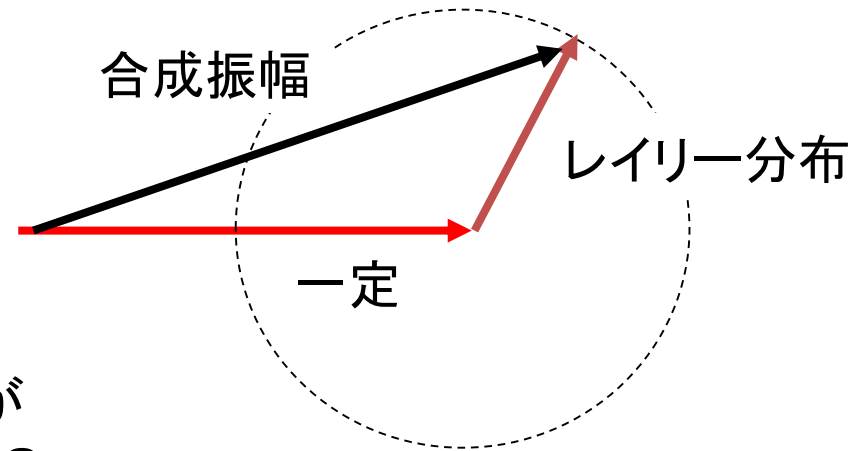
仲上・ライス分布の名前の由来

仲上稔(国際電気通信株式会社)
短波のフェージングの研究

目的; 多数の弱い電波の中に強い電波が
一つ加わるときの振幅の確率分布は?
解析手段: ハンケル変換形特性関数

S. O. Rice(米国 ベル研究所)
雑音理論の研究

目的: 一定振幅の信号に雑音を加わった
ときの信号強度の確率分布は?
解析手段: 非中心2次元正規分布の振幅
確率(スライドに示した方法)



⇒ 電気通信学会誌(1940)



$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 + r^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{r_0 r}{\sigma^2}\right)$$

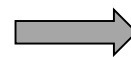


⇒ ベル研の技術論文誌
BSTJ(1944/1945)

この分布は、洋の東西の同時代の研究者が、違う目的・違う方法で編み出された。

Rice distribution / Rician distribution

ライス分布



Nakagami-Rice distribution

(我が国先人の努力) 仲上・ライス分布

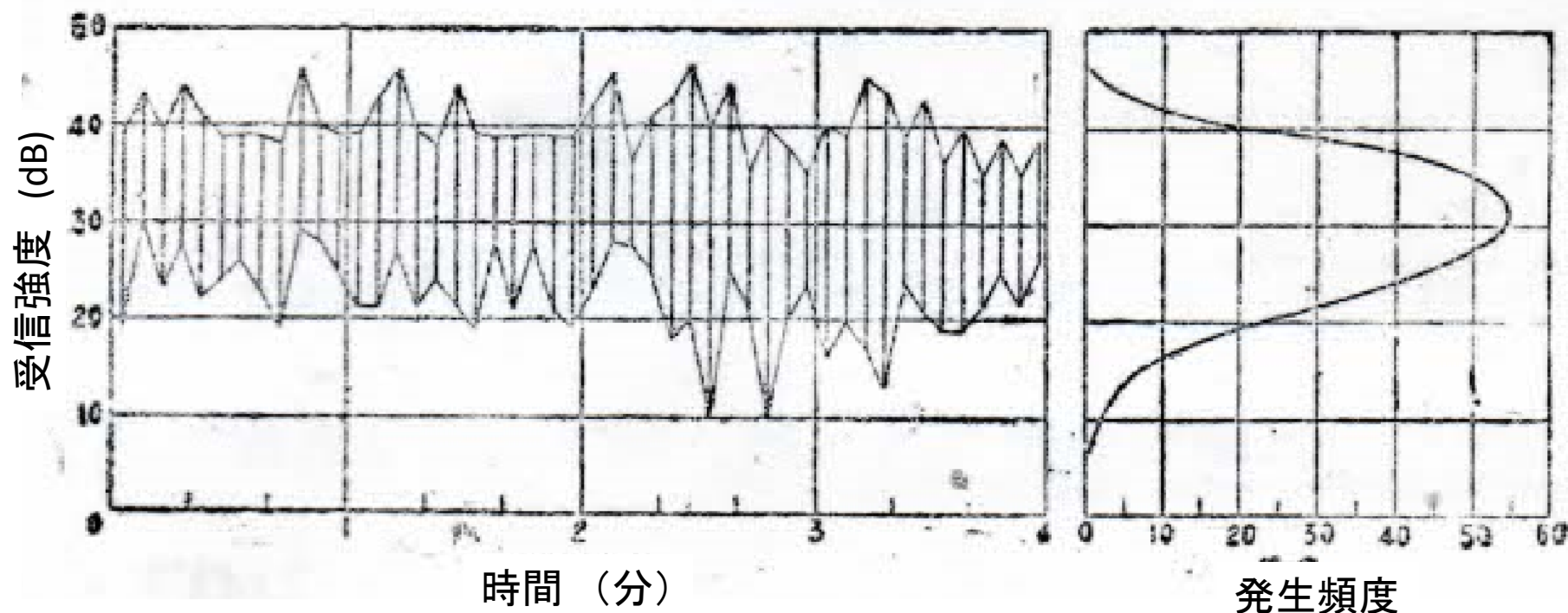
③ 仲上m分布(または、m分布、仲上分布)

移動通信のフェージング環境を表すのによく用いられる分布
世界の中で Nakagami distribution と言えば、この分布

謎に包まれた分布

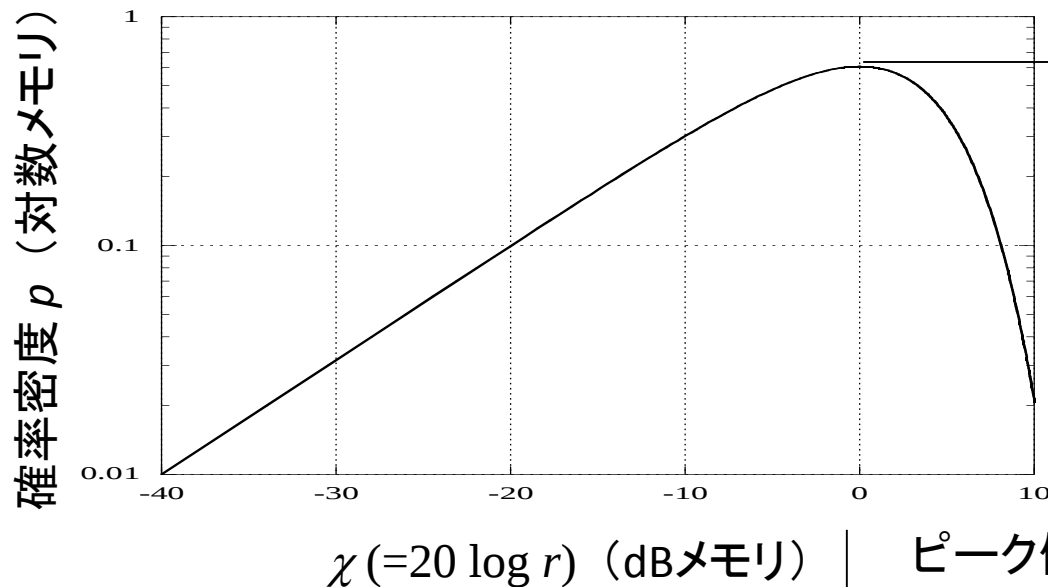
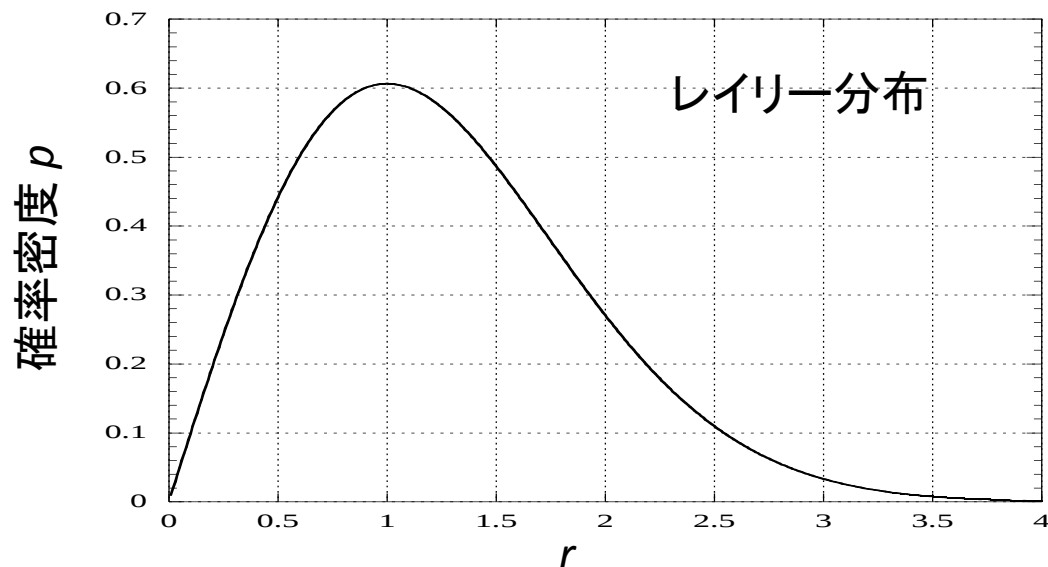
観測から生まれた経験式 → 基本的な理論分布の一つ

短波フェージングデータと頻度分布特性(下記文献の図2. 3より)



今のように自動記録したデータをパソコンが解析してくれる時代と違って、仲上が働いていた時代（1930～1940年代）には、測定データもブラウン管を見て写真を撮ったり自記記録計の紙データであったりで、解析もすべて手作業である。短波のフェージングの周期は数秒程度以下であるので、観測単位時間を3～5秒とし、その間における電界強度の変動の範囲（最大値と最小値）をもってその間の電界強度の変動を代表させ、これの数分間の連続記録（左）から頻度分布（右）を得ていたようである。

相対頻度グラフ(レイリー分布の確率密度関数を直線で表す特殊方眼紙)

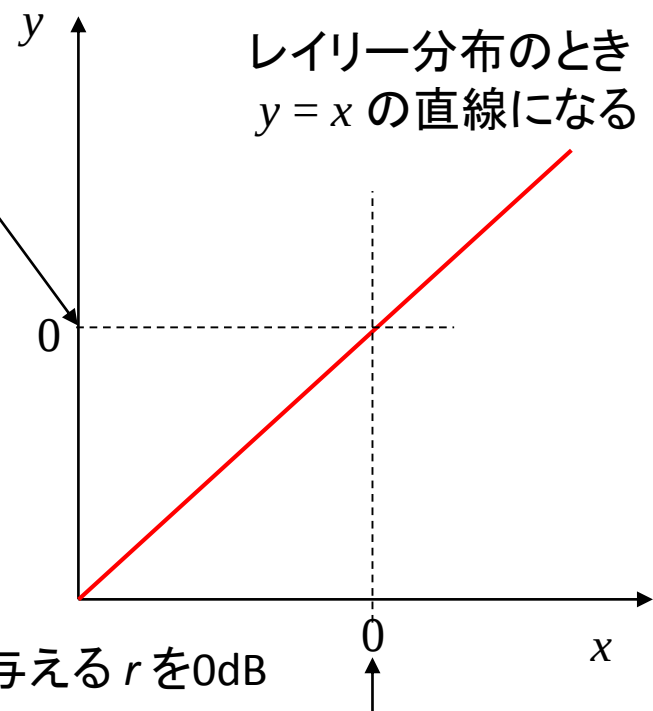


$$x = 1 + \frac{2}{M} - \exp(2\chi / M)$$

$$(M = 20 \log_{10} e)$$

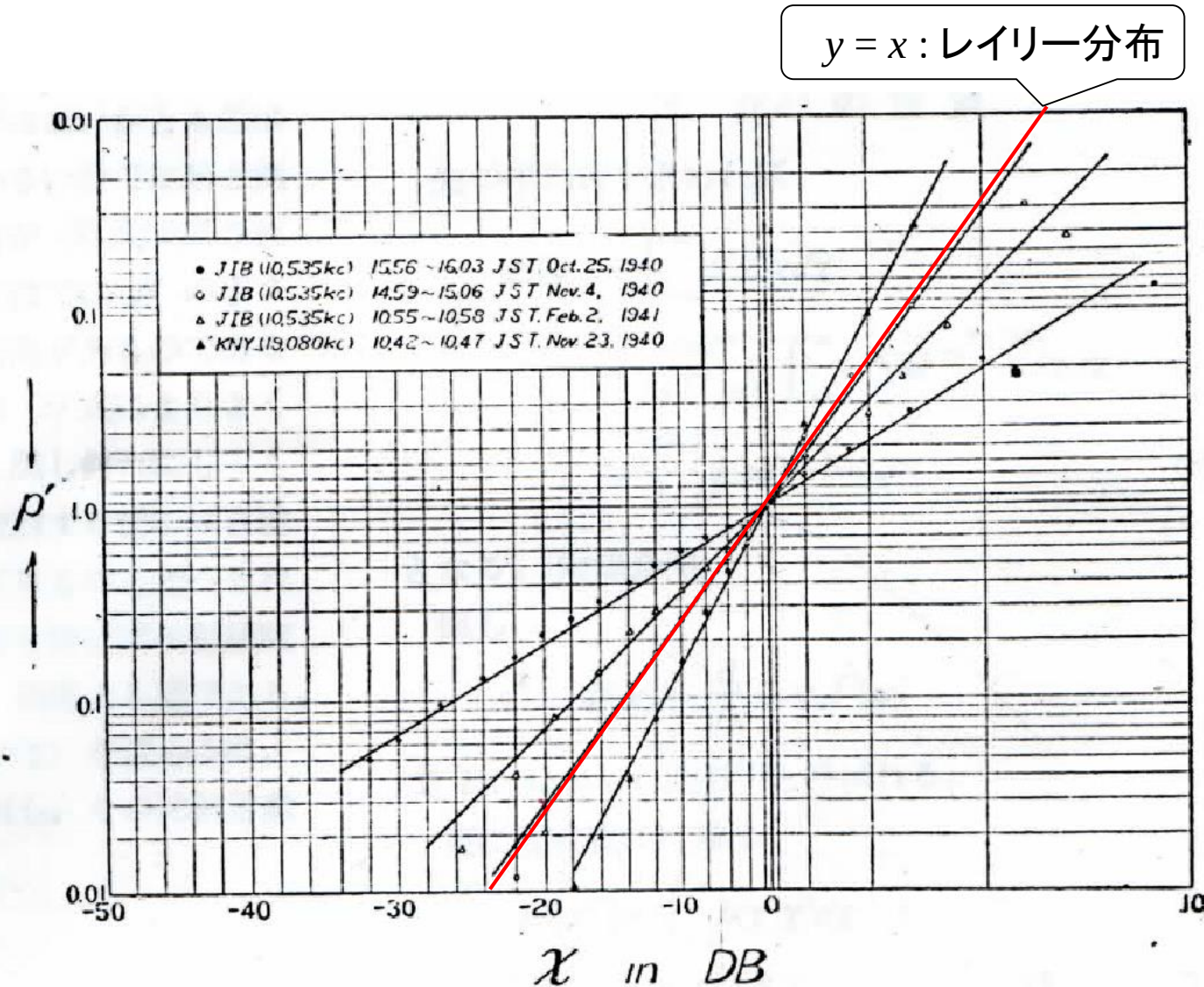
($\chi < 0$ のとき。 $\chi \geq 0$ では $-x$ に)

$$y = \begin{cases} \log_e p' & (\text{for } \chi \leq 0) \\ -\log_e p' & (\text{for } \chi > 0) \end{cases}$$



