

# Massive MIMO の情報伝送能力について【修正版】

唐沢 好男

本レポートの原版 YK-016 は、H30.11.02 に公開している。しかし、その後、計算結果の一部に誤りがあることがわかった（注1）。本レポート YK-016\_rev はその修正版であり、YK-016 の当該図面を差し替えると共に、書き方にも大幅に手を加えている。

原版、修正版共に以下の二つの技術資料をベースに、学術論文体裁でまとめている。

1) 唐沢好男, “空間相関のあるフェージング環境におけるマッシブ MIMO の情報伝送能力について,” 信学技報, AP2018-110/RCS2018-187, 2018.11. 2) 同[II], 信学技報, AP2018-159, 2019.01. (ただし、下記注1の理由により、提示している有相関時の固有値分布や通信路容量の計算結果の図は、誤ったものになっている。)

## 内容

1. はじめに
2. システムモデルとチャネルモデル
  2. 1 システムモデル
  2. 2 チャネルモデル
3. ランダム行列の漸近固有値分布
4. 有相関レイリーフェージング環境における情報伝送能力
  4. 1 固有値分布
  4. 2 通信路容量
5. 有相関仲上・ライスフェージング環境における情報伝送能力
  5. 1 固有値分布
  5. 2 通信路容量
6. むすび

## 参考文献

---

【注1】 Matlab による数値計算において、行列  $A$  の平方根  $\sqrt{A}$  を求める演算において、`sqrtm(A)` とすべきところを `sqrt(A)` (行列要素の平方根) としてしまった。それでももっともらしい結果となるので間違いに気づくのが遅れてしまった。

---

## 1. はじめに

送受信局の双方でアレーアンテナを用いる無線通信は MIMO と呼ばれ、大容量・高品質情報伝送を実現している[1]-[4]。最近は、第五世代移動通信への導入を目指して、アンテナ素子数が 100~1000 にも及ぶマッシブ MIMO の研究が進んでいる[5]-[12]。これまで検討されているマッシブ MIMO の大部分は、基地局側のアレーを大規模にして、比較的小規模のアレーで構成される複数のユーザ局に対して、マルチユーザ通信を実現するものである。このタイプのマッシブ MIMO では、基地局側のアレーアンテナの自由度を生かして、それぞれのユーザに指向性を向けるビームフォーミング伝送が主流になっている。この方式により、ユーザ分離度の良い高信頼な安定回線を実現できることを特徴にしている。

これとは別に、図 1 に示すような無線局の双方に大規模のアレーアンテナを採用する伝送方式も考えられる。当面の応用においては、基地局とリレー局間の通信や、非常災害時の臨時アクセス回線、広帯域汎用無線機のように、きわめて大容量の通信に向いているが、将来の無線システムの一つの形として検討しておく価値がある。本レポートでは、この構成でのマッシブ MIMO 伝送を取り上げる。具体的には、多数の素子対向によって得られる直交ストリームのうち、相対的に利得の高いいくつかを選んでそこに情報を並列伝送する選択型固有モード伝送（マルチストリーム伝送）である。

無線伝送路では、電波は不規則な反射や散乱を受けるので、MIMO チャンネルを表現する通信路行列はランダム行列に分類される[13]-[15]。送受信の双方に多数のアンテナ素子を持つマッシブ MIMO の場合には、行列サイズが大きくなり、そこには、大きいことに起因する固有の性質（漸近固有値分布）が現れてくる。このような大規模ランダム行列を扱う理論は数理統計学に基礎を置き、高度な数学で体系化されている[16]-[19]。この理論により、行列要素が平均値 0 の i.i.d.であるランダム行列  $\mathbf{A}_0$  で構成されるウシャート行列  $\mathbf{A}_0\mathbf{A}_0^H$  または  $\mathbf{A}_0^H\mathbf{A}_0$ （上付き文字 H は複素共役転置を表す）の漸近固有値分布は、マルチェンコ・パスツール則（Marčenko-Pastur law ; MP 則）に従うことが導かれている。このように i.i.d.に従うランダム行列であれば、マッシブ MIMO の情報伝送能力はマルチェンコ・パスツール則に従う漸近固有値分布の理論を適用して解析することが期待できる。

一方、マルチパス波の角度広がり比較的狭く、かつ、アレー素子間隔が十分広くできない場合には、素子間に空間相関の影響が現れてくる[20]。送受信局の一方のみがアレーアンテナで構成されるスペースダイバーシチであれば、空間相関の影響はダイバーシチ効果を低減する方向に働くので、隣接素子間でフェージング変動が無相関になるように十分広い間隔をとることが求められる。では、マッシブ MIMO 伝送においては、この空間相関の影響はどのように働くであろうか？本レポートでは、計算機シミュレーション及びその考察により、この問題に答えを与えたい。マルチパスフェージング環境として見通し外(NLOS)を代表するレイリーフェージング環境と見通し内(LOS)を代表する仲上・ライスフェージング環境（ライスフェージングとも呼ばれる）を検討の対象とする。

なお、情報理論の分野では、MIMO の有相関通信路での固有値分布や通信路容量について

て理論解析も試みられている[21]-[23]。しかし、これらの扱いは比較的小さい規模の MIMO を対称にしている、かつ、その解析手法も高度に数学的であり、本レポートが対象とする大規模ランダム行列の漸近固有値分布への適用には困難（＝筆者には手が届かない高い壁）がある。そこで、有相関通信路の解析には、計算機シミュレーションを主体とする。

本レポートの主張点を以下にまとめる。

- 1) 比較的大規模な MIMO（ $8 \times 8$  程度以上）では、通信路行列要素間の相関（空間相関）の有無に関わらず、その固有値の確率分布は漸近特性を示す。無相関なレイリーフェージング環境（i.i.d.）では、漸近特性は、マルチェンコ・パスツール則（MP 則）に従う。
- 2) 無相関通信路では、NLOS 環境を代表するレイリーフェージングであっても、LOS を代表する仲上・ライスフェージングであっても、通信路容量  $C_0$  は MP 則を利用して簡易な計算式で求められる。
- 3) 送受信のアンテナ素子数（ $M, N$ ）が共に多い MIMO において、ストリーム数  $L$  の並列伝送を行うとき、 $L$  が  $\min\{M, N\}$  の 20% 程度以下であれば（例えば、 $N=M=100, L=10$ ）、通信路容量  $C$  は有相関環境の方が大きい。すなわち、 $C_0$  は  $C$  の下限値を与える。
- 4) LOS 環境では、ライスファクタ  $K$  の増加と共に、シングルストリーム伝送特性に漸近するが、LOS 環境の代表的な値である  $K=10$  程度では、マルチストリーム伝送の効果が維持されている。
- 5) マルチパス環境において、相関はアンテナの素子間隔が狭くなるほど大きくなる。相関が大きいほど通信路容量が大きくなる伝送方式では、アレーアンテナサイズの小型化を実現できる。

本レポートの構成は以下である。第 2 章では、対象とする通信方式と空間相関を有するチャネルモデルをまとめる。第 3 章では i. i. d. ランダム行列の漸近固有値分布を与えるマルチェンコ・パスツール則を示し、漸近固有値分布の意味を考察する。第 4 章と 5 章では、有相関フェージング環境における漸近固有値分布と通信路容量を明らかにする。第 4 章ではレイリーフェージング、第 5 章では仲上・ライスフェージングを扱う。4 章と 5 章での解析により、空間相関は情報伝送能力を高める働きを持つことを明らかにし、その物理的意味を考察する。第 6 章で結論をまとめる。

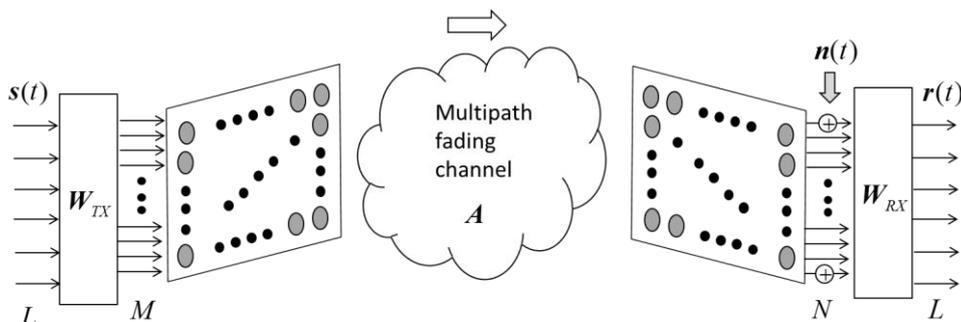


図 1 送受信の双方で大規模なアレーを有するマッシブ MIMO

## 2. システムモデルとチャネルモデル

### 2.1 システムモデル

素子数  $M$  のアレーと素子数  $N$  のアレーが、マルチパス環境を介して対向するマッシブ MIMO 構成において、アンテナ数分 ( $M, N$  の少ない方の数) 存在する直交ストリーム (固有モード) から利得の高い順に適当な数  $L$  のストリームを選択して、これによるマルチストリーム伝送を行う方式を対象とする。図 1 に示している送信信号ベクトル  $\mathbf{s}$  (次元  $L \times 1$ )、送信ウェイト行列  $\mathbf{W}_{TX}$  ( $M \times L$ )、チャネル行列  $\mathbf{A}$  ( $N \times M$ )、受信ウェイト行列  $\mathbf{W}_{RX}$  ( $L \times N$ )、雑音ベクトル  $\mathbf{n}$  ( $N \times 1$ ) を用いて表される受信信号ベクトル  $\mathbf{r}$  ( $L \times 1$ ) は以下のように表される。

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{W}_{RX}^H \{ \mathbf{A} \mathbf{W}_{TX} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \} \quad (1a)$$