ピーク値を与える r を 0dB

短波フェージングの相対頻度特性（下記文献の図1より）



測定データから
どれも、直線に近い



$$y = mx$$

の性質を発見
(パラメータ: m)

仲上分布、m分布と呼ばれる場合もある。短波のフェージングデータから見出された分布であるが、移動通信のモデルにも役立つ非常に汎用的な分布

相対頻度グラフから $y = mx$ を発見

↓ 分布の式の導出は最後のスライドに示す資料中に

$$f(r) = \frac{2m^m}{\Omega^m \Gamma(m)} r^{2m-1} \exp\left(-\frac{m}{\Omega} r^2\right) \quad m \geq 0.5, \quad \Omega = \langle r^2 \rangle$$

↓ 式の形(見かけの複雑さに騙されないように)

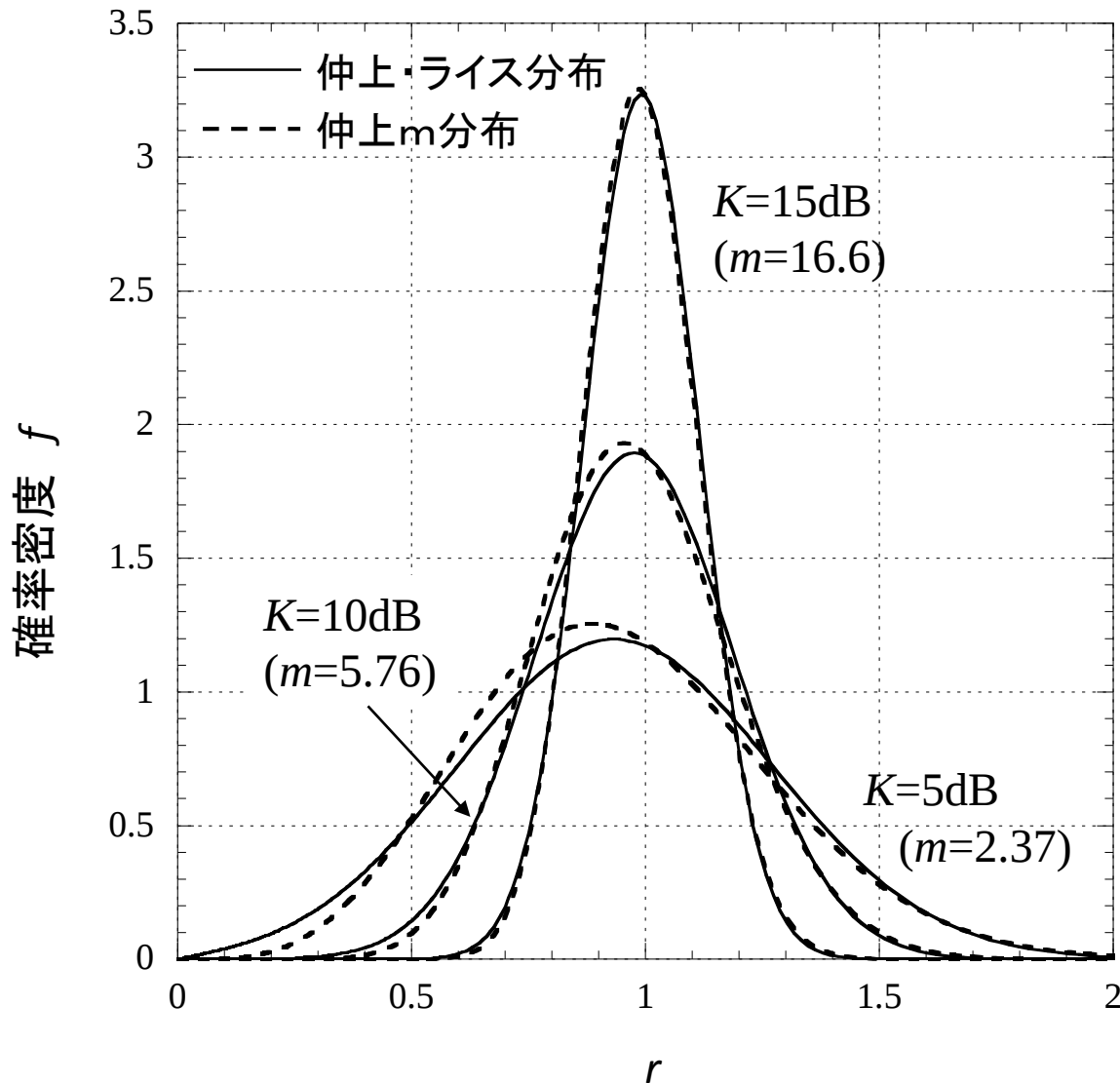
$$f(r) \propto r^{2m-1} \exp\left(-\frac{m}{\Omega} r^2\right) \quad \begin{array}{l} (m=1 \text{ でレイリー分布} \\ m=0.5 \text{ で半ガウス分布}) \end{array}$$

仲上・ライス分布と分布の形が近い(近似関係にある)。

他と組み合わせての利用する場合に、仲上・ライス分布よりは、解析性に優れている。

仲上・ライス分布と仲上m分布の近似関係:PDFで見る

$$\langle r^2 \rangle = a^2 + 2\sigma^2 = \Omega = 1 \quad (\text{電力正規化})$$



パラメータ: m と K の換算

$$m(\geq 1) = \frac{(K+1)^2}{2K+1}$$

$$K = \sqrt{m^2 - m} + m - 1$$

全体的に見ると
良い近似関係

他の関数と組み合わせて
使うとき、解析性が良いの
で、仲上・ライス分布の代
わりにm分布が使われるこ
ともある

仲上m分布:その本質は？

測定データから経験的に見つけた分布なので、
物理的意味を見出すのに苦労する時期が続いた

その後に見えてきた分布の本質

正規分布(平均値0) 確率変数 X, X_i (i.i.d.) ($i=1, 2, \dots, M$)

$$R = |X|$$

$$R = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$$

$$R = \sqrt{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_M^2}$$

確率分布

半ガウス分布

レイリー分布

仲上m分布

$$m = 1/2$$

$$m = 1$$

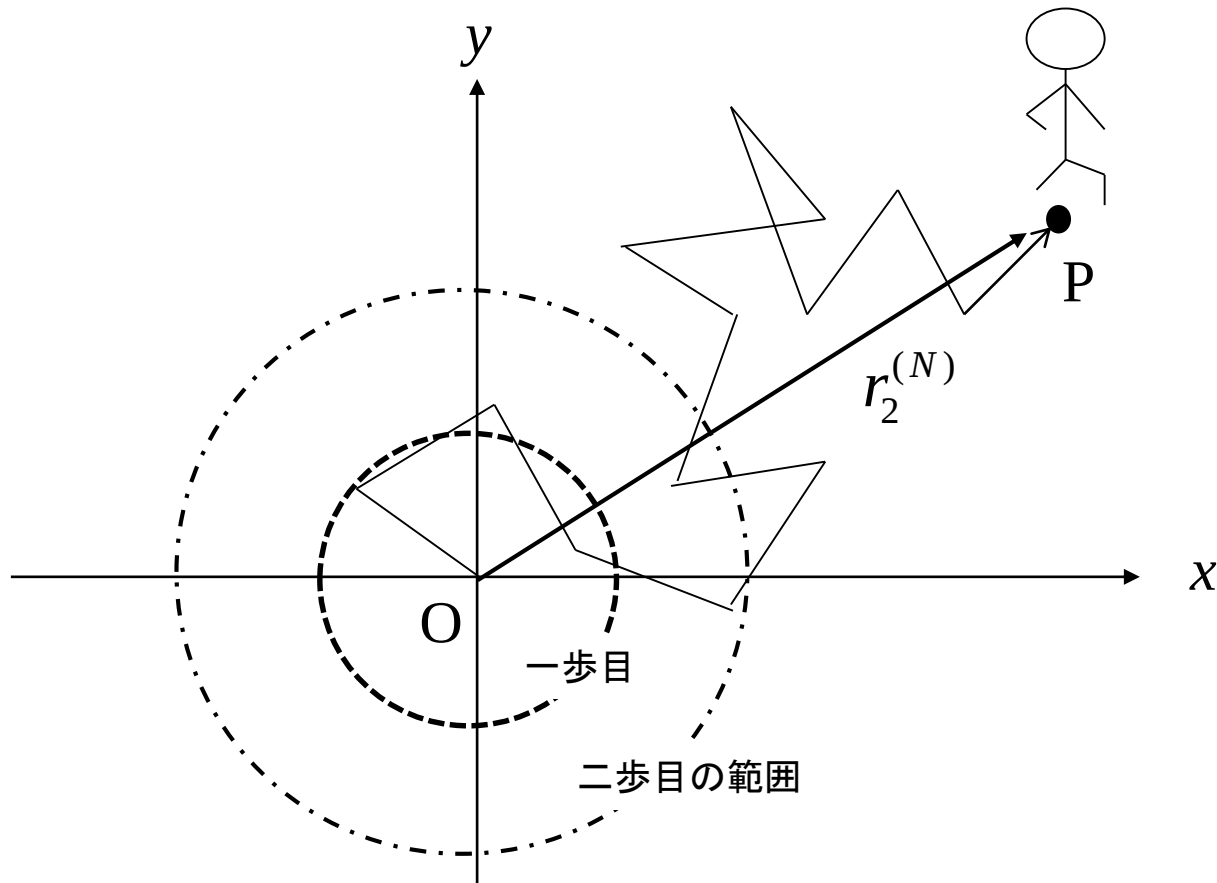
$$m = M / 2$$

(多次元正規分布の振幅、ランダムウォーク、スペースダイバーシチに現れる)

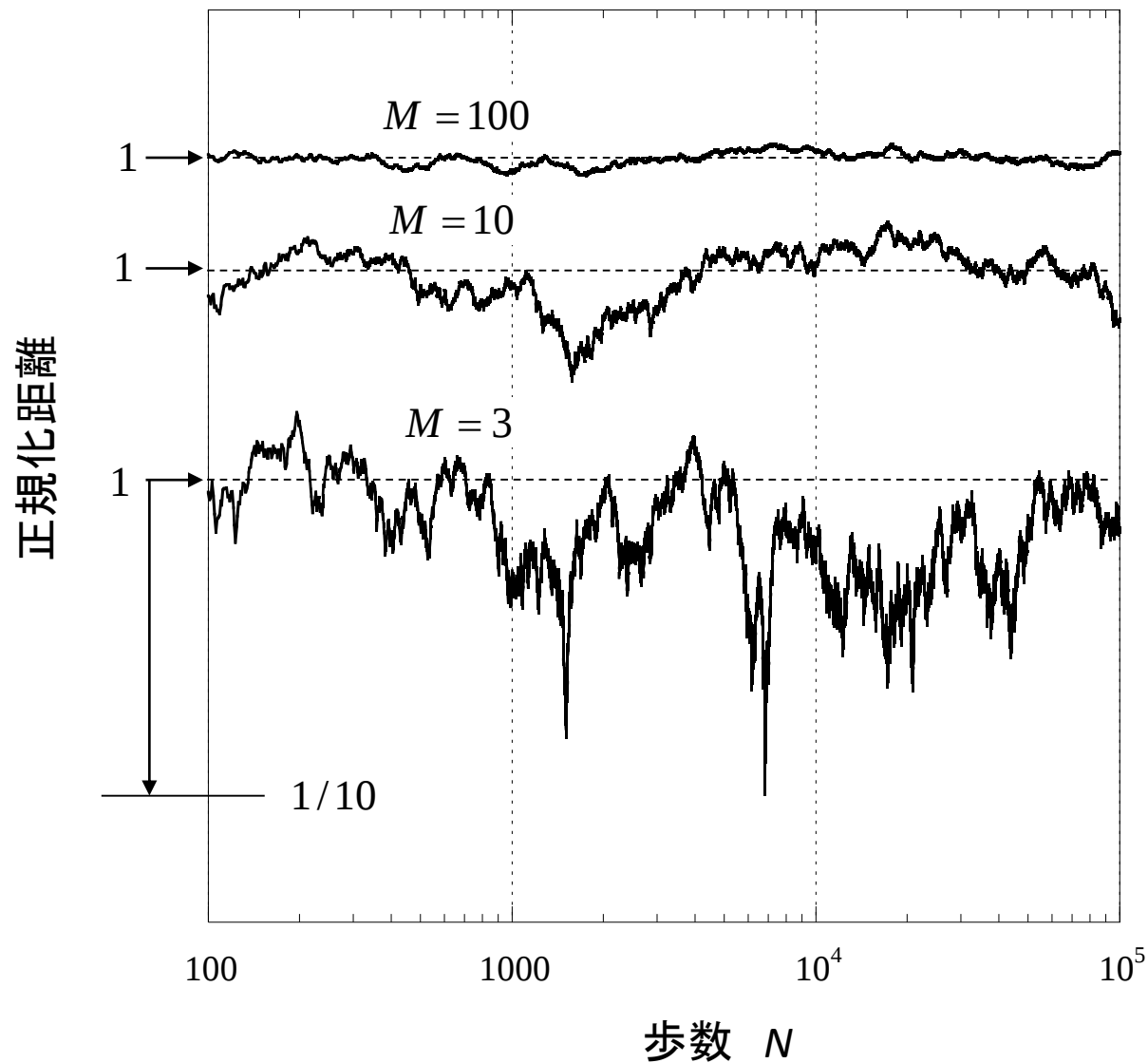
この理論的基本分布が、数学者から生まれず、電波技術者から生まれたところに
歴史の面白さを感じる

ランダムウォーク(酔っぱらいの千鳥足)