ここで、上付き文字 H は行列やベクトルの複素共役転置を表す。

送受信ウェイト行列は固有モード伝送のルールに従い、以下のように定める。

$$\mathbf{W}_{TX} = \{ \alpha_1 \mathbf{w}_{TX}^{(1)} \quad \alpha_2 \mathbf{w}_{TX}^{(2)} \quad \cdots \quad \alpha_L \mathbf{w}_{TX}^{(L)} \} \quad (1b)$$

$$\mathbf{W}_{RX} = \{ \mathbf{w}_{RX}^{(1)} \quad \mathbf{w}_{RX}^{(2)} \quad \cdots \quad \mathbf{w}_{RX}^{(L)} \} \quad (1c)$$

$$\mathbf{w}_{TX}^{(i)} = \mathbf{e}_{TX}^{(i)} \quad \text{for } \mathbf{A}^H \mathbf{A}$$

$$\mathbf{w}_{RX}^{(i)} = \mathbf{e}_{RX}^{(i)} \quad \text{for } \mathbf{A} \mathbf{A}^H$$

ここで、 $\mathbf{e}_{TX}^{(i)}$  ( $M \times 1$ ) はウィシャート行列  $\mathbf{A}^H \mathbf{A}$  の降順  $i$  番目 ( $i=1, 2, \dots, L$ ) の固有値に属する固有ベクトル、 $\mathbf{e}_{RX}^{(i)}$  ( $N \times 1$ ) は行列  $\mathbf{A} \mathbf{A}^H$  の  $i$  番目の固有値に属する固有ベクトルである。

本レポートでは、 $L$  個の固有ストリームに対して、送信電力を等しく配分する方法と通信路容量が最大になる最適配分の二つの方式で検討する。送信ウェイトの係数  $\alpha_i$  は、等電力配分では  $\alpha_i = 1/\sqrt{L}$ 、最適配分では  $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \cdots + \alpha_L^2 = 1$  の条件のもと、注水定理に従って配分を決める。注水定理では、通信路容量最大値が実現するストリーム数  $L_0$  ( $\leq L$ ) になる、すなわち  $\alpha_i = 0$  もその解に含まれる。

信号対雑音電力比  $\gamma_0$ 、電力正規化送信信号ベクトル  $\mathbf{s}_0$  ( $L \times 1$ )、電力正規化雑音ベクトル  $\mathbf{n}_0$  ( $L \times 1$ )、ウィシャート行列  $\mathbf{A} \mathbf{A}^H$  の固有値 ( $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L$ ) により、(1a) 式は以下のように表される。

$$\mathbf{r}(t) = \sqrt{\gamma_0} \text{diag} \left( \alpha_1 \sqrt{\lambda_1} \quad \alpha_2 \sqrt{\lambda_2} \quad \cdots \quad \alpha_L \sqrt{\lambda_L} \right) \mathbf{s}_0(t) + \mathbf{n}_0(t) \quad (1d)$$

$$\text{with } \langle \|s_0(t)\|^2 \rangle = \langle \|n_0(t)\|^2 \rangle / L = 1, \sum_{i=1}^L \alpha_i^2 = 1$$

本レポートでは、 $N=M=100, L=10$  を伝送特性評価の代表値とする。この値に限定と言う意味ではなく、多数の素子で構成されるマッシュ MIMO の伝送能力評価の目的に対して、共通する特徴が見えてくると言う意味での設定である。また、後半では、 $N$  と  $M$  がアンバランスな場合（例えば、 $N=10, M=160$ ）も検討する。第 1 章でも述べたように、送受信の双方に大規模アレーを想定するのは、次世代の移動通信として応用範囲は限定されるかもしれないが、マッシュ MIMO の情報伝送能力を、空間相関が存在する伝搬環境において、アレーアンテナパラメータと伝搬パラメータとの関係で明らかにしたいためこの設定で検討する。

## 2. 2 チャネルモデル

本レポートでは通信路が NLOS の場合と LOS の双方のマルチパス伝搬路を扱う。前者はレイリーフェージング、後者は仲上・ライスフェージング（または、ライスフェージング）でモデル化される。仲上・ライスフェージングモデルは、その極限にレイリーフェージングモデルを含むので、ここでは仲上・ライスフェージングモデルで説明する。

図 2 は解析対象とする伝搬環境である。同図で、左側のアレーが基地局、右側がユーザ局のイメージである。ユーザ局は建物等で周囲を囲まれた散乱体エリア内に有り、基地局は、ユーザ局方向に一定の角度広がりをもつ散乱体エリアを見下ろす環境を想定する。仲上・ライスフェージングモデルとレイリーフェージングモデルとの違いは直接波を代表する定常波が有るか無いかの違いである。仲上・ライスフェージングでは、ライスファクタと呼ばれる「定常波（直接波）成分の電力と不規則波（散乱波、マルチパス波）成分の平均電力との比」 $K$  がパラメータになる。レイリーフェージングは  $K=0$  に対応する。

空間相関が現れる基地局側でのパス方向の角度プロファイルを次式で表す。

$$\Omega_{NR}(\theta) \propto \frac{K}{(K+1)} \delta(\theta - \theta_m) + \frac{1}{(K+1)\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \exp\left(-\frac{(\theta - \theta_m)^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \quad (2)$$

ここで、 $\delta$  はデルタ関数、 $\theta_m$  はユーザ局の方向（基地局側アレーアンテナのベースラインと直交する方向を  $0^\circ$ ）、 $\sigma_\theta$  は不規則波成分のパスの角度広がり標準偏差である。

ここでは図に示している 3 つの角度 ( $\theta_p, \theta_0, \theta_a$ ) が伝送特性を支配する重要なパラメータになる。 $\theta_p$  は散乱エリアを見込む角度で、パス方向の角度広がりである。パスの広がり角  $\theta_p$  は  $\theta_p = 2\sigma_\theta$  とする。 $\theta_0$  は隣接の 2 素子で作るアンテナのビーム幅 (HPBW)、 $\theta_a$  はアレーアンテナ全体で作るアンテナのビーム幅である。 $\theta_0 \geq \theta_p$  であると素子間にフェージングの相関（空間相関）が生じる。一方、 $\theta_a \ll \theta_p$  であれば、アレーアンテナとしての高い空間分解能によりスペースダイバーシチ効果が働くことになる。一例として、 $\theta_p = 10^\circ$ 。半波長間隔で素子数 100 の一次元アレーとすると、凡そ  $\theta_0 = 60^\circ$ 、 $\theta_a = 1^\circ$  となり、 $\theta_a \ll \theta_p \ll \theta_0$  の関係になる。

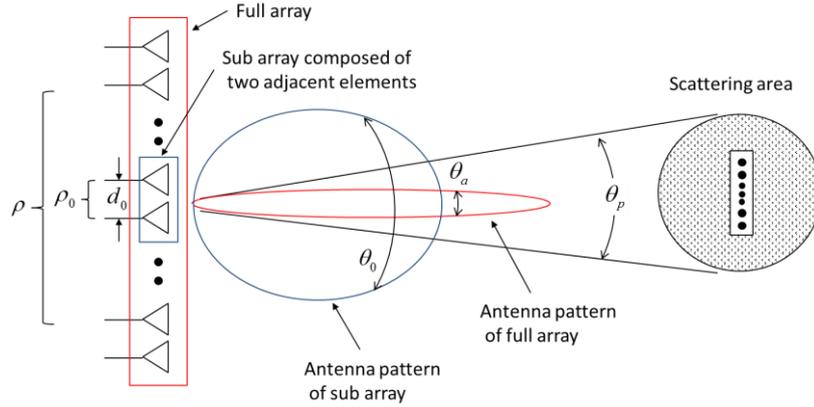


図2 検討対象とする伝搬環境とアレーアンテナパターン（1次元配列のイメージ）

基地局側から見て、散乱波のパス方向がユーザ局方向を中心に正規分布する環境では、距離差 $\Delta x$ に対する散乱波成分に対する空間相関 $\rho(\Delta x)$ は、精度のよい近似式として次式で与えられる[20]。

$$\rho(\Delta x) \approx \exp \left\{ -jk \Delta x \sin \theta_m - \frac{(k \Delta x \sigma_\theta \cos \theta_m)^2}{2} \right\} \quad (3)$$

ここで、 $k$ は電波の波数である。

なお、文献[24]では、仲上・ライスフェージング環境での空間相関特性を直接波を含めた形で扱っているが、モデル化が複雑になるため、ここでは、直接波成分を除いた散乱波成分のみでの空間相関を定義する。

以下、 $\theta_m=0$ で検討を進める。図3は波長で正規化した距離差（ $\Delta x$ /波長）、散乱エリアの角度広がり（ $\theta_p(=2\sigma_\theta)$ ）、相関係数（ $\rho$ ）の関係を示している。図より、例えば、 $\theta_p=10^\circ$ のとき、波長正規化素子間隔を0.6, 2, 4とすると、相関係数が凡そ0.95, 0.5, 0.1になる。素子間隔が2波長程度以下では空間相関の影響を受けることを意味している。相関係数 $\rho=0.7$ の線を太くしているのは、この値に対する空間距離差 $d_c$ が相関長としてよく使われる値である（ $|\rho|^2=0.5$ とする定義により[20]）。

相関の影響の有無を、説明の前半では、“ $\theta_0 > \theta_p$ ”の条件で与えたが、素子間隔 $d_0$ に対して“ $d_0 \leq d_c$ ”の条件で置き換えて考えても良い。

通信路行列 $\mathbf{A}$ を次式で表す。

$$\mathbf{A} = \sqrt{\frac{K}{K+1}} \mathbf{A}_D + \sqrt{\frac{1}{K+1}} \mathbf{A}_R \quad (4)$$

$\mathbf{A}_D$ は行列要素が全て1である定常波成分の $N \times M$ の行列、 $\mathbf{A}_R$ は直接波成分を除いた不規則波成分の $N \times M$ の行列である。

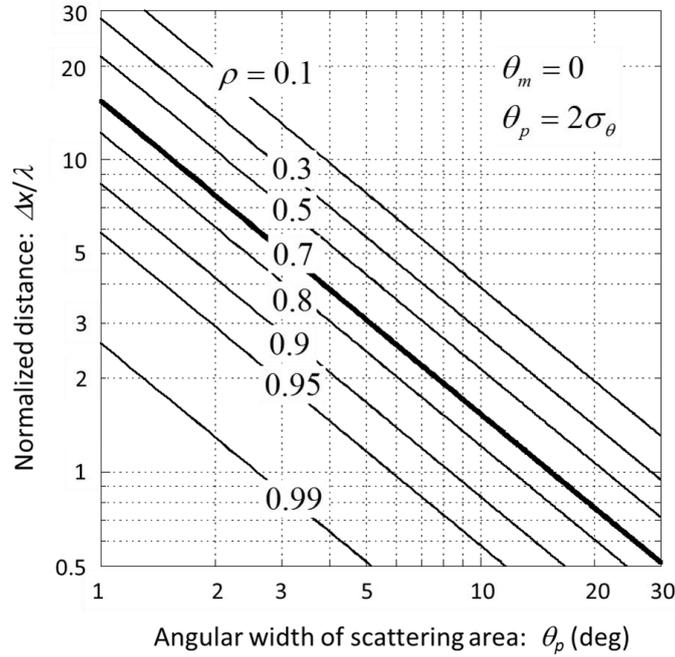


図3 波長正規化距離( $\Delta x/\lambda$ )・散乱エリアの角度広がり( $\theta_p$ )と相関係数( $\rho$ )の関係 ( $\theta_m=0$  の場合)

不規則波成分を与える行列  $\mathbf{A}_R$  の有相関環境生成は次式で表されるクロネッカーモデルを用いる[13],[14] (クロネッカーモデルの解説は[20])。

$$\mathbf{A}_R = \sqrt{\mathbf{\Pi}_{RX}} \mathbf{A}_0 \sqrt{\mathbf{\Pi}_{TX}}^H \quad (5)$$

行列  $\mathbf{A}_0$  は要素  $a_{nm}$  が平均値が 0 で無相関 (i.i.d.) のランダム行列 (要素の平均電力:  $\langle |a_{nm}|^2 \rangle = 1$ ) である。 $\mathbf{\Pi}_{TX}$  は基地局側のアレー素子  $m, m'$  間の空間相関値を要素とする相関行列 ( $M \times M$ )、 $\mathbf{\Pi}_{RX}$  はユーザ局側のアレー素子  $n, n'$  間の空間相関値を要素とする相関行列 ( $N \times N$ )、であり、等間隔リニアアレーの場合は次式で与えられる。

$$\mathbf{\Pi}_{TX} = \{\rho_{TX}(d_0(m-m'))\} \quad (m, m' = 1, 2, \dots, M) \quad (6a)$$

$$\mathbf{\Pi}_{RX} = \{\rho_{RX}(d_0(n-n'))\} \quad (n, n' = 1, 2, \dots, N) \quad (6b)$$

ここで、 $\rho_{TX}, \rho_{RX}$  は、それぞれの相関行列の要素であり、 $\{\cdot\}$  はそれらを要素とする行列を意味する。アレー素子間の相関を無相関として扱う場合には、相関行列は単位行列になる。また、図1に描いたような  $M$  素子での2次元配列アンテナの場合には、 $x$  軸方向に  $M_x$ 、 $y$  軸方向に  $M_y$  の素子が並び、 $x$  方向と  $y$  方向に相関特性が異なり、相関行列  $\mathbf{\Pi}_{TX}$  ( $M \times M$ ) は、 $x$  方向の相関行列  $\mathbf{\Pi}_{TX,x}$  ( $M_x \times M_x$ ) と  $y$  方向の相関行列  $\mathbf{\Pi}_{TX,y}$  ( $M_y \times M_y$ ) のクロネッカー積

$(M_x M_y \times M_x M_y)$  で近似できる。

本レポートでは、ストリーム選択型固有モード伝送時の通信路容量対して、空間相関が与える影響を調べることを目的に、相関の影響を受ける局を基地局側のみとし、ユーザ局側の相関行列  $\mathbf{\Gamma}_{RX}$  は  $N \times N$  の単位行列とする。また、アンテナ構成は直線上に等間隔  $d_0$  で  $M$  個の素子を配置する 1 次元アレーとする。また、素子間の相関（空間相関）は、式(3)より、素子の組み合わせによって異なるが、有相関の伝搬環境を表現するときには、隣接素子間に対する空間相関  $\rho_0 = \rho(d_0)$  で与える。

### 3. ランダム行列の漸近固有値分布

伝搬チャネルのように行列要素が不規則確率過程で定まる行列はランダム行列と呼ばれる。ランダム行列の行列サイズが十分大きいところでは、その要素の確率分布に関係なく、行列の固有値が一定の分布に近づくことが調べられている。このような性質を持つ固有値分布は漸近固有値分布と呼ばれる。

漸近固有値分布は、行列の形に応じていくつかの法則が知られている[17],[25]。無線通信で重要となる行列は、 $N \times M$  のランダム行列  $\mathbf{A}$  に対して、 $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$  あるいは  $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$  の形で表されるウィシャート行列である。ウィシャート行列はエルミート行列であり固有値は非負の実数である。

行列  $\mathbf{A}$  の  $M$  と  $N$  の比を  $\beta$  とし、 $N \rightarrow \infty$  でのウィシャート行列の順序無正規化固有値  $\hat{\lambda}$  の漸近固有値分布  $f(\hat{\lambda})$  を考える。

$$\beta \equiv M / N \quad (7a)$$

$$\hat{\lambda} \equiv \lambda / N \quad (7b)$$

$$f(\hat{\lambda}; \beta) \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} f^{unord}(\hat{\lambda}; N, \beta) \quad (7c)$$

ここで、(7c) 式の  $f^{unord}$  は順序無し正規化固有値の確率分布を表す。

要素が i.i.d. で、平均値 0、分散 1 のランダム行列  $\mathbf{A}_0$  より成るウィシャート行列の漸近固有値分布  $f(\hat{\lambda})$  は、マルチェンコ・パスツール則 と呼ばれ、 $\beta \geq 1$  ( $M \geq N$ ) に対して、次式で与えられる[26]（この解説は[17]に、その導出は[19]に）。

$$f_{MF}(\hat{\lambda}) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4\beta - (\hat{\lambda} - 1 - \beta)^2}}{2\pi\hat{\lambda}} & \text{for } (1 - \sqrt{\beta})^2 \leq \hat{\lambda} \leq (1 + \sqrt{\beta})^2 \\ 0 & \text{for others} \end{cases} \quad (8)$$

$\beta < 1$ 、すなわち、 $M < N$  で  $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$  の固有値を求める場合に、値が 0 となる固有値を含むことになるので、その場合にはデルタ関数が加えられたもの（文献[20]の(9.37)式）になる。し

かし、本稿で対象とするストリーム選択型固有モード伝送 ( $L \leq \min\{M, N\}$ ) では、0 を含まない固有値の分布のみで議論ができ、 $\beta \geq 1$  に限定して、式(8)で考えてよい。図4は、正規化固有値の確率密度関数を、 $\beta$  をパラメータとして示している。それぞれ、正規化固有値が限定された範囲に収まるのが興味深い ( $\beta=1$  では、0~4 の範囲)。

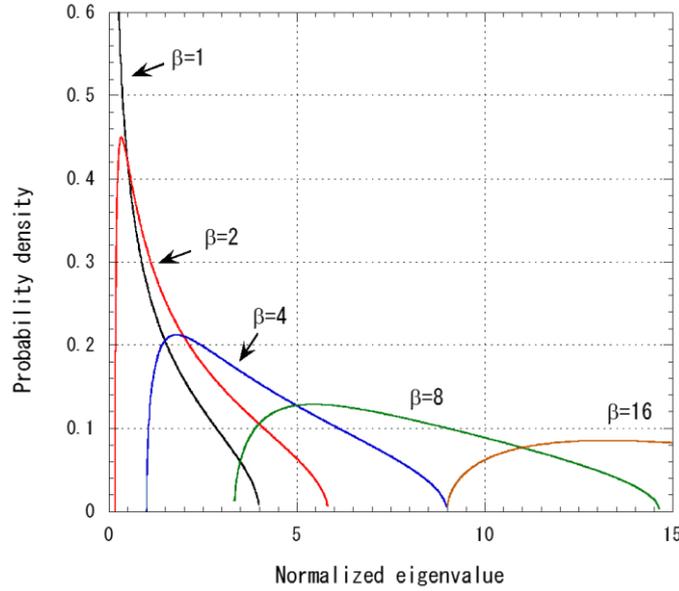


図4 正規化漸近固有値分布 (マルチェンコ・パスツール則)

累積分布関数は次式である[27]。

$$F_{MP}(\hat{\lambda}) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \sqrt{-\hat{\lambda}^2 + 2(1+\beta)\hat{\lambda} - (1-\beta)^2} - (1+\beta) \sin^{-1} \left( \frac{1+\beta-\hat{\lambda}}{2\sqrt{\beta}} \right) - |1-\beta| \sin^{-1} \left( \frac{(1+\beta)\hat{\lambda} - (1-\beta)^2}{2\sqrt{\beta}\hat{\lambda}} \right) + \pi \right\} \quad (9)$$

累積確率を  $p$  とすると、(9)式は、 $p = F(\hat{\lambda})$  の形である。一方、後の通信路容量解析においては、 $p$  を与えて  $\hat{\lambda}$  を求める必要があり、 $\hat{\lambda} = F^{-1}(p)$  の形がほしい。しかし、(9)式の形から、それを閉形式で表すことは難しいように (あるいは不可能に) 思われる。そこで、マルチェンコ・パスツール則の累積分布関数を(9)式により数値計算し、その逆関数をグラフ処理ソフトの回帰曲線作成機能を使って多項式近似で表す。具体的には、

$$g(p; \beta) \left\{ \equiv F_{MP}^{-1}(p; \beta) \right\} \approx \sum_{q=0}^6 b_q p^q \quad (10)$$

である。正規化漸近固有値の存在範囲  $\hat{\lambda}_{\min} \leq \hat{\lambda} \leq \hat{\lambda}_{\max}$  において、6次の多項式の近似で十分であり、 $\beta=1, 2, 4, 8, 16$  に対して係数  $b_q$  は表1で与えられる (注2)。