あいつは今頃どこを

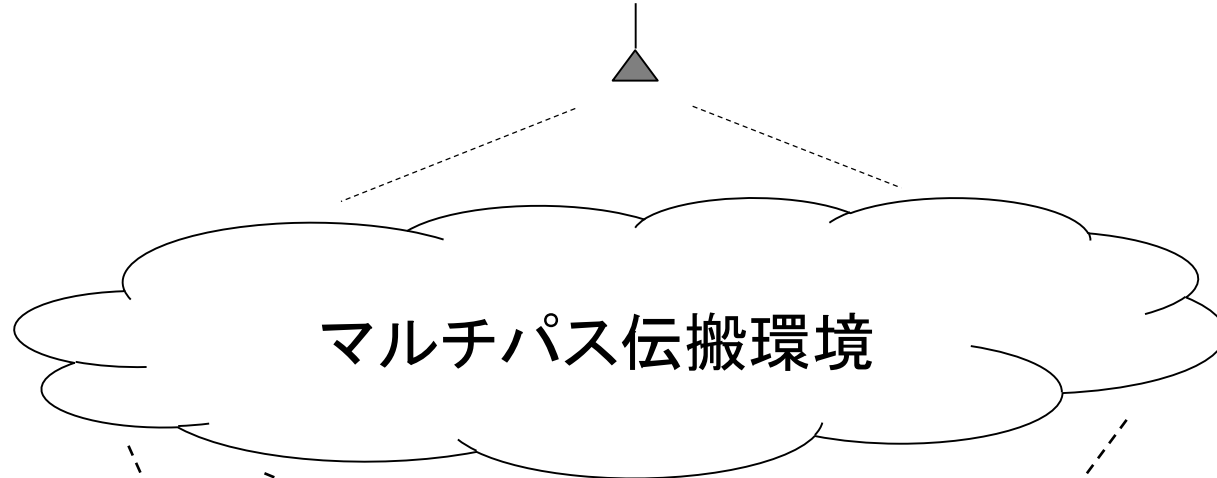


2次元空間から多次元空間(M 次元空間)へ

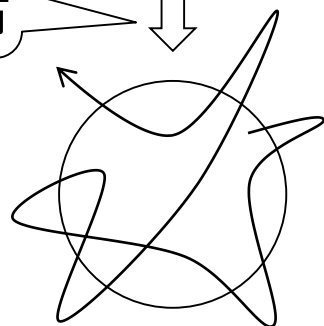


この確率分布は
 $m = M/2$ の
 仲上m分布になる

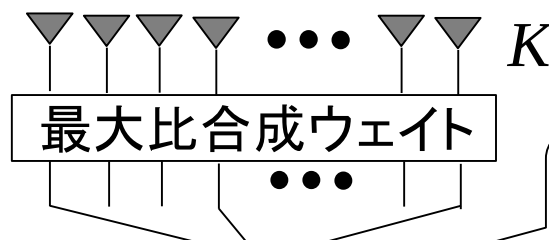
次元が高くなればなるほど、正規化距離（出発点からの距離を $\sqrt{N}$ で割った値）のばらつきは小さくなる



信号振幅は
レイリー分布

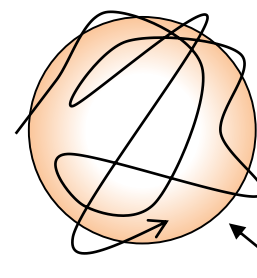


正規化半径1の円周を中心に平面
状をダイナミックに動き回る
(受信強度が時々大きく落ち込む)



合成信号振幅は
仲上m分布

正規化半径 $\sqrt{K}$ の超球
面付近を動き回る
(受信強度は常時安定)



$2K$ 次元空間の超球面

セレンディピティ？



もっと複雑なマルチパス伝搬環境を解析するには

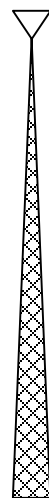
- 1) もっと複雑な(=多機能な)確率分布モデルを用いる
- 2) レイトレーシングソフトで伝搬パス解析を行う
- 3) 電磁界解析ソフト(FDTDなど)で計算する
- 4) 多数の実測データ(ビッグデータ)を学習させ、
AI(機械学習)により求める

どの手法にも一長一短がある

電波環境のレイトレーシング：その後どうする？

レイトレーシング

基地局(送信: TX)



反射／散乱物: i

RX

得られる情報
(各パス i に対して)

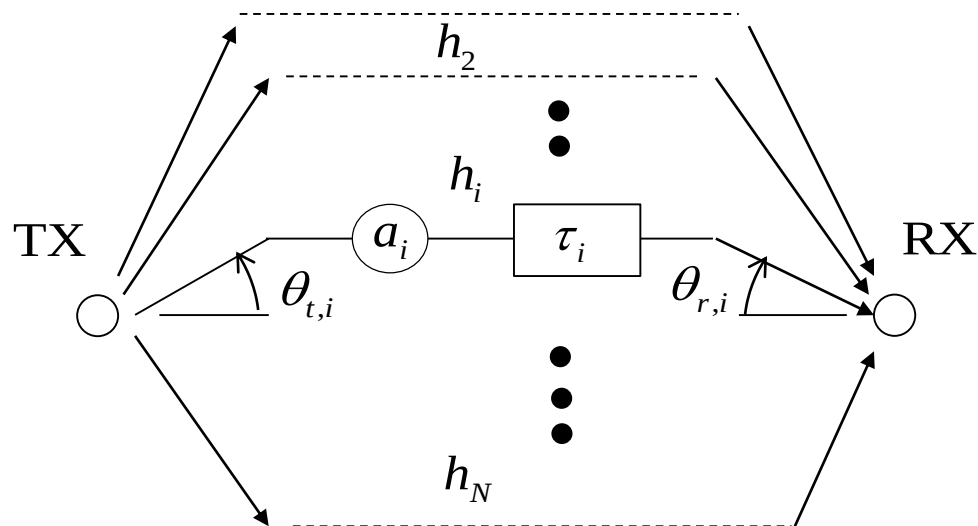
h_i : インパルス応答

a_i : 複素振幅

τ_i : 遅延時間

$\theta_{t,i}$: 放射角度

$\theta_{r,i}$: 入射角度



レイトレーシング後の受信強度の算定

$$r = \left| \sum_{i=1}^N r_i \exp(j\phi_i) \right|$$

瞬時強度(複素振幅)の算定

素波の振幅を複素数で合成するので、短区間(波長オーダー)での強度変動が大きい。(同程度の素波がたくさんある場合にはレイリー分布、直接波が強い場合には仲上・ライス分布)

→ 受信点周囲の統計的性質を出すためには、多数点での計算が必要

平均電力の算定

素波の強度を電力加算するなどして、平均電力を算定する(安定な特性)

→ マルチパスフェージングによる強度変動が見えなくなる
(強度が安定しているか、フェージングが激しいかどうかの)

受信電力の統計的算定(累積確率(時間率あるいは場所率)で表現)

素波振幅情報から受信電力の確率分布を計算によって求める

→ ハンケル変換形特性関数を使って算定すると、どんなマルチパス環境でも、一回の数値積分で、確率分布(確率密度関数と累積分布関数)が求まる

ハンケル変換形の特性関数と確率分布

確率密度関数(PDF) $f(r)$

$$f(r) = r \int_0^{\infty} g(k) k J_0(rk) dk$$

$$g(k) \{ = \langle J_0(rk) \rangle \} = \int_0^{\infty} f(r) J_0(rk) dr$$

ハンケル変換形特性関数

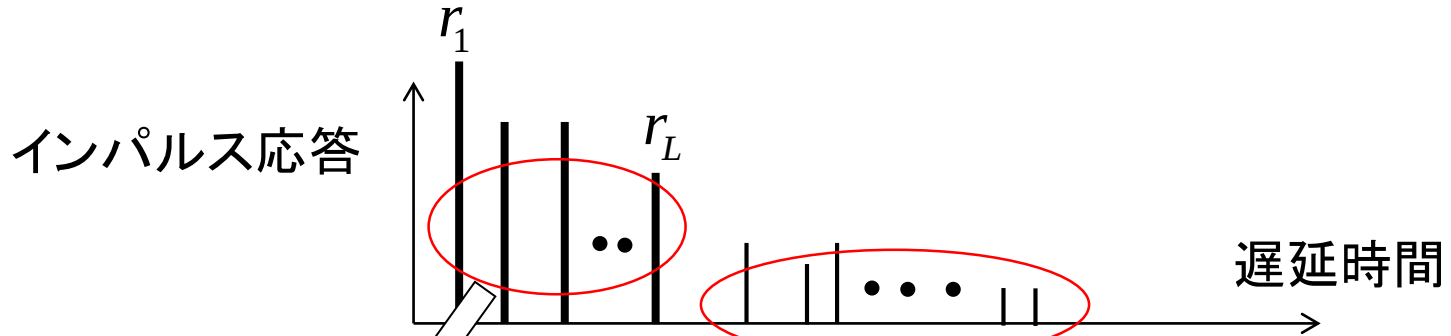
積分変換対

(ハンケル変換には、いくつかの変形があり、これもその一つ)

累積分布関数(CDF)は

$$F(r) \left(= \int_0^r f(r) dr \right) = r \int_0^{\infty} J_1(kr) g(k) dk$$

マルチパス環境におけるハンケル変換形特性関数 $g(k)$



合成信号

$$a = r_1 e^{j\phi_1} + r_2 e^{j\phi_2} + \cdots + r_L e^{j\phi_L} + r_{L+1} e^{j\phi_{L+1}} + \cdots + r_N e^{j\phi_N}$$

主要な L 波

まとめて一つの不規則波
(振幅: レイリー分布) $\left(\sum_{i=L+1}^N r_i^2 \equiv 2\sigma^2 \right)$

ハンケル変換形特性関数

$$g_1(k) = \prod_{i=1}^L J_0(kr_i)$$

$$g_2(k) = \exp\left(-\frac{\sigma^2 k^2}{2}\right)$$

$$g(k) = g_1(k) \times g_2(k) = \prod_{i=1}^L J_0(kr_i) \exp\left(-\frac{\sigma^2 k^2}{2}\right)$$

ハンケル変換形の特性関数を用いて信号強度の確率分布を求める

確率密度関数(PDF) $f(r)$

$$f(r) = r \int_0^{\infty} g(k) k J_0(rk) dk$$

$$g(k) = g_1(k) \times g_2(k) = \prod_{i=1}^L J_0(kr_i) \exp\left(-\frac{\sigma^2 k^2}{2}\right)$$

↑
ハンケル変換形特性関数

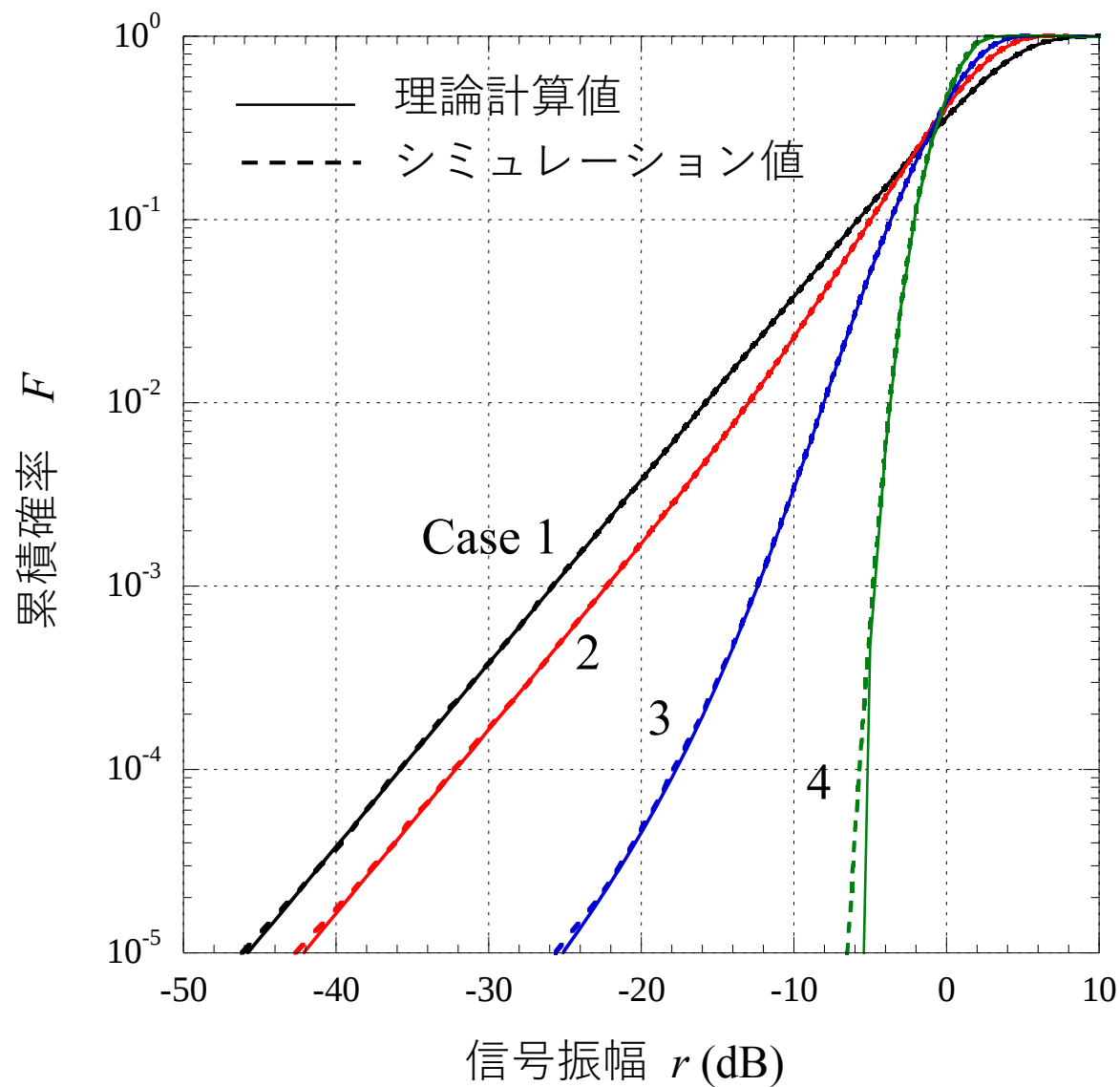
累積分布関数(CDF)は

$$F(r) \left(= \int_0^r f(r) dr \right) = r \int_0^{\infty} J_1(kr) g(k) dk$$

CDFでも一重積分が維持
されていることが嬉しい

特性関数 $g(k)$ が求められれば、PDFもCDFも一重積分で済む
(一重の数値積分は、今の時代ではネックではない)

計算例： 3波＋不規則波の分布



設定環境

Case	r_1	r_2	r_3	ΔP
1	1	0.5	0.3	0.5
2	1	0.4	0.3	0.1
3	1	0.3	0.2	0.05
4	1	0.2	0.1	0.01

$$(\Delta P \equiv 2\sigma^2)$$

【参考】 仲上n分布(仲上・ライス分布)の誕生

1 定常波と1不規則波の合成信号の振幅

【ハンケル変換形特性関数利用】

$$\left. \begin{aligned} g(k) &= J_0(kr_0) \exp\left(-\frac{\sigma^2 k^2}{2}\right) \\ f(r) &= r \int_0^\infty k J_0(kr) J_0(kr_0) \exp\left(-\frac{\sigma^2 k^2}{2}\right) dk \end{aligned} \right\} \begin{array}{c} \text{仲上稔 (1940)} \\ \swarrow \end{array}$$

積分式の解法は
岩波数学公式 IIIに

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 + r^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{r_0 r}{\sigma^2}\right)$$

【 r, ϕ 結合確率密度関数から】

$$\left. \begin{aligned} f_{r\phi}(r, \phi) &= \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 - 2r_0 r \cos\phi + r^2}{2\sigma^2}\right) \\ f_r(r) &= \int_0^{2\pi} f_{r\phi}(r, \phi) d\phi \end{aligned} \right\} \begin{array}{c} \nearrow \\ \text{S. O. Rice} \\ (1945) \end{array}$$

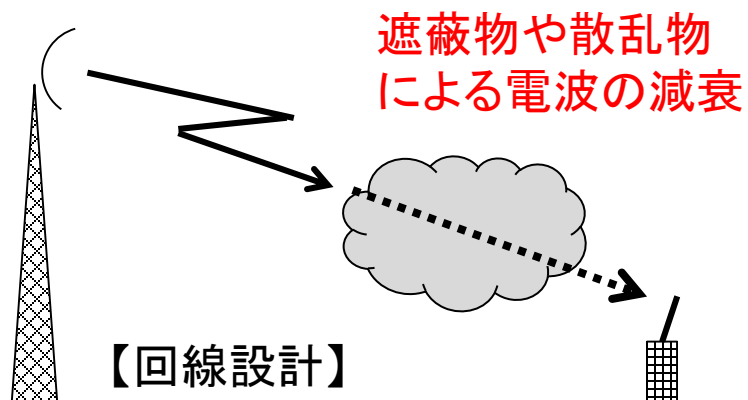
(式の導出にはライスの方法をお奨め) 74

4. マルチパス伝搬下でのデジタル伝送特性

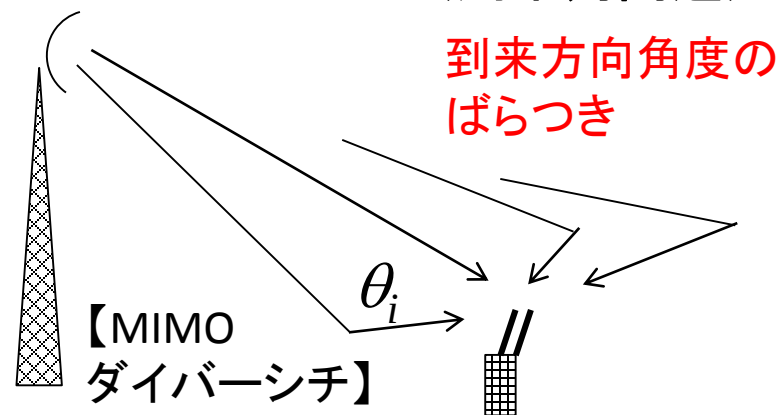
- 熱雑音による誤り
- 時間選択性フェージング(位相変動)による誤り
- 周波数選択性フェージング(符号間干渉)による誤り
- 二重選択性フェージングによる誤り

移動伝搬における四つの側面

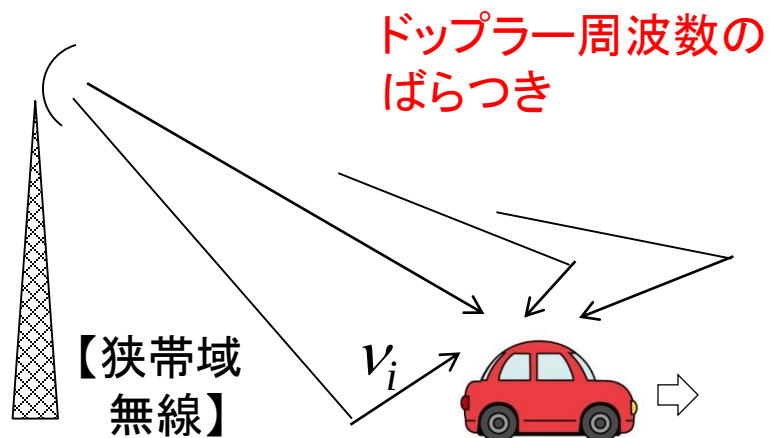
① 電波が弱くなる(雑音問題)



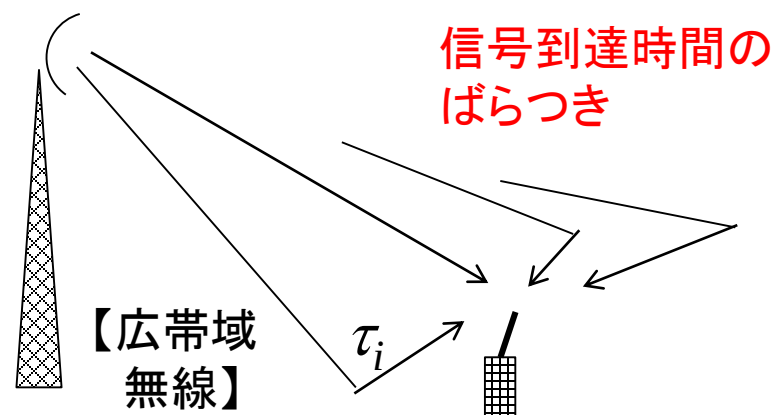
② 空間に信号の強弱ができる (到来角問題)



③ 信号が変動する(ドップラー問題)



④ 波形が歪む(遅延問題)



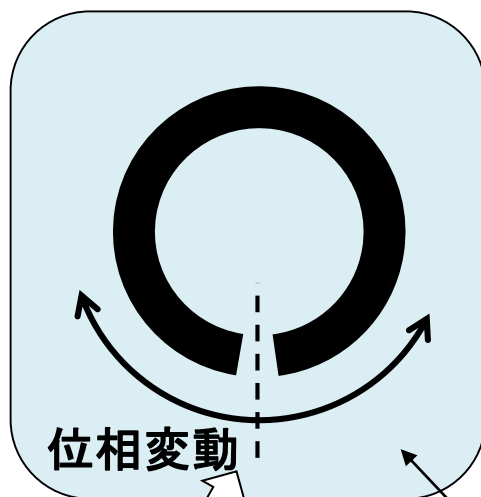
デジタル信号伝送： 誤り発生の原因

ぼやけて見難くなる
(熱雑音問題)



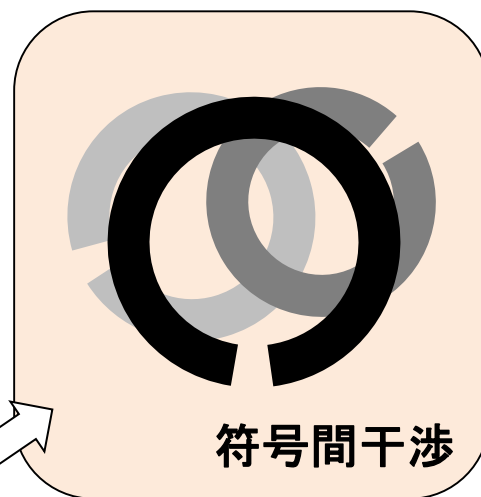
フラットフェージング

1シンボル時間内に信号が
時間変動し波形が歪む
(ドップラー問題)



位相変動

遅延のばらつきにより
前後のシンボル情報が
重なり波形が歪む
(遅延問題)



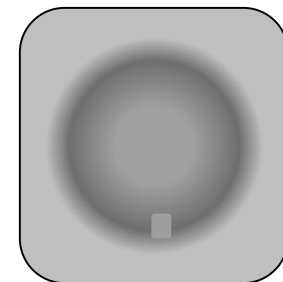
符号間干渉

周波数選択性
フェージング

時間選択性フェージング
(高速フェージング)



熱雑音による誤り(ビット誤り率:BER)



CNR(搬送波電力対雑音電力の比(γ))に対するBER: $P_0(\gamma)$

フェージング環境におけるCNRの確率分布: $f_p(\gamma)$

フェージング環境におけるBERの確率分布: $P_e(\gamma)$

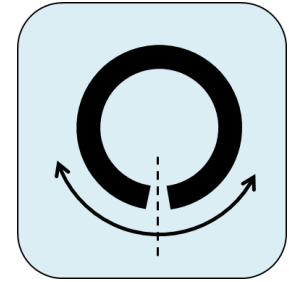
$$P_e = \int_0^{\infty} f_p(\gamma) P_e(\gamma) d\gamma$$

変復調方式とフェージング環境の組み合わせによっては、 P_e が閉形式で表される

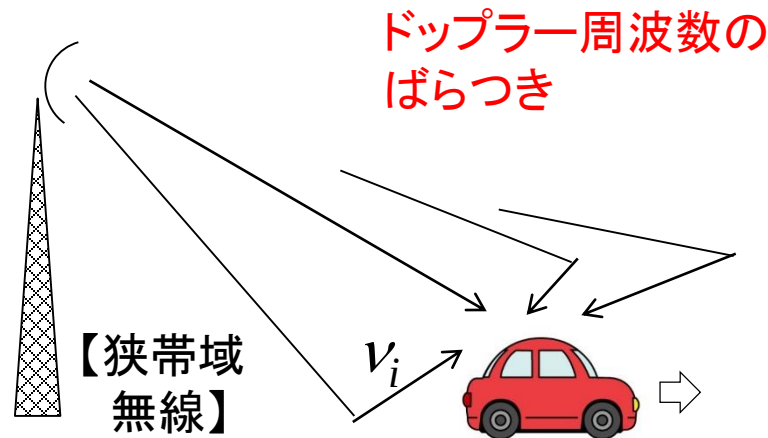
例

- ・ レイリーフェージングとQPSK
- ・ 仲上・ライスフェージングとDQPSK
- ・ レイリーフェージングの最大比合成とQPSK, DQPSK

時間選択性フェージング(位相変動)による誤り



③ 信号が変動する(ドップラー問題)



ν_i (ニュー): ドップラー周波数(単位:Hz)

この原因によって発生する伝送誤りは、**波形の歪み**をもたらすものであり
送信電力を上げてても改善できない

ゆえに、**軽減困難な誤り**(irreducible error)と呼ばれる

ドップラー周波数広がりによる高速フェージング (時間選択性フェージング)

ドップラースペクトル

到来方向 θ_i の素波に対して

$$v_i = f_D \cos \theta_i$$

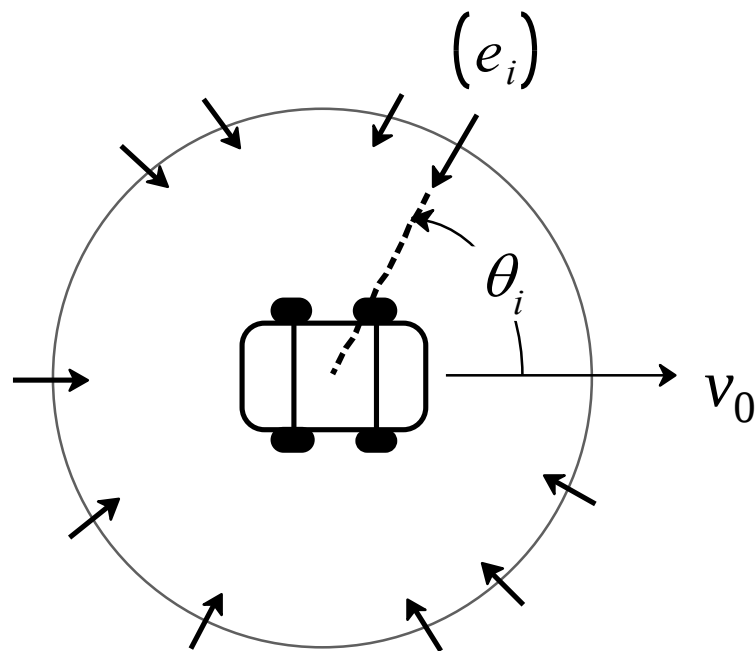
$$f_D = v_0 / \lambda$$

(最大ドップラー周波数)

のドップラーシフトを受ける

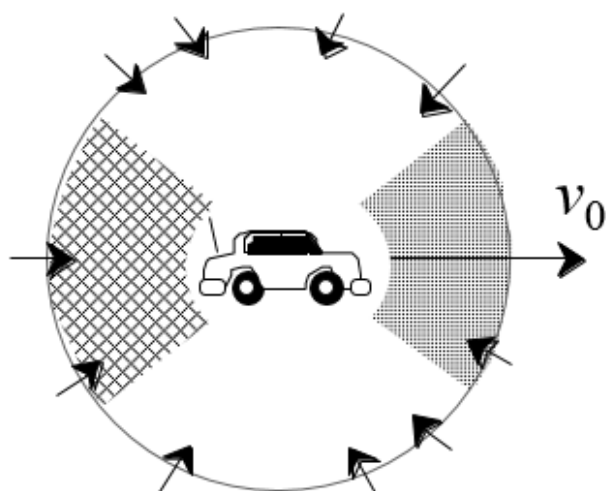
f_D の値

$f \backslash v_0$	4 km/h	80km/h
2GHz	7.4Hz	150Hz
60GHz	220Hz	4.4 kHz

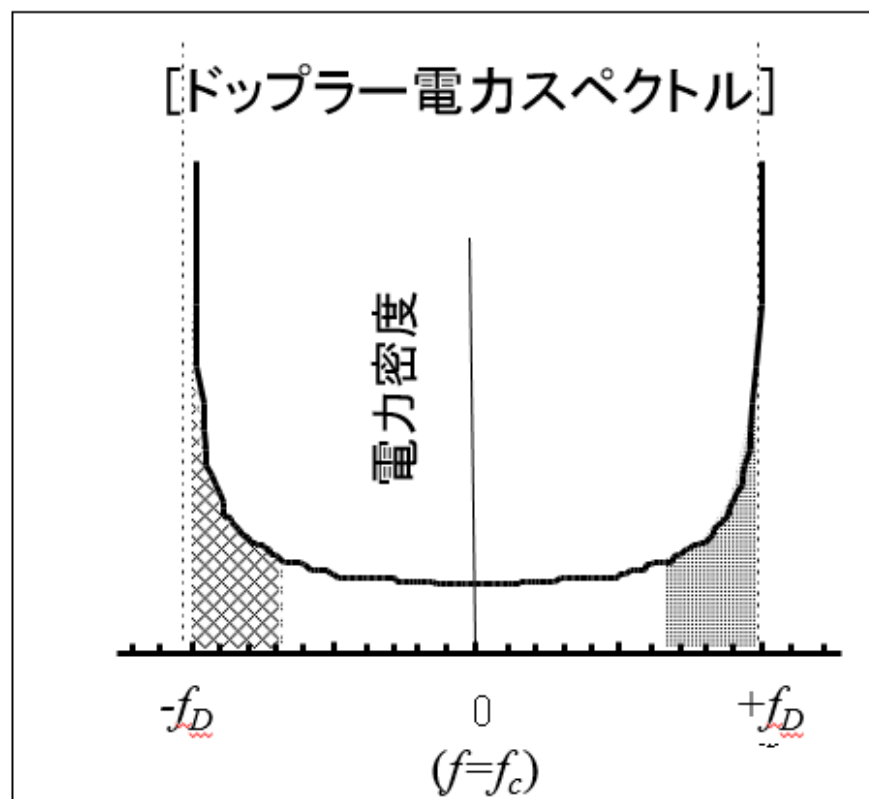


電波の到来角度とドップラー電カスペクトル

[水平面上の到来角度分布]



[ドップラー電カスペクトル]