表1 マルチェンコ・パスツール則に基づく正規化漸近固有値と累積確率の関係を表す多項式近似の各係数（表中の項目  $R$  は厳密式（式(9)）と近似式の値の相関係数。 $\beta=1$  については注2参照）

$\beta$	1	2	4	8	16
$\hat{\lambda}_{\min} / \hat{\lambda}_{\max}$	0/4	0.1716/5.828	1/9	3.343/14.66	9/25
$b_0$	0.04595	0.22119	1.0727	3.4583	9.1797
$b_1$	-3.1389	0.23316	4.3422	10.146	18.394
$b_2$	36.149	23.502	12.866	-1.4689	-21.627
$b_3$	-140.03	-101.8	-76.134	-43.97	-0.05773
$b_4$	273.65	216.62	185.77	150.49	104.33
$b_5$	-251.76	-211.37	-194.85	-178.83	-159.75
$b_6$	88.961	78.271	75.754	74.605	74.243
$R$	0.99977	0.99986	0.99991	0.99993	0.99994

【注2】本稿の検討では主に  $p > 0.5$  が計算対象になっているが、 $\beta=1$  でかつ  $p$  が 0 に近い部分、すなわち、 $\hat{\lambda}$  が 0 に漸近する部分を高精度に求めたい場合には、以下の近似式がその目的にかなっている。

$$g(p; \beta) \Big|_{\beta=1} \approx 2.467 p^2 \quad (0 < p \leq 0.2) \quad (10)$$

大規模ウィシャート行列の正規化固有値分布と小規模ウィシャート行列の正規化固有値分布にはその意味合いにおいて本質的な違いが有る。小規模行列では、固有値の数は少なく、統計的な意味を持たせるためには、多数回の試行を行ってその分布を見ることになる。一方、大規模行列では、十分な数の固有値が一つの行列の中に現れ、それ自身が統計的性質を持つ。両者の確率分布の形そのものは、実際に数値計算によって比較してみると気づくように、かなり類似の形をしている[20],[25]。その場合でも、大規模ウィシャート行列では、その一つの行列の中に、多数の固有値が分布し、行列を変えても同じような分布が毎回現れ、ランダム行列であっても、行列ごとの特性が安定である。一方、小規模行列では、例えば  $N=M=2$  では、一つの行列に現れる固有値の数は2つであり、行列を変える毎に値に大きなばらつきがある。その多数回の試行の結果としての分布になる。「一つの行列の中に確率分布の全体が現れる（大規模行列）」のと「行列毎に確率的にばらついて現れる（小規模行列）」の違いである。

## 4. 有相関レイリーフェージング環境における情報伝送能力

### 4.1 固有値分布

レイリーフェージング環境は2.2節で示したチャンネルモデルにおいて、ライスファクタを  $K=0$  としたものである。図5は、 $N=M=100$  と  $N=M=10,000$  としたときの正規化固有値  $(\lambda/N)$  の累積分布を、隣接素子間の相関係数  $\rho_0$  をパラメータとして示している。無相関の場合、すなわち、 $\rho_0=0$  については、マルチェンコ・パスツール則の理論カーブ(式(9)の  $F_{MP}$ )も併せて示している。どの相関値についても  $N=100$  の特性が  $N=10,000$  のものとよく一致していることから、素子間に相関がある環境においても  $N$  が十分大きいところで収斂する正規化漸近固有値分布  $f(\hat{\lambda}; \beta, \rho)$  が存在することがわかる。すなわち次式の表現である。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\hat{\lambda} - \lambda_i / N) \Rightarrow f(\hat{\lambda}; \beta, \rho) \quad (11)$$

i. i. d. の環境に対するマルチェンコ・パスツール則(式(8))の導出が数学的に高度であることを考えると、相関があるときの漸近固有値分布  $f(\hat{\lambda}; \beta, \rho)$  の理論式を求めることは容易なことではないと理解するが、例えば、 $N=10,000$  のシミュレーション結果を理論分布の代用とすることはできる。

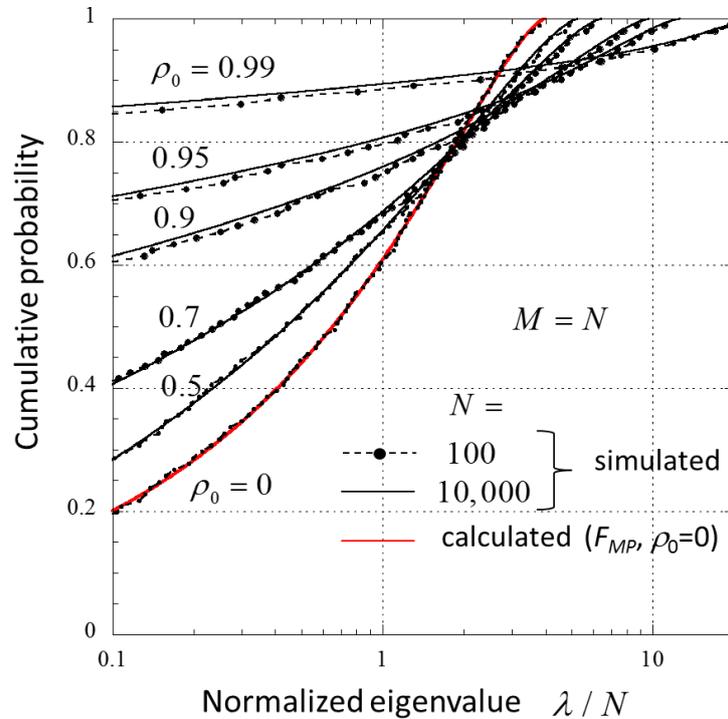


図5 正規化固有値累積分布の相関特性依存性

図より、素子間の相関が大きくなるに従い、累積確率の値が 1 に近い部分（例えば上位 10%に対応する累積確率 0.9~1.0 の部分）に、無相関のときの固有値の大きさに比べてより大きな値になることが分かる。図 6 は、 $N=10,000$  のデータについて、図 5 の座標の縦軸と横軸を入れ替え、かつ、横軸を  $L/N(\%)$  と読み替えている。無相関 ( $\rho_0=0$ ) の固有値分布より大きい値を有する上位固有値の範囲は、 $\rho_0=0, 0.7, 0.9, 0.95, 0.99$  に対して、21.4%, 17.7%, 14.7%, 8.5% である。次節での通信路容量解析では、この性質により、 $L/N$  が 20% 程度以下のストリーム選択型固有モード伝送では、有相関時の方が通信路容量が大きくなる結果が示される。

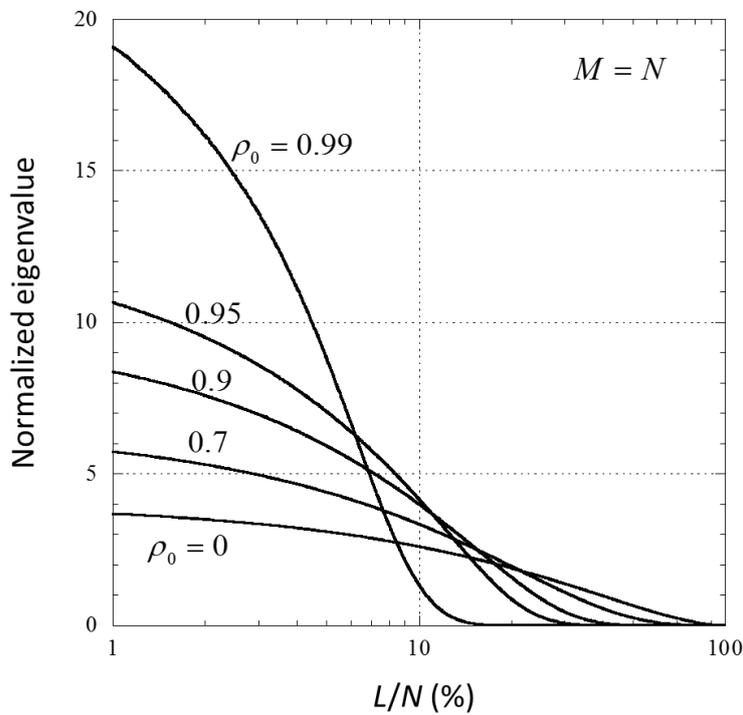


図 6  $M=N$ における有相関時の固有値増大部分

#### 4. 2 通信路容量

式(1)で示したストリーム選択型固有モード伝送(直交マルチストリーム伝送)を考える。選択する上位  $L$  個のストリームに配分する電力を等しくする方法 ( $\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \dots = \alpha_L^2 = 1/L$ ) と、注水定理に基づく最適化を行う方法 ( $\alpha_1^2 \geq \alpha_2^2 \geq \dots \geq \alpha_L^2; \sum \alpha_i^2 = 1$ ) の二つを調べる。等電力配分での通信路容量  $C_{EP}$  及び注水定理電力配分での通信路容量  $C_{WF}$  は、それぞれ、以下によって求められる。

$$C_{EP} = \sum_{i=1}^L \log_2 \left( 1 + \frac{\gamma_0 \lambda_i}{L} \right) \quad (12a)$$

$$C_{WF} = \sum_{i=1}^{L_0} \log_2 \left( 1 + \alpha_i^2 \gamma_0 \lambda_i \right) \quad (L_0 \leq L) \quad (12b)$$

正規化漸近固有値分布の累積分布関数  $F$  の逆関数を  $F^{-1}$  とすると、順序統計理論より、累積確率  $p_i$  が  $(N-i+1)/(N+1)$  に対応付けられるので[28],[29]、固有値  $\lambda_i$  は次式で近似できる。

$$\lambda_i \approx NF^{-1} \left( \frac{N-i+1}{N+1} \right) \quad (12c)$$

無相関フェージングの場合、すなわち、 $\rho=0$  では、 $F^{-1}$  は(10)式の  $g$  に置き換えられるので、この状態での通信路容量  $C_{EP,0}$ ,  $C_{WF,0}$  はそれぞれ次式によって数値計算ができる。

$$C_{EP,0}(N, L, \beta, \gamma_0) \approx \sum_{i=1}^L \log_2 \left( 1 + \frac{\gamma_0 Ng \{(N+i-1)/(N+1)\}}{L} \right) \quad (13a)$$

$$C_{WF,0}(N, L, \beta, \gamma_0) \approx \sum_{i=1}^{L_0} \log_2 \left( 1 + \alpha_i^2 \gamma_0 Ng \{(N+i-1)/(N+1)\} \right) \quad (13b)$$

さらに、 $\beta=1$  (すなわち  $M=N$ )、かつ、 $L=N$  の状態では、 $C_{EP,0}$  について、次式の理論式が導かれている[2]。

$$\begin{aligned} C_{EP,0}(N, N, 1, \gamma_0) &= N \int_0^4 \log_2 \left( 1 + \hat{\lambda} \gamma_0 \right) f(\hat{\lambda}; \beta=1) d\hat{\lambda} \\ &= \frac{N}{\ln 2} \left( \ln \gamma_0 - 1 + \frac{\sqrt{1+4\gamma_0} - 1}{2\gamma_0} + 2 \tanh^{-1} \frac{1}{\sqrt{1+4\gamma_0}} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

図7は、 $N=M=100$  の MIMO において、ストリーム数  $L$  に対する通信路容量  $C_{EP}$ ,  $C_{WF}$  を無相関環境 (相関係数  $\rho=0$ ) について、すなわち  $C_{EP,0}$ ,  $C_{WF,0}$  を示している。SN 比  $\gamma_0$  を 10 (10dB), 1 (0dB), 0.1 (-10dB) にしている。図で、カーブはシミュレーション結果 ( $L$  を 1 ステップで実行) をつないだもの、 $\times$  は式(13a)による  $C_{EP,0}$  の計算値、 $\bullet$  は式(13b)による  $C_{WF,0}$  の計算値、 $\circ$  は式(14)による  $C_{EP,0}$  ( $L=N$ ) の場合の計算値である。図より、シミュレーション結果と 2 種類の計算値 (式(13)と(14)) はよく一致しており、本解析が妥当であることの確認になっている。なお、 $C_{WF,0}$  は、 $C_{EP,0}$  の最大値付近までは、ほとんど同じ値になり、それを超えると一定値になる。これは、注水定理の帰結として、使用ストリーム数には SN 比に依存する最大値  $L_0$  ( $\leq L$ ) があり、それを超える固有値に対応するストリームは使用しないことによる飽和現象である。

図8は図7と同じ MIMO 構成における有相関フェージング環境での通信路容量の計算機シミュレーション結果を示している。同図(a)は  $\gamma_0=10$ , (b)は  $\gamma_0=1$  である。固有値解析の結果 (図5, 6) からの推測のとおり、ストリームの使用率が 10% 以下では、 $C_{EP} > C_{EP,0}$ ,  $C_{WF} > C_{WF,0}$  に、また、20% 程度でも  $\rho \leq 0.95$  に対して、同様の結果になっている。このよう

に、限定した数のストリームを利用する通信方式については、空間相関の存在は通信路容量を上げる働きをすることが分かる。これは、スペースダイバーシチにおいては空間相関が特性を劣化させるのに対して逆の作用になる。また、小規模 MIMO の一般的な伝送方式である全ストリーム利用の通信においても空間相関は通信路容量を劣化させる働きになるが [21]-[23]、本レポートで検討している伝送方式（送受信大規模アレーでストリームを選択使用する方式）では空間相関がメリットを生み出していることが特徴になる。これは、存在するストリーム数が多いことによって、ストリームの部分使用であっても空間相関によって強められている十分な数のストリームを選ぶことができ、自システム内でスペースダイバーシチ機能が働いた結果と解釈できる。

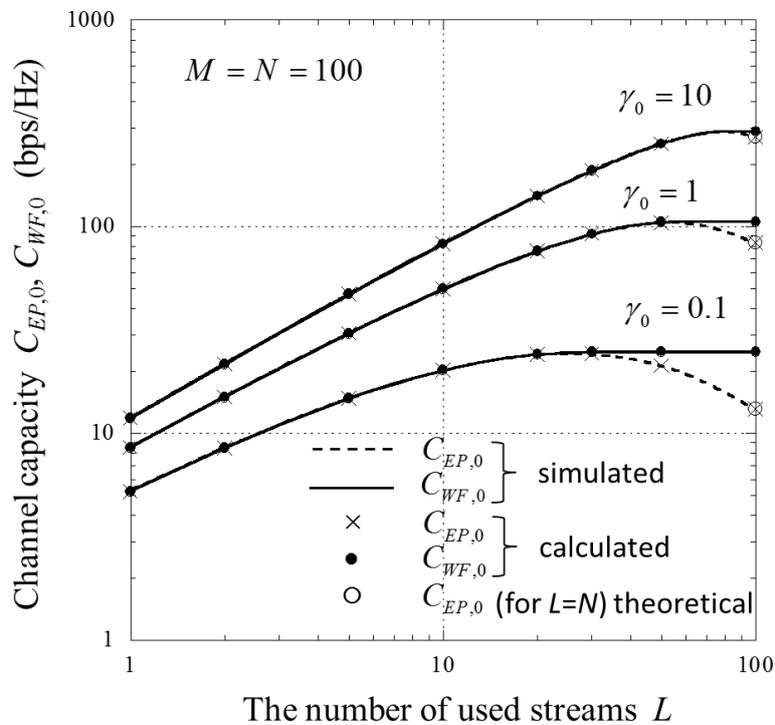
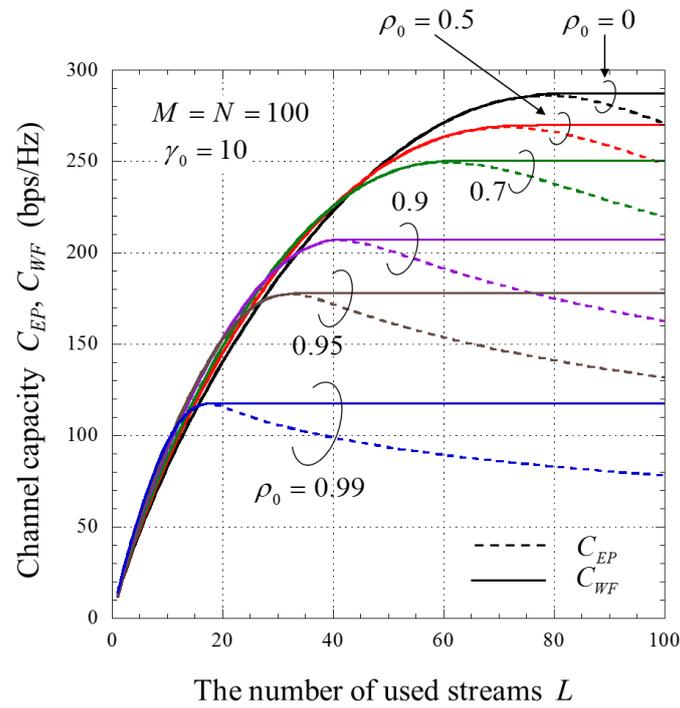
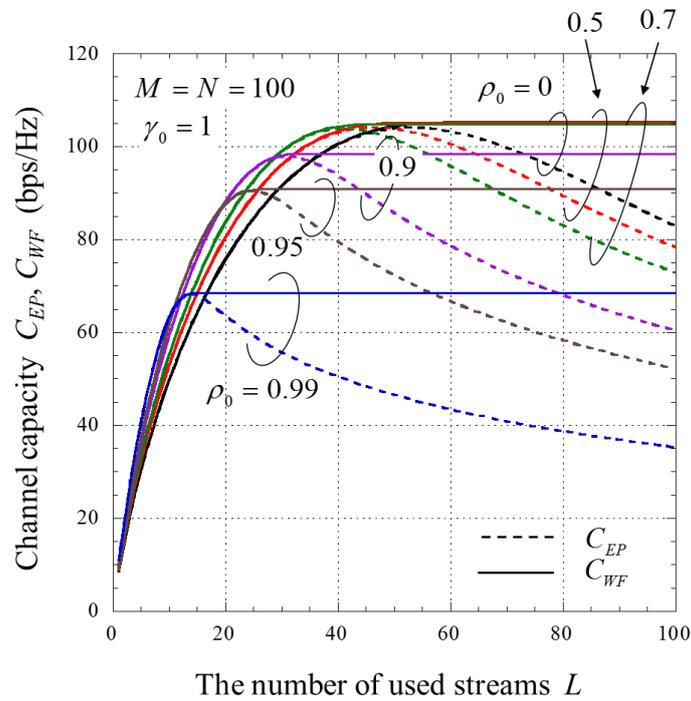


図7 無相関時の通信路容量 ( $C_{EP,0}$ ,  $C_{WF,0}$ ) のシミュレーション値と計算値の比較



(a)  $\gamma_0 = 10$



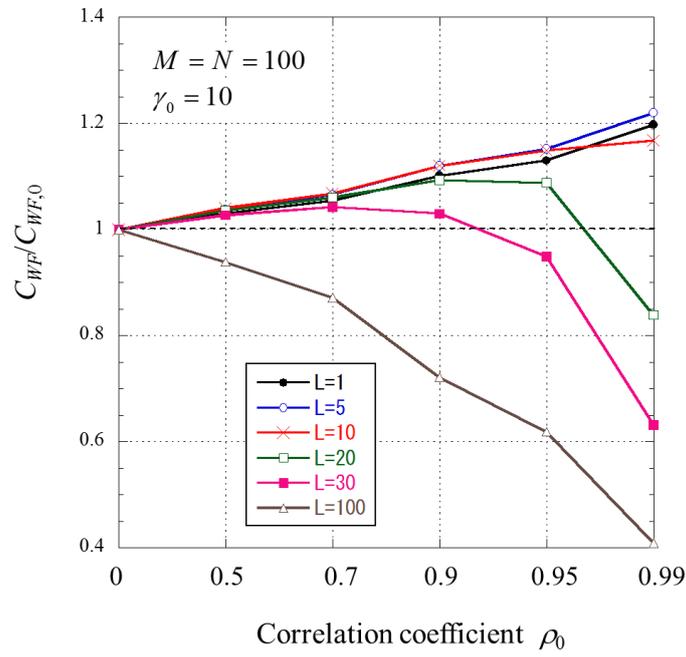
(b)  $\gamma_0 = 1$

図8 ストリーム数選択数に対する有相関時の通信路容量 ( $M=N=100$ )