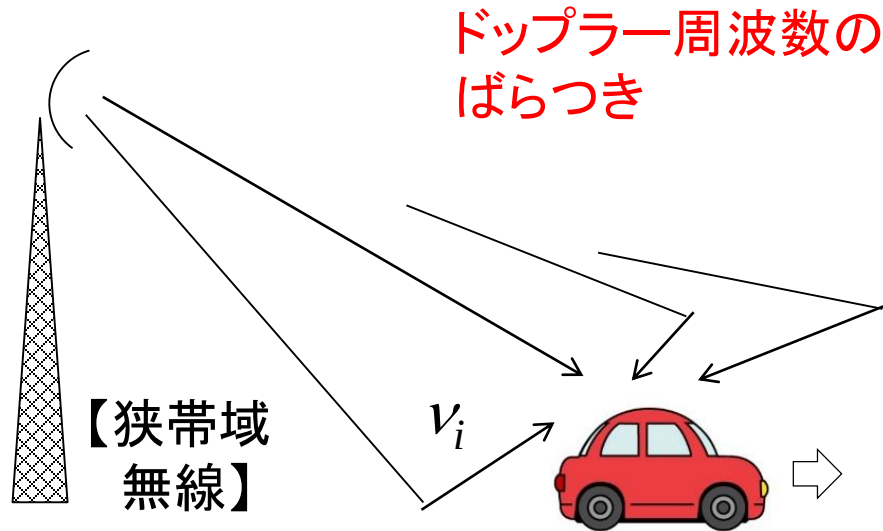


キーパラメータ

- ・ 最大ドップラー周波数 $f_D = v_0/\lambda$ 【一般的に使われる指標】
- ・ ドップラースプレッド σ_v (ドップラー広がり標準偏差)
【スペクトルが非対称な場合は、BER特性評価などにこちらが使われる】

高速フェージング（時間選択性フェージング）

③ 信号が変動する(ドップラー問題)



フェージングの時間変動の平均周期 T_v が短くなって、伝送信号のシンボル周期 T_s に近づいてくると、誤りが起きる。

ν_i (ニュー)
ドップラー周波数(単位:Hz)

σ_v : ドップラー周波数のばらつきの標準偏差 (Hz)

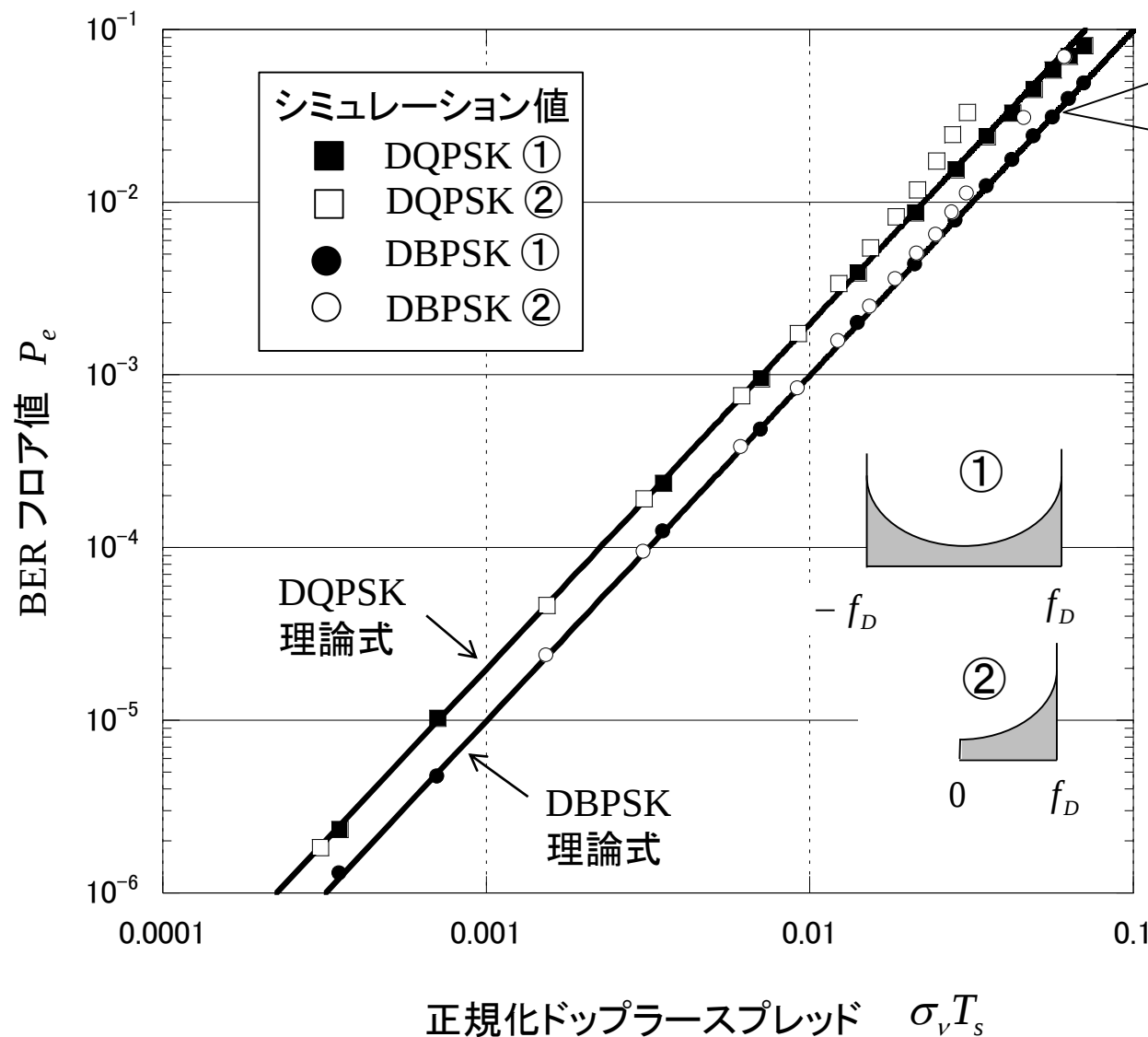
f_D : 最大ドップラー周波数
= 移動速度 / 電波の波長

良好な通信のための条件

$$T_v \gg T_s \rightarrow f_D T_s \ll 1, \sigma_v T_s \ll 1$$

時間選択性フェージング(=高速フェージング)下でのBERフロア特性

(ドップラー広がりのみの場合)



BERは
 $(\sigma_v T_s)^2$ に比例

高速フェージング誤りの
伝搬キーパラメータは
ドップラースプレッド
(ドップラー周波数の
ばらつきの標準偏差)
 σ_v [単位: Hz]

高速フェージングのまとめ

高速フェージングの伝搬キーパラメータは、ドップラーの標準偏差 σ_v

ビット誤り率(BER)のキーパラメータは $\sigma_v T_s$

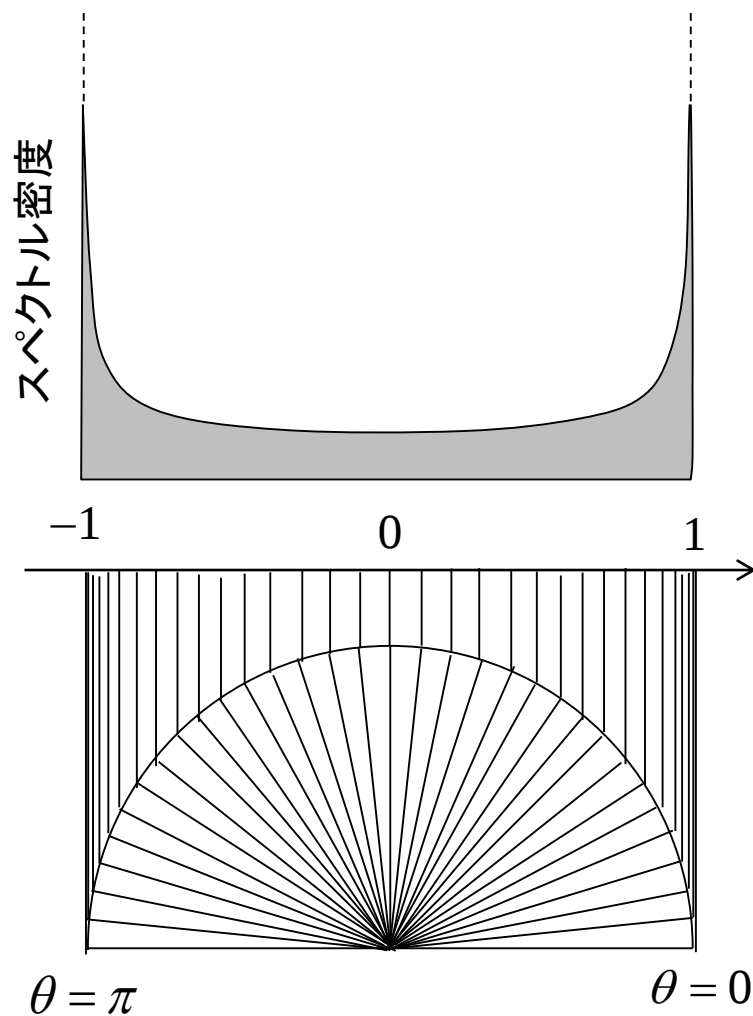
レイリーフェージング下のBERは $BER \propto (\sigma_v T_s)^2$
(比例係数は変調方式に依存)

高速フェージングはシンボル周期 T_s が大きいとき、すなわち、
狭帯域伝送で問題になる

近年、伝送は広帯域化の方向($\rightarrow T_s \ll T_v$)に進み、
高速フェージングの問題は、時代と共に、消えつつあった。
(広帯域信号にとっては、フェージングの時間変動は低速に見える)

しかし、その後、広帯域化に伴うマルチパス遅延対策として **OFDM** が
主流となり、この**高速フェージング問題が再び顕在化**してきた

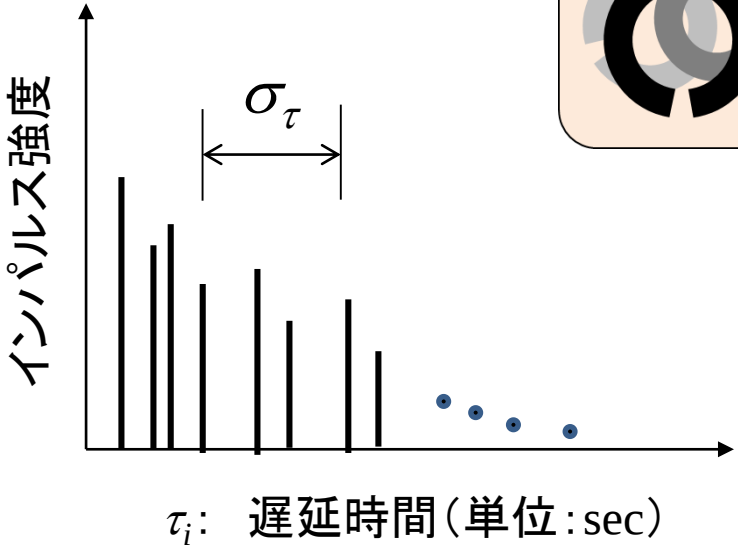
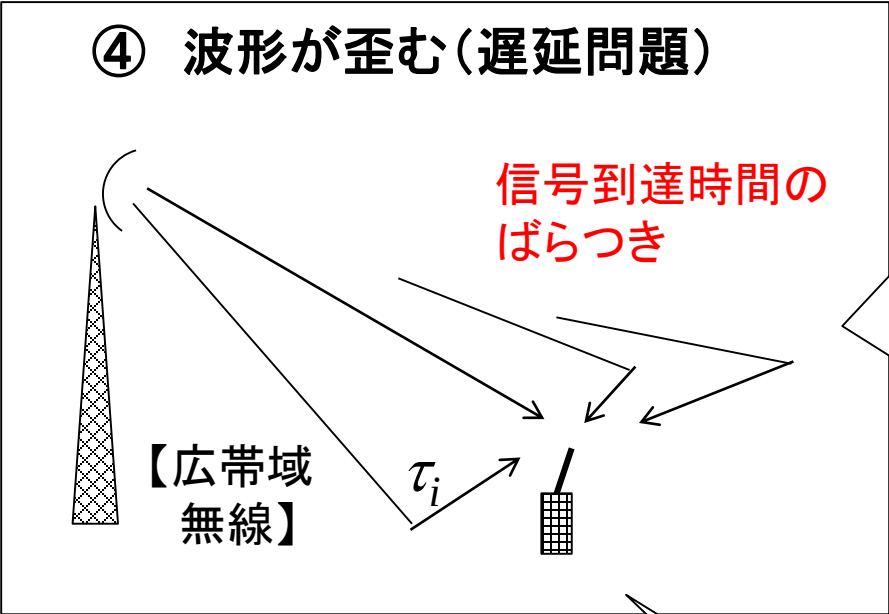
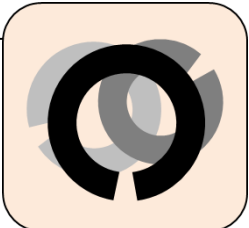
ドップラースペクトルの直感的イメージ



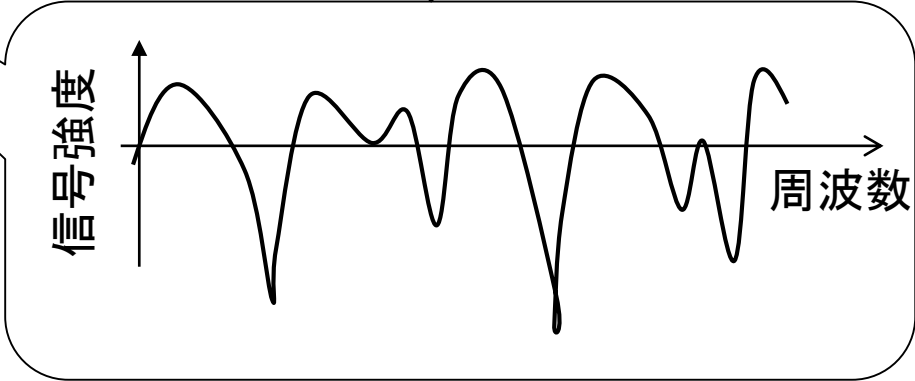
(扇風機の軸に固定した団扇
高速で回転させると・・・)

?