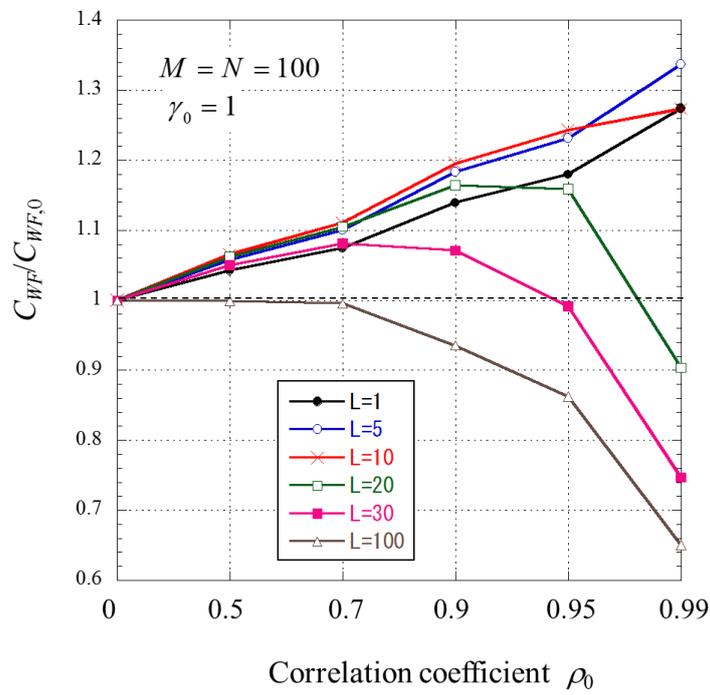
図8の結果をもう少し詳細に見てみたい。図9は図8に対して、 $C_{WF,0}$  で正規化した通信路容量： $C_{WF}/C_{WF,0}$  を、空間相関 $\rho_0$ と選択数 $L$ に対して示している。 $N=100$ であるので、 $L$ をストリーム使用比率 (%) とみなしてもよいであろう。図9より、 $C_{WF}/C_{WF,0} > 1$  となる条件は、使用ストリーム数比率、相関値、SN比などに依存するが、上記で結論したように使用率20%以内では、通常の有相関環境フェージング環境において満たされていると言える。

システムの設計においては、有相関時に通信路容量が上がることを積極的に利用することより、アンテナ間隔を狭くすることによって空間相関が増大しても、そのことが、通信路容量低下をもたらさない、すなわち、数値計算が容易な無相関時の通信路容量  $C_{WF,0}$  (あるいは  $C_{EP,0}$ ) を下限値として、設計はこれで行うという考え方がよいであろう。

有相関環境でも通信路容量が低下しないという性質は、アンテナの小型化に寄与することになる。例えば、想定する運用環境でのパスの角度広がりが $\theta_0=10^\circ$ 程度であったとする。スペースダイバーシチではダイバーシチオーダの低下を防ぐため素子間隔は無相関に近い値を選ぶ。その場合は、図3より、 $\rho_0=0.3$  にしたければ  $d_0=3$  波長が必要になる。一方、本レポートで検討している伝送方式では、同図より、通信路容量  $C$  は $\rho_0=0.95$  程度までは無相関時の通信路容量  $C_0$  以上にあるので、素子間隔  $d_0$  は0.6 波長でよいことになる。アレーアンテナ全体のサイズが、スペースダイバーシチで求められるサイズに比べて1/5で済むことになる。素子間隔を狭くした小型サイズのアンテナで実現できることになり、非常に大きいメリットと言える。



(a)  $\gamma_0=10$



(b)  $\gamma_0=1$

図9 選択ストリーム数  $L$  に対する正規化通信路容量と相関係数の関係 ( $M=N=100$ )

## 5. 有相関仲上・ライスフェージング環境における情報伝送能力

### 5.1 固有値分布

LOS 環境を代表する仲上・ライスフェージング環境のパスの角度スペクトルは式(2)で、チャンネル行列は式(4)で表される。仲上・ライスフェージング環境では定常波（直接波）電力と不規則波（散乱波）の平均電力との比  $K$ （ライスファクタ）がパラメータになる。仲上・ライスフェージング環境での固有値の確率分布の理論解析は[30],[31]で行われている。しかし、これらのモデルでは、アンテナ素子数の増加と共に計算の複雑さが増し、大規模 MIMO への適用が難しい。そこで、 $N$  が大きい場合に期待される近似モデルを考え、この妥当性を計算機シミュレーションで調べる。

仲上・ライスフェージング環境での大規模 MIMO の固有値  $\lambda_i$  を以下の近似式で仮定する。

$$\lambda_i \approx \begin{cases} \frac{K}{K+1} \lambda_D + \frac{1}{K+1} \lambda_{R,i} & (i=1) \\ \frac{1}{K+1} \lambda_{R,i} & (2 \leq i \leq N) \end{cases} \quad (15a)$$

ここで  $\lambda_D$  は(4)式の直接波成分行列  $\mathbf{A}_D$  の第一固有値、 $\lambda_{R,i}$  は散乱波成分行列  $\mathbf{A}_R$  の  $i$  番目の固有値であり、 $\lambda_D, \lambda_{R,i}$  はそれぞれ次式で与えられる。

$$\lambda_D = \beta N^2 (= MN) \quad (15b)$$

$$\lambda_{R,i} \approx NF_R^{-1}(p_i; \beta, \rho_0) \quad (15c)$$

$$p_i = \frac{N-i+1}{N+1}$$

ここで、 $F_R$  は、レイリーフェージングの場合の正規化漸近固有値分布の累積確率、 $F_R^{-1}$  はその逆関数である。無相関 ( $\rho_0=0$ ) の場合は、 $F_R^{-1}$  を MP 則で求めた式(10)の  $g$  を用いて、数値計算ができる。

以下、計算機シミュレーションにより、この近似の精度を確かめてみたい。

図 10 は式(4)のチャンネルモデルにおいて、 $K=10, M=N=100, 10000$  の正規化固有値 ( $\lambda/N$ ) の累積分布である。同図で、累積確率 1 に近いところにある第 1 固有値は枠外に飛び出しているが見えていないが、それ以外の部分については、 $N=100$  と 10000 で無視できる誤差の範囲で同じ特性になっており、漸近固有値分布の性質（形状が  $N$  に依存しない）ことがわかる。また、レイリーフェージングの場合の図 5 と比べると、 $1/(1+K)=0.091$  倍にした以外はほとんど同じ（図の横軸が対数スケールであるため、左側への単純シフト）になっていて、式(15)の精度が十分であることが分かる。図 10 は  $K=10$  の場合であるが、他の  $K$  の値についても同様に良好な近似精度であることを確認している。

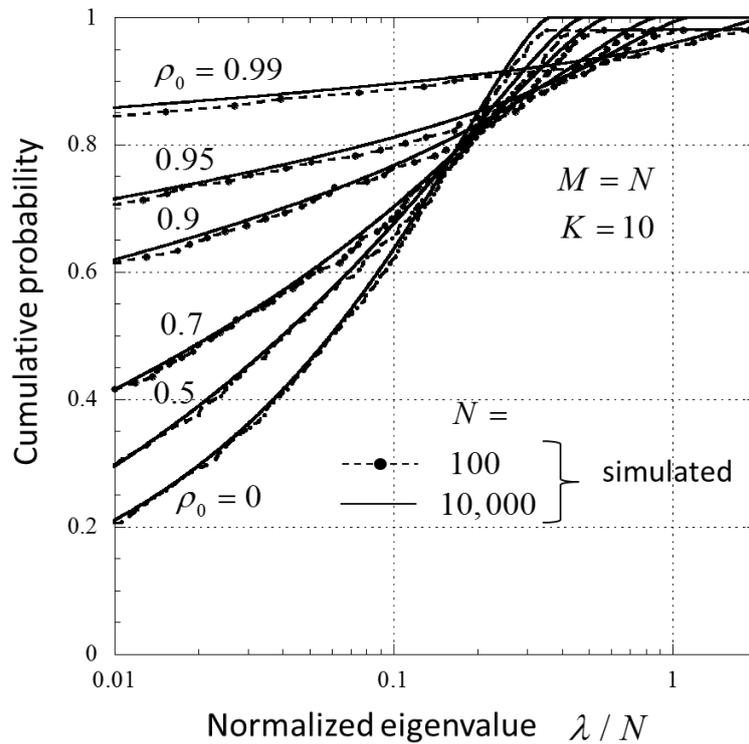


図 1 0 有相関仲上・ライスフェージング環境における正規化固有値 ( $\lambda/N$ ) の累積分布

次に、第 1 固有値の周辺、すなわち、第 1 固有値( $\lambda_1$ )と、第 1 固有値の影響を最も受けやすい第 2 固有値( $\lambda_2$ )について、式(4)による通信路行列  $\mathbf{A}$  から直接に固有値を求めたもの (①) と、式(15a)により  $\mathbf{A}_D$  と  $\mathbf{A}_R$  の固有値をそれぞれ求め足し合わせたもの (②) の違いを調べる。図 1 1 は、 $\rho_0=0, 0.9, 0.99, K=10, M=N$  において、 $N$  を 8 から 1024 まで 2 の累乗値ごとに、①と②による正規化固有値 ( $\lambda_1/N, \lambda_2/N$ ) を計算機シミュレーションにより求めて比較している。同図には、 $\rho_0=0$  について、マルチェンコ・パスツール則に基づく近似理論計算値 (③ ; (15c) 式の  $F_R^{-1}$  を式(10)の  $g$  で置き換えて求めたもの) も加えている。図より、 $N$  が 8 以上の広い範囲にわたって、行列  $\mathbf{A}$  から求めた固有値① (比較の基準値)、 $\mathbf{A}_D, \mathbf{A}_R$  のそれぞれから求めた固有値の和②、マルチェンコ・パスツール則に基づく近似理論計算値③の三者が十分な精度で一致していることが分かる。第 1 固有値については、全てのケースが重なって一つの線にしか見えないが、これは、空間相関の影響を受けない直接波成分の第 1 固有値  $\lambda_D$  が散乱波成分の第 1 固有値  $\lambda_{R,1}$  に比べて桁違いに大きいためである。

図 1 0、1 1 によって、(15) 式で与えた近似式が、 $N \geq 8$  のマッシブ MIMO の固有値推定において、十分な精度を有していると結論できる。図 1 2 は、固有値の分布に関して上記結論を整理してまとめたものである。

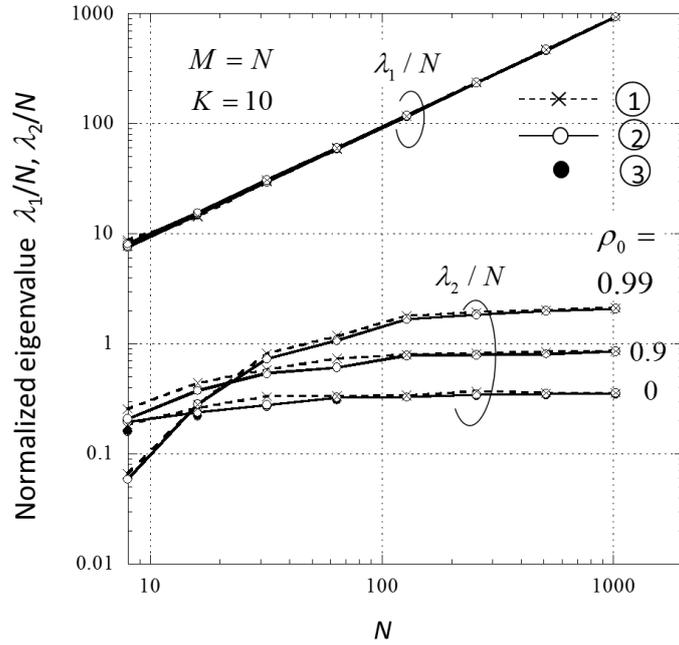


図 1.1 有相関仲上・ライスフェージング環境での正規化第 1 固有値と第 2 固有値の算出法比較 (①: 通信路行列  $\mathbf{A}$  から、②:  $\mathbf{A}$  を分解した  $\mathbf{A}_D$  と  $\mathbf{A}_R$  のそれぞれの固有値から、③: マルチェンコ・パスツール則に基づく近似理論計算値 ( $\rho_0=0$ )。  $\lambda_1$  が一本の線に見えるのは各相関値に対する①~③がほぼ重なっているため)

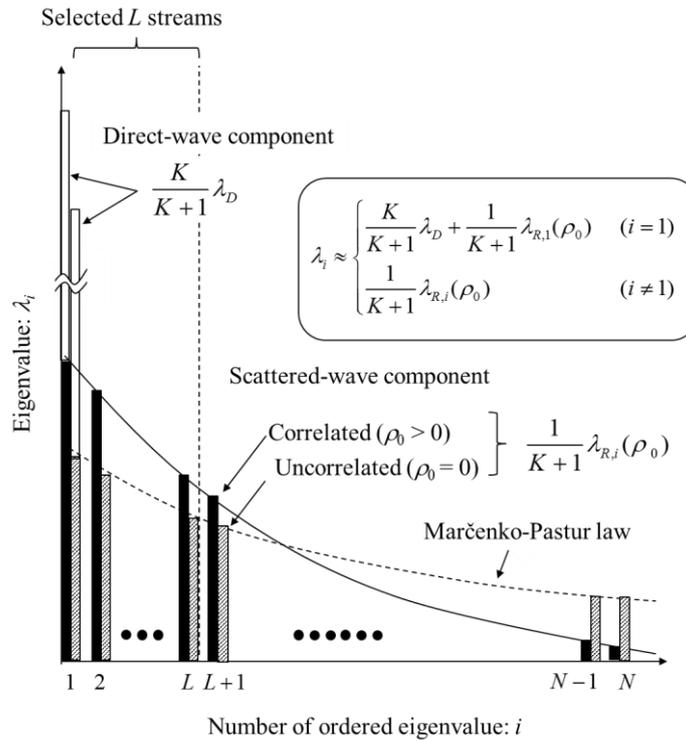


図 1.2 有相関仲上・ライスフェージング環境での固有値分布の近似的構造

## 5. 2 通信路容量

仲上・ライスフェージング環境での伝送特性評価では、定常波成分と不規則波成分の電力関係の与え方によって導き出す結論が変わってしまう場合がある。本レポートでは、ライスファクタ  $K$  の変化に対して平均受信電力（直接波成分電力と散乱波成分の平均電力の和）一定の条件を採る。すなわち、SN 比  $\gamma_0$  を  $K$  に依存しない形で与える。他のケースを評価したい場合、例えば、定常波電力を一定としたい場合には、以下に提示するモデルで SN 比  $\gamma_0$  をライスファクタ  $K$  の関数にして与えればよい。

通信路容量の計算式は、前節の式(12)と同じである。その中で用いられる固有値  $\lambda_i$  は式(15)で与えられる。空間相関のない環境 ( $\rho_0=0$ ) での通信路容量は、漸近固有値分布であるマルチェンコ・パスツール則の累積分布の逆関数  $g(p;\beta)$  の式(10)により、数値計算によって求められる。前節では、等電力分配と注水定理に基づく最適分配の両方を求めたが、ここでは、最適分配での結果のみを示す。

図 1 3 は仲上・ライスフェージング環境における通信路容量  $C_{WF}$  を、ライスファクタ  $K$  (dB 値) を関数として、 $N=M=100$ ,  $L=10$ ,  $\gamma_0=1$  と 10 の場合を示している。 $K \leq -10$  dB (真値で 0.1) では、ほぼ NLOS、すなわちレイリーフェージングである。通常の LOS 環境は  $K$  が 5dB ~ 20dB (3~100) 程度である。また、図には相関値  $\rho_0$  の異なる 4 種類(0, 0.7, 0.9, 0.99) のシミュレーション結果のカーブと、 $\rho_0=0$  に対応するマルチェンコ・パスツール則 (式(12)) での  $C_{WF,0}$  の計算値も示している。さらに、 $K$  が十分大きなところで収斂する直接波成分のみでの通信路容量を点線で示している。この図からは、以下のことが読み取れる。

- i) 空間相関値に対する通信路容量の大小関係は、 $K \leq -10$  dB のレイリーフェージング領域から  $K$  の無限大領域 (同図の  $K=40$  dB 付近) で収束するまで、そのまま維持される。すなわち、4 章でのレイリーフェージングの結果を踏まえれば、仲上・ライスフェージング環境においても、 $\rho_0 \leq 0.95$ ,  $L/N \leq 0.2$  の範囲では、空間相関は、通信路容量を増加させる働きを持つ。上記の条件の範囲で無相関環境  $\rho_0=0$  での通信路容量  $C_{WF,0}$  は通信路容量  $C_{WF}$  の下限値を与える。
- ii)  $\gamma_0=1, 10$  共に、 $\rho_0=0$  の場合については、シミュレーション値と計算値が、1 ストリーム伝送に近づく動作不安定部分 ( $K$  が大きい部分での若干のばらつきがでてい)を除き、精度よく一致しており、 $C_{NR,0}$  の計算式(12)は、通信路容量の下限値の定量的推定を可能としている。
- iii) ライスファクタ  $K$  が十分小さいところでレイリーフェージングの特性に、十分大きいところで定常波のみの特性に収束し、その間は、 $K$  に対して特性が徐々に変化する。その場合でも、現実的な LOS 環境 ( $K$  が 5dB ~ 20dB) では、SN 比がある程度大きい場合においては、直接波成分のみを示す点線の値に対して十分大きな通信路容量となっており、第一固有値以外も利用するマルチストリーム伝送のメリットが失われていない。

図 1 4 は無相関な仲上・ライスフェージングに対する通信路容量  $C_{WF,0}$ 、すなわち、 $C_{WF}$  の下限値について、アンテナ素子数  $M$  と  $N$  がアンバランスな場合を調べている。 $N=10$ ,  $\gamma_0=10$

で、 $M=10$  ( $\beta=1$ )、 $M=40$  ( $\beta=4$ )、 $M=160$  ( $\beta=16$ )の3つの場合を対象に、 $L=1$  と 2 の計算値とシミュレーション値を示している。何れも、上述の項目 ii)で述べたように、(12b), (15)式により、非常に精度良い推定ができていることがわかる。なお、シミュレーション値の各プロットは乱数で発生させた一つの行列に現れた値であり、平均操作はしていない。このように大規模 MIMO での固有値特性は、その一つの行列の中に確率分布に従った固有値が発生していて、特性のばらつきが抑えられている。このような安定した特性が得られるのが、大規模 MIMO の特徴になる。