周波数選択性フェージングによる誤り



↑
フーリエ変換／逆変換
↓



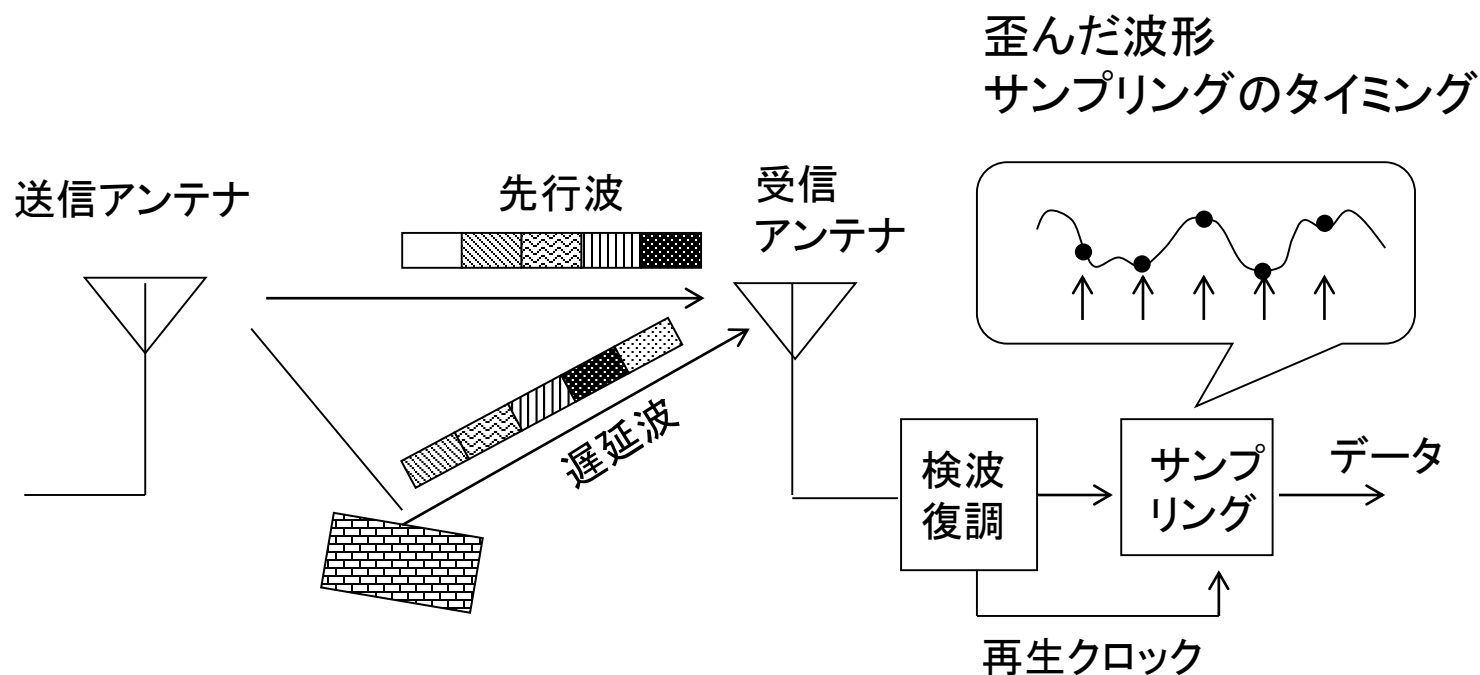
インパルス応答の電力平均
→ 遅延プロファイル

遅延プロファイルの広がり
→ 遅延スプレッド σ_τ

(伝送誤り推定のキーパラメータ)

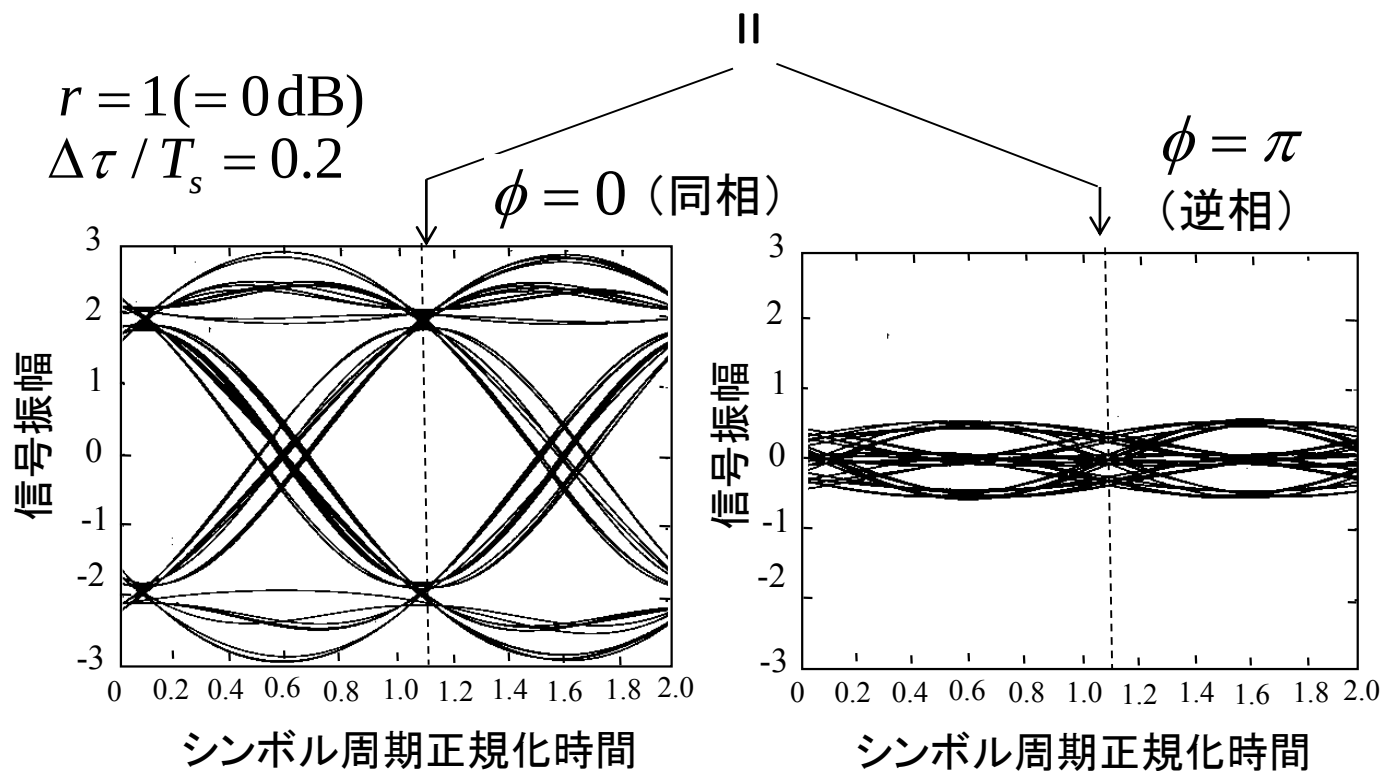
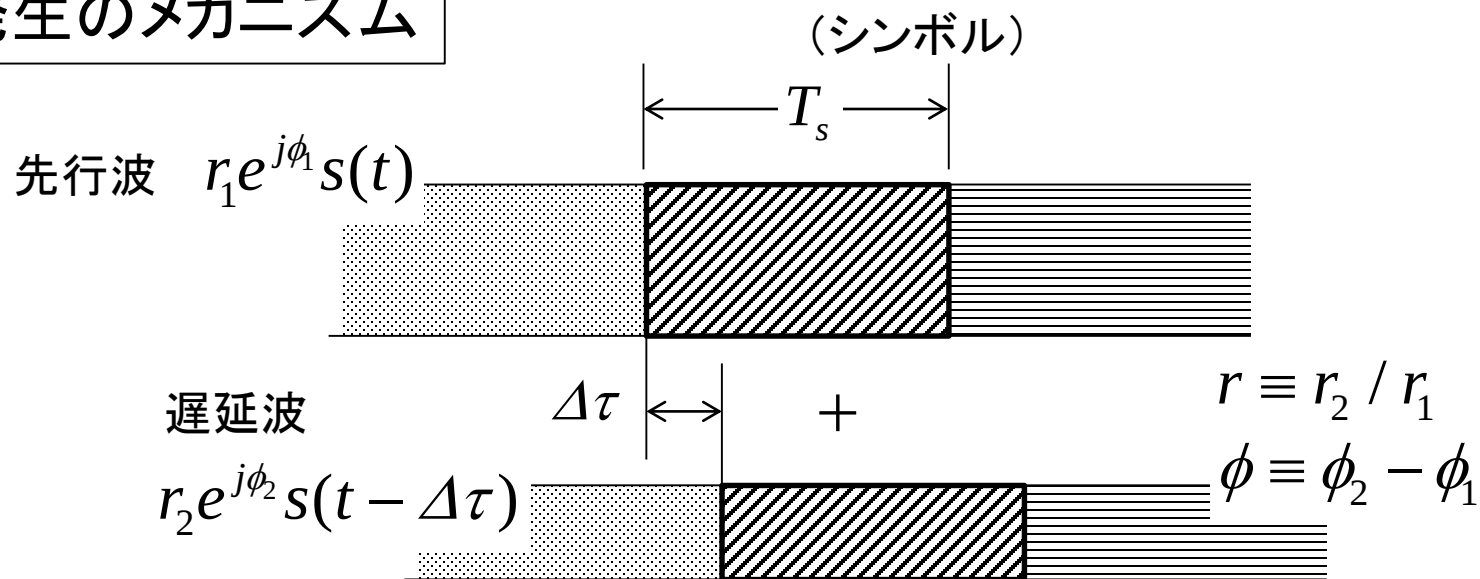
(周波数選択性フェージング)

周波数選択性フェージングによる 符号間干渉誤りの発生

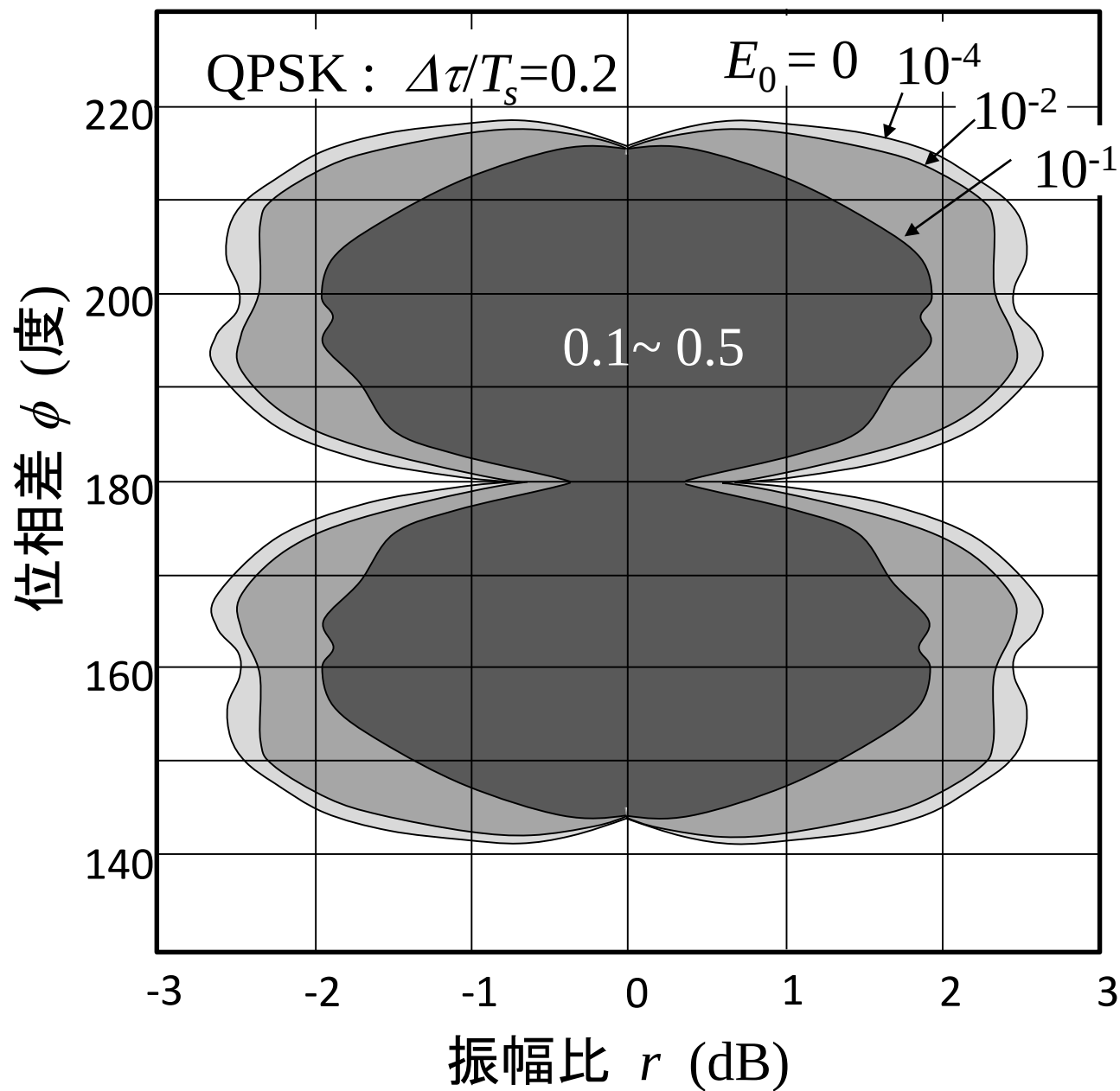


- ・ 先の符号と後の符号が重なって波形が歪む(符号間干渉誤り)
- ・ サンプリング点が定めにくなったり、サンプリングのタイミングが変な動きをする(サイクルスリップ)

誤り発生メカニズム



ビット誤りはどこで発生するか？2波モデルの場合

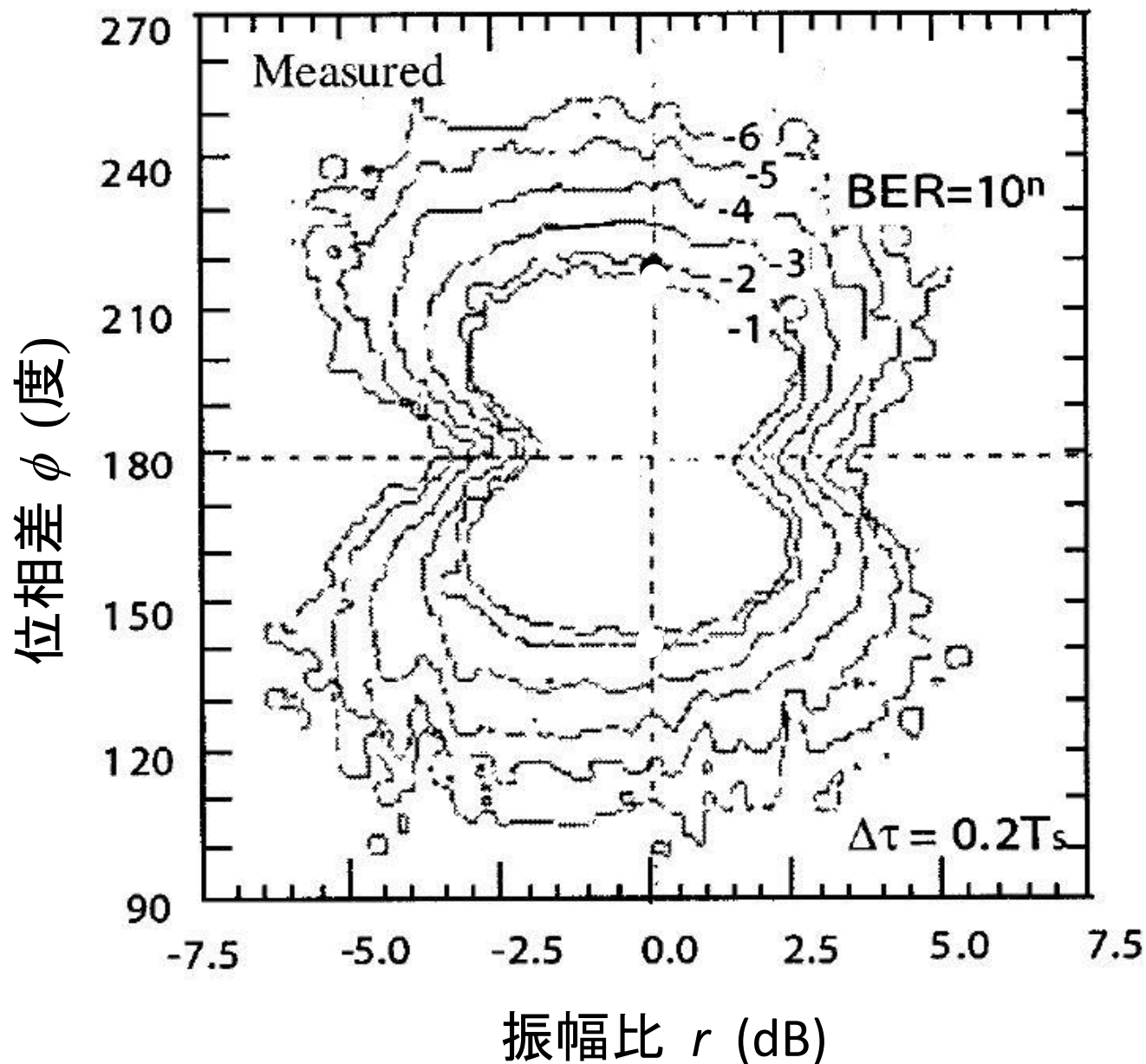


BERマップ

変復調方式によって異なる

遅延差によって異なる
(形状は相似形になる)

BERマップの実測値

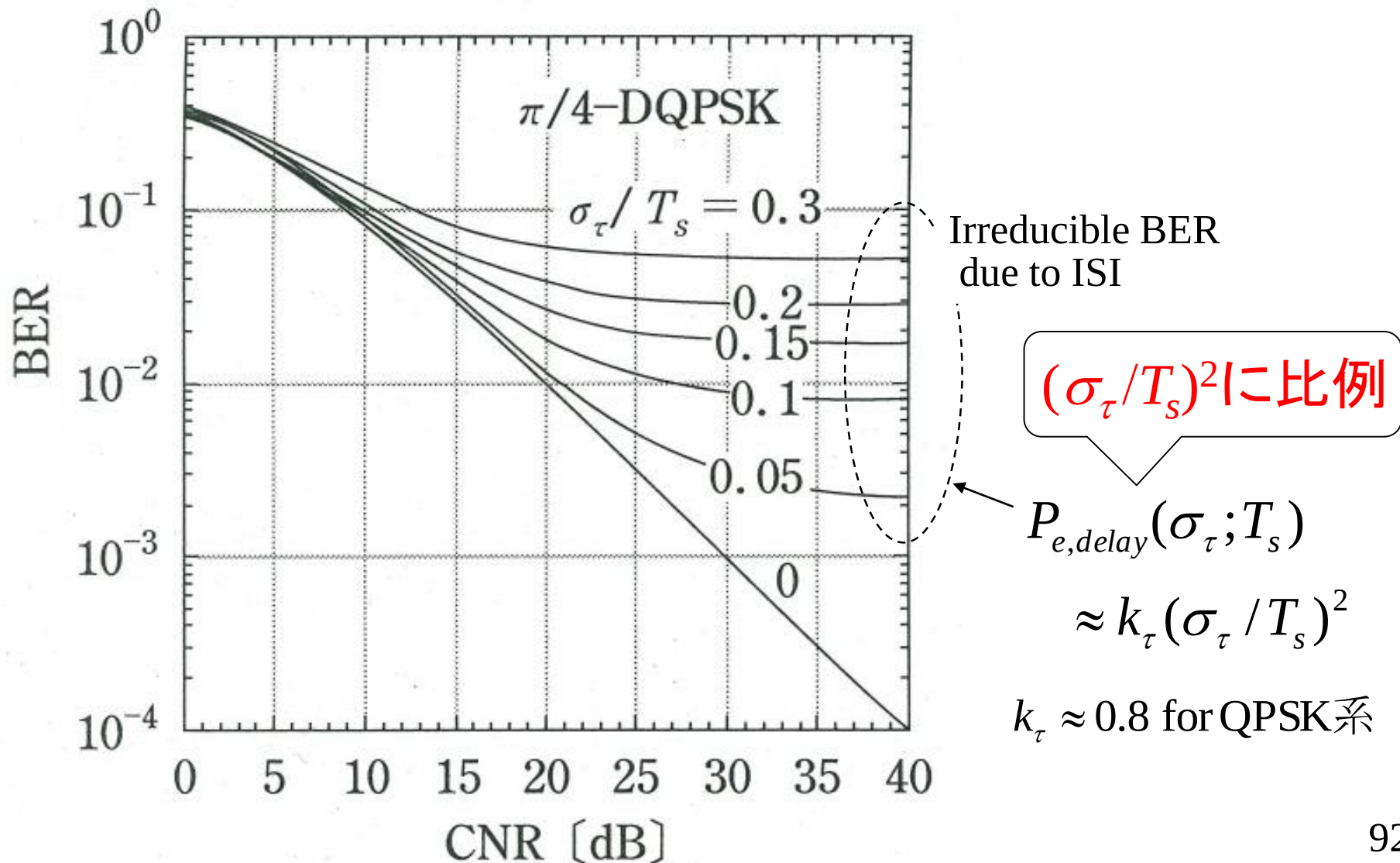


64kbps QPSKモデム
測定点数: 約6000点
(0.2dB, 2° 刻み)
一点の測定に約2分

誤り発生エリアは
シミュレーション値
よりは広いが、形状は
類似

周波数選択性フェージング環境(レイリーフェージング)でのBER特性

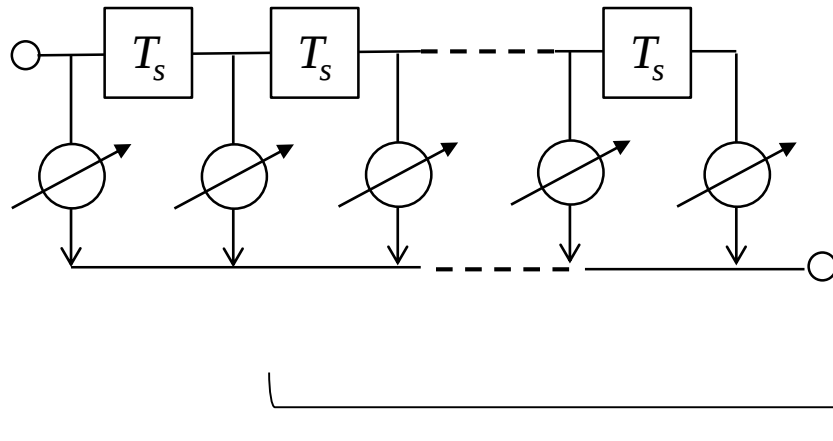
遅延の広がり(ISI) + 熱雑音



符号間干渉誤りの対策

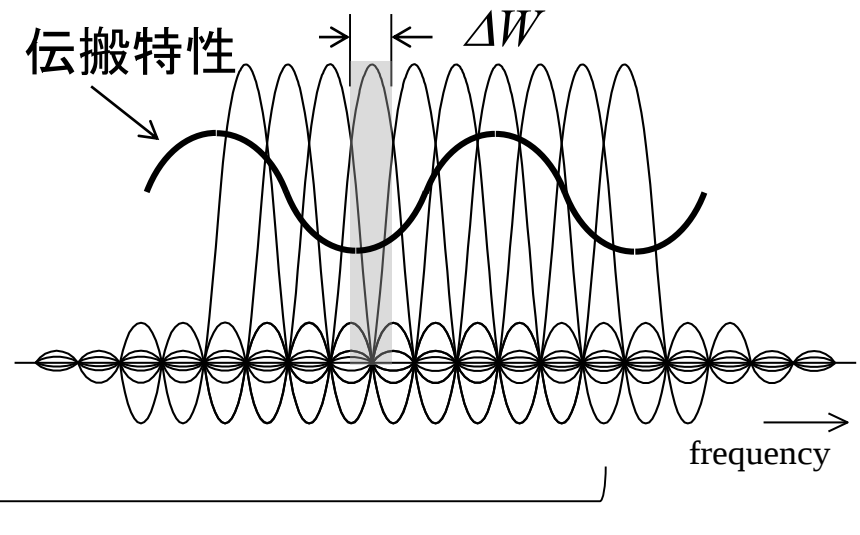
波形等化器(受信側)

デジタルフィルタで伝送路の周波数特性を平坦にして波形歪みをなくす



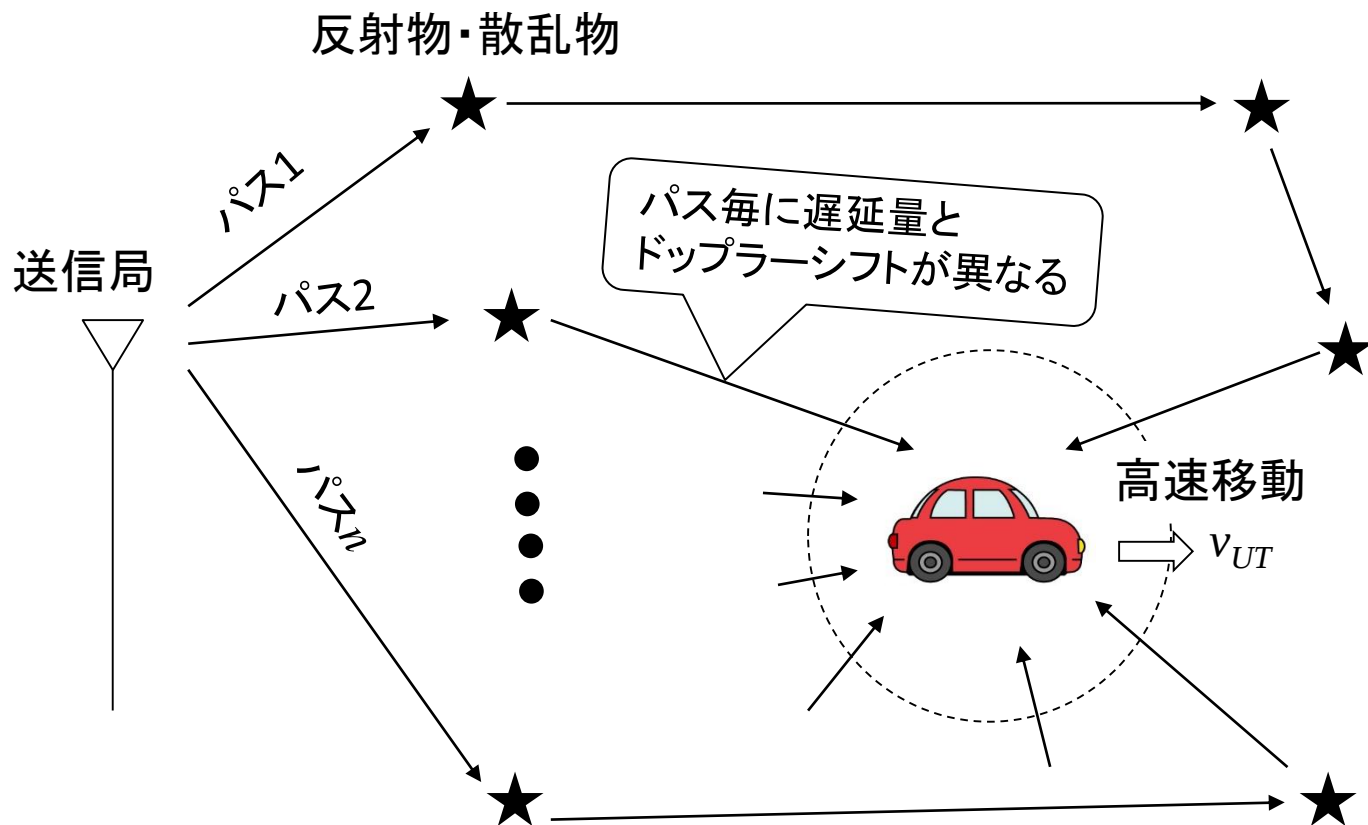
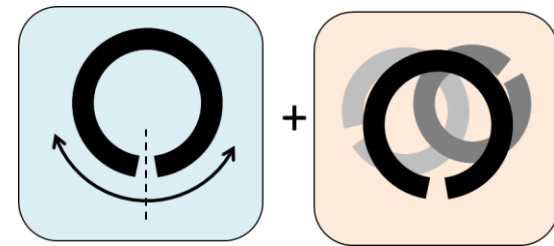
OFDM(伝送方式)

広帯域信号を狭帯域信号に分割して帯域毎の波形歪みをなくす



シンボル周期 T_s より長い時間をかけての信号処理が必要
(等化器の場合はタップ数、OFDMの場合は $1/\Delta W$ の時間)
その信号処理時間の間に、伝送路特性に時間変動があっては困る

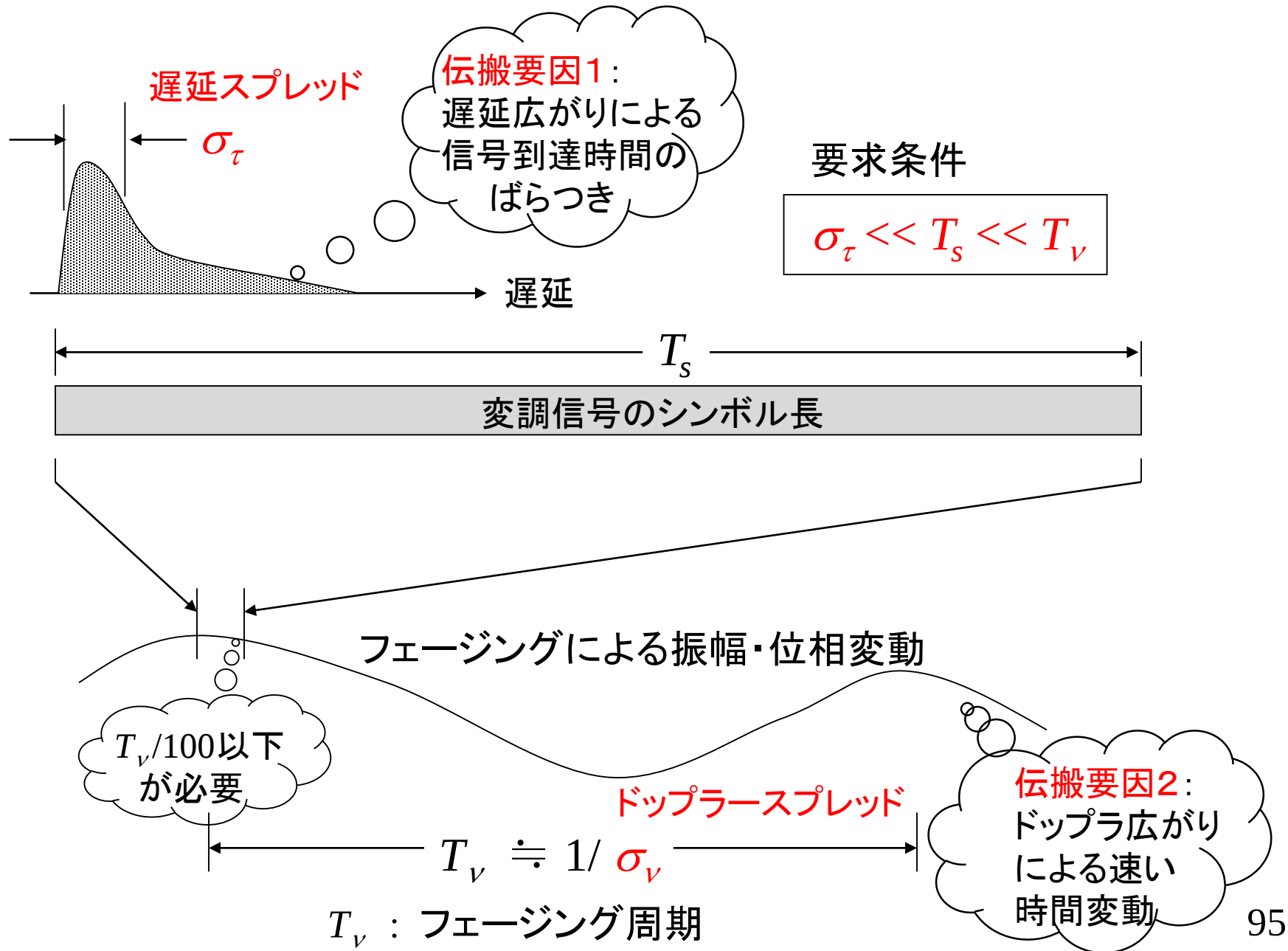
二重選択性フェージングによる誤り



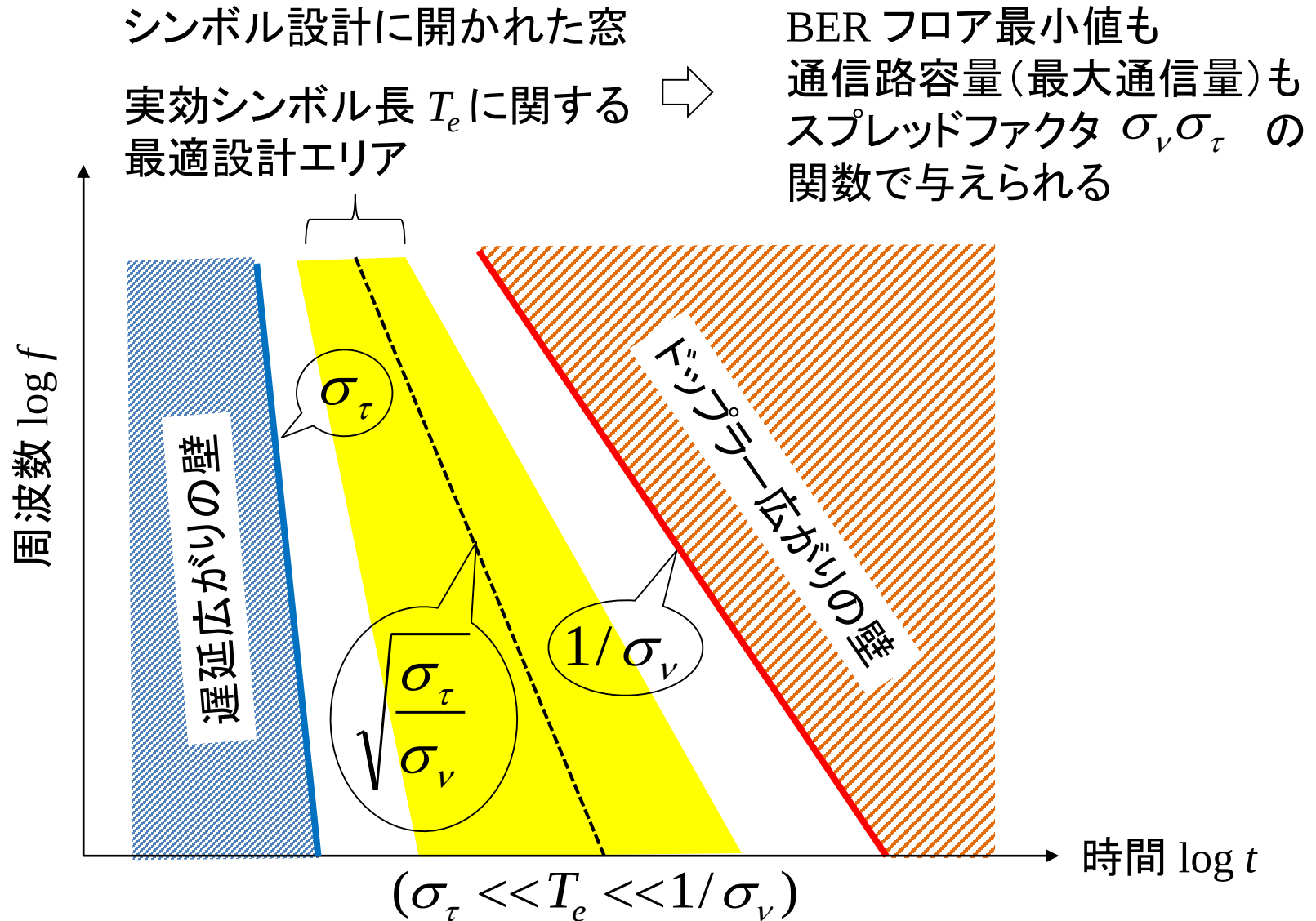
伝搬キーパラメータ {

- ドップラースプレッド: σ_v (あるいは f_D) [Hz]
- 遅延スプレッド: σ_τ [sec]
- スプレッドファクタ: $\alpha (= \sigma_v \sigma_\tau)$ [無次元]

余裕をもって信号設計が可能な伝搬条件



情報伝送に立ちふさがる電波伝搬の二つの壁(屋外環境をイメージ)



電波伝搬問題の限界を破るには

- アレーアンテナ → 空間信号処理による自由度の拡張
- 超広帯域周波数拡散(低電力密度周波数拡散通信)
 - 伝搬問題(2重選択性フェージング)の克服
- 騙しのテクニック → 力任せの対策に限界があるとき

力任せの伝送には限界がある

だましのテクニックをうまく使う(映像伝送に学べ)

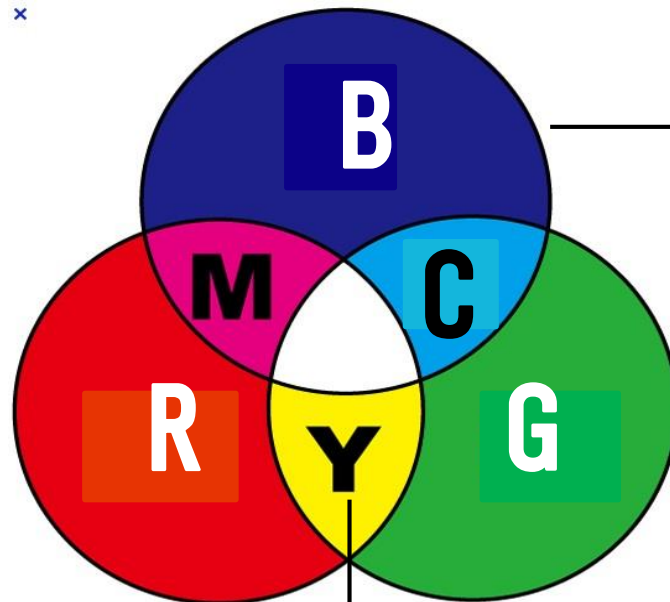
音声伝送と映像伝送の本質的な違い

共通： 情報(＝帯域信号)を電波(キャリア)で運ぶ

違い： 音声伝送： そのものを運ぶ(力任せ)

映像伝送： だましのテクニックを使う

光の3原色



光のスペクトル



低



周波数



高

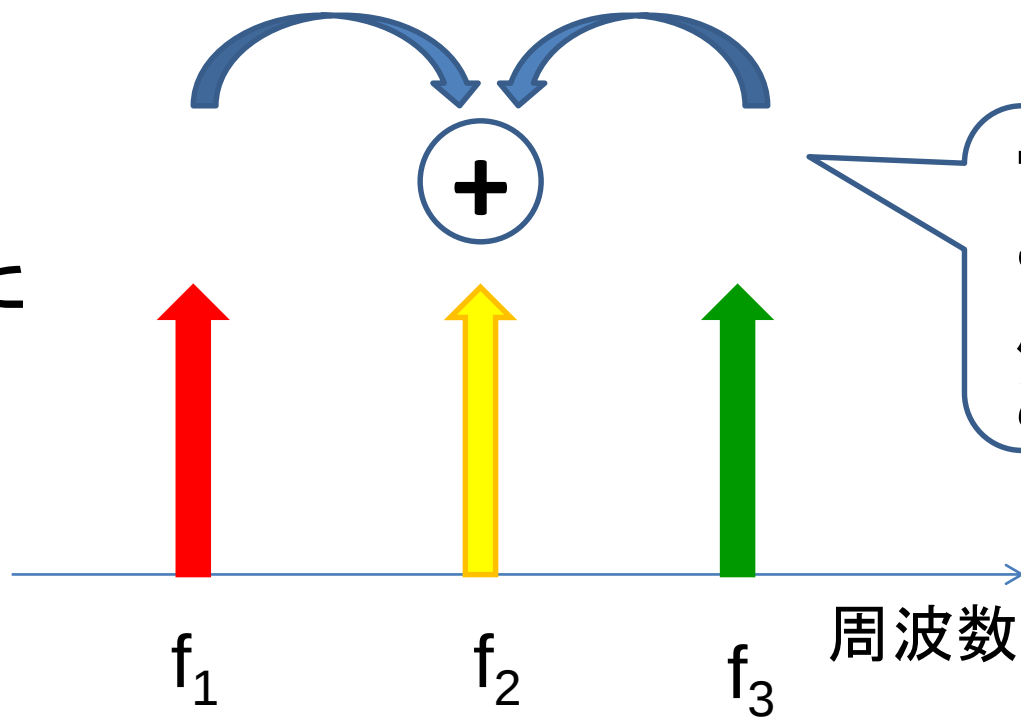
400 (THz)

帯域幅: 約400THz

800 (THz)

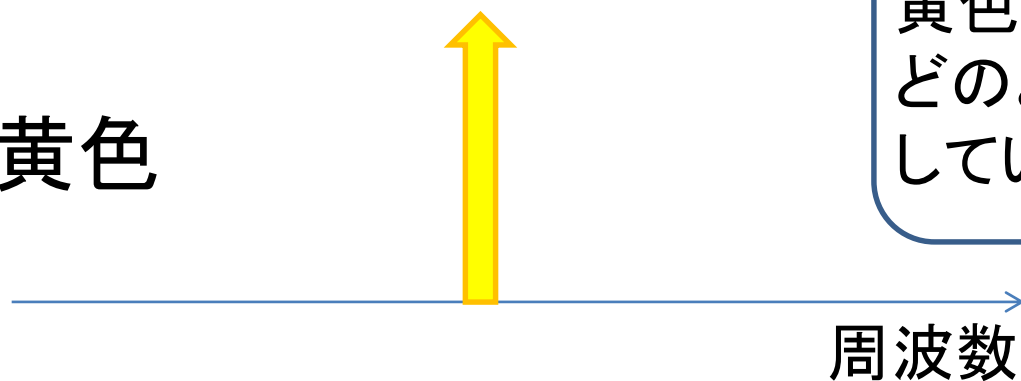
映像情報: この重たい荷物をまともに運んでくれるのはX線くらい!!

合成した
黄色



電波の世界では、
このような形の
周波数合成は
ありえない

純粋な黄色

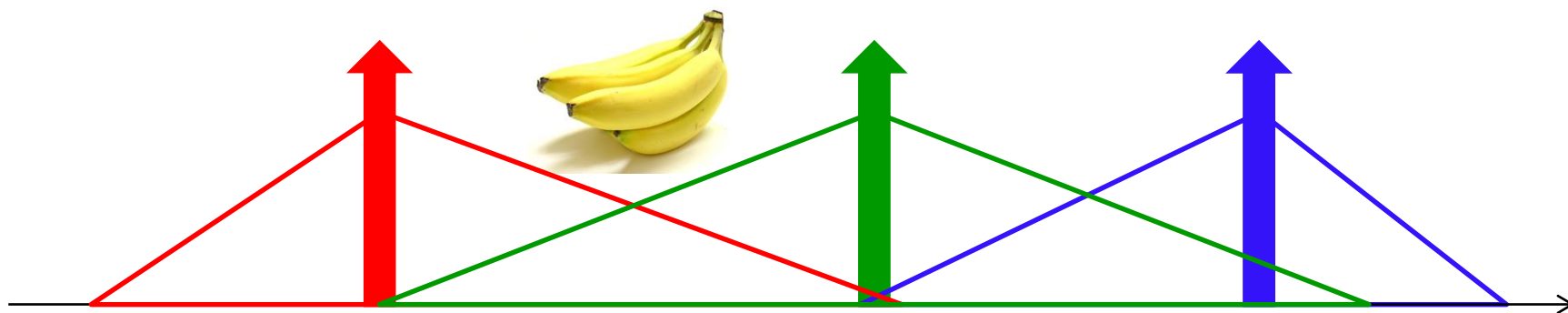


人間の頭の中では
黄色の認識に
どのような信号処理を
しているのだろうか？

色の認識は



の3つのセンサー出力の
比率で、脳が判断
(センサーの分解能は鈍い)



黄色だ！

● : ● = 1 : 1

ごまかしが
ばれる

宇宙人がテレビを見ると？

?

むすび：電波技術の未来への展望

AI時代

伝搬分野の例：ビッグデータ・機械学習による伝搬特性推定
(信号強度・電波源位置推定・・・)

求めたい結果を迅速に手に入れることができるが、

- ・ 結果に対する本質(メカニズム、物理)が見えにくくなる心配
- ・ 結果の真偽(妥当性)や価値(有効性)を判断する力が求められる
- ・ 安易に用いることの弊害(学生レポートなど)

AIとお友達になろう(賢く使おう)

?

本日の講義に関連する参考資料情報

今回の講演は、以下の内容をベースにしています

【確率分布】

電波伝搬モデルの基礎: 確率分布と統計的推定、唐沢、ネット公開私製本

http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR-YK-078_Probability_Distributions.pdf

【電磁気学】

謎解き電磁気学、唐沢、ネット公開私製本

http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR-YK-075_EM_Wonderland.pdf

【フェージング下での伝送特性】

無線通信物理層技術へのアプローチ、唐沢、コロナ社、2021

電波技術・無線通信に関する各種技術レポートを唐沢研究室ホームページから公開しています <http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/>

本講演に関するご質問・ご意見は E-mail: karasawa@mail.uec.jp まで