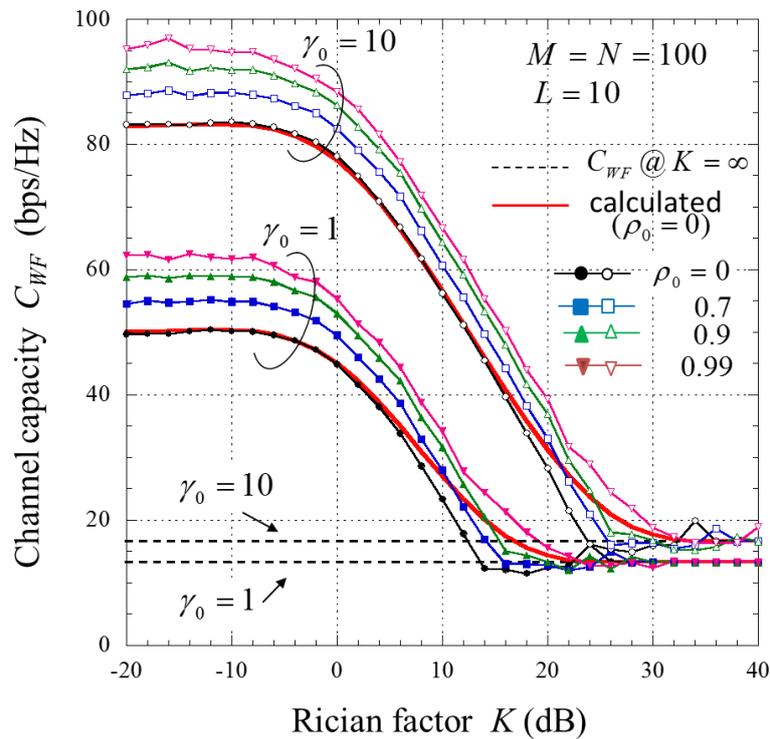


図 1.3 仲上・ライスフェージング環境における通信路容量  $C_{WF}$  のライスファクタ  $K$  (dB 値)依存性 ( $N=M=100, L=10, \gamma_0=1$  と  $10$ )

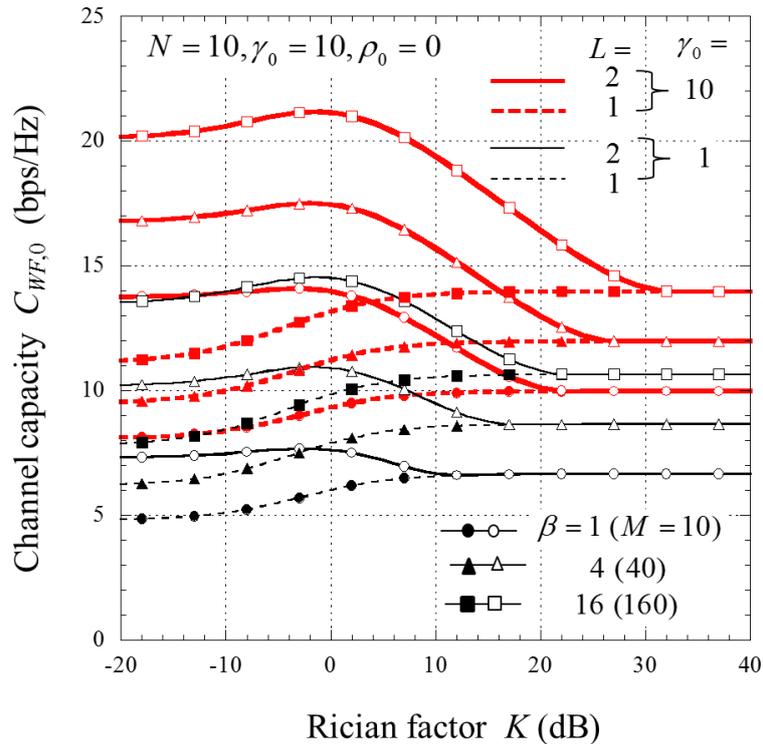


図 1.4 アンテナ素子数  $M$  と  $N$  がアンバランスな場合の無相関な仲上・ライスフェージングに対する通信路容量  $C_{WF,0}$  ( $C_{WF}$  の下限値) ( $N=10, L=1$  と  $2, \gamma_0=10$ )

## 5. むすび

見通し外 (NLOS) を代表するレイリーフェージング、見通し内 (LOS) を代表する仲上・ライスフェージングの両環境において、マッシブMIMOの伝送特性 (通信路容量) は、ランダム行列の漸近固有値分布の性質から求められることを示した。その一つとして、 $N \times M$  ( $M \geq N$ ) のマッシブMIMOにおいて、 $N$  個のストリーム中から  $L$  個を選択利用する固有モード伝送を取り上げ、空間相関の伝送特性に与える影響を調べ、 $L/N$  が 20% 程度以下では空間相関はむしろ通信路容量を上げる働きを持つことを示した。スペースダイバーシチにおいては、空間相関の影響は伝送特性の劣化をもたらすため、アレーアンテナの素子間隔は無相関に近いところまで広げるのを理想としているが、マッシブMIMOのある種の応用では、むしろアンテナ間隔は狭めて相関を高めた方が良いという逆の結論を導いた。これらの結果をまとめると、以下のとおりである。

- 1) 全ストリーム数  $M$  に比べて少数  $L$  の直交ストリームを利用するマルチストリーム伝送 (目安として  $L/N$  が 20% 程度以下) においては、空間相関は通信路容量  $C$  を増加させる働きをする。
- 2) 空間相関はアンテナ素子間隔が狭くなるときに発生するので、上記 1) により、アンテ

ナを小型サイズで実現することにメリットが生まれる。

3) 空間相関が無い場合の通信路容量 $C_0(C_{EP,0}, C_{WF,0})$ は、仲上・ライスフェージングの場合も含めて、マルチェンコ・パスツール則に従う漸近固有値分布の性質を取り入れた簡易な計算式から精度よく推定できる。1) より、 $L/N \leq 20\%$ 程度のマルチストリーム伝送において、通信路容量比 $C/C_0$ は1以上の値になるため、 $C_0$ は通信路容量の下限値を与える。

4) LOS環境で、ライスファクタ $K$ の値が大きくなると、直接波のみの環境になり、第一固有値のストリームを利用するビームフォーミング伝送（最大比合成伝送）が唯一のモードになる。しかし、LOSの通常生起する環境である $K$ が5~20dB程度では、第2固有値以下のストリームも利用するマルチストリーム伝送に十分なメリットが残っている。

本レポートによって、有相関時の漸近固有値分布の特性を把握することができたが、その理論推定を可能とするところまでは至っていない。これが、今後の検討課題である。

## 参考文献

- [1] G.J. Foschini and M.J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Personal Commun.*, vol.6, pp.311–335, 1998.
- [2] I.E. Telatar, "Capacity of multiantenna Gaussian channels," *Euro. Trans. Telecommun.*, vol.1, no.6, Nov./Dec. 1999.
- [3] E. Biglieri, R. Calderbank, A. Constantinides, A. Goldsmith, A. Paulraj, and H. V. Poor, *MIMO Wireless Communications*, Cambridge Univ. Press, 2007.
- [4] 大鐘武雄, 小川恭孝, *MIMO システム技術*, オーム社, 2009.
- [5] E.G. Larsson, "Very large MIMO systems: Opportunities and challenges," *Proc. in ICASSP*, March, 2012.
- [6] F. Rusek, D. Persson, B.K. Lau, E.G. Larsson, T.L. Marzetta, O. Edfors, and F. Tufvesson, "Scaling up MIMO — Opportunities and challenges with very large MIMO," *IEEE Signal Process. Mag.*, pp.40–60, Jan. 2013.
- [7] J. Hoydis, S. ten Brink, and M. Debbah, "Massive MIMO in the UL/DL of Cellular Networks: How many antennas do we need?," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol.31, no.2, pp.160–171, Feb. 2013.
- [8] L. Lu, "An overview of massive MIMO: Benefits and challenges," *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.*, vol.8, no.5, pp.742–758, Oct. 2014.
- [9] E.G. Larsson, O. Edfors, F. Tufvesson, and T.L. Marzetta, "Massive MIMO for next generation wireless systems," *IEEE Commun. Mag.*, vol.52, no.2, pp.186–195, Feb. 2014.
- [10] R. Taniguchi, K. Nishimori, R. Kataoka, K. Kameyama, K. Kitao, N. Tran, and T. Imai, "Evaluation of massive MIMO considering real propagation characteristics in the 20 GHz band," *IEEE Antennas Propag.*, vol.65, no.12, pp.6703–6711, Dec. 2017.
- [11] H. Papadopoulos, C. Wang, O. Bursalioglu, X. Hou, and Y. Kishiyama, "Massive MIMO Technologies and Challenges towards 5G," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E99-B, no.3, pp.602–621, March 2015.
- [12] T. Obara, T. Okuyama, Y. Inoue, Y. Aoki, S. Suyama, J. Lee, and Y. Okumura, "Experimental trials of 5G super wideband wireless systems using massive MIMO beamforming and beam tracking control in 28GHz band," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E100-B, no. 8, pp. 1256-1268, 2017.

- [13] K.I. Pedersen, J.B. Andersen, J.P. Kermoal, and P. Mogensen, "A stochastic multiple-input-multiple-output radio channel model for evaluation of space-time coding algorithms," *IEEE VTC Fall 2000*, Sept. 2000.
- [14] J.P. Kermoal, L. Schumacher, K.I. Pedersen, P.E. Mogensen, and F. Fredriksen, "A stochastic MIMO radio channel model with experimental validation," *IEEE Jour. Selec. Areas Commun.*, vol.20, no. 6, pp. 1211-1226, 2002.
- [15] M. A. Jensen and J. W. Wallace, "A review of antennas and propagation for MIMO wireless communications," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 52, no. 11, pp. 2810-2824, 2004.
- [16] M. L. Mehta, *Random Matrices (Third Ed.)*, Elsevier Academic Press, 2004.
- [17] 渡辺澄夫他, ランダム行列の数理と科学, 森北出版, 2014.
- [18] A. M. Tulino and S. Verdu, *Random Matrix Theory and Wireless Communications*, now Publishers Inc., 2004.
- [19] R. Couillet and M. Debbah, *Random Matrix Methods for Wireless Communications*, Cambridge Univ. Press, 2011.
- [20] 唐沢好男, 改訂 デジタル移動通信の電波伝搬基礎, コロナ社, 2016.
- [21] A. L. Moustakas, S. H. Simon, and A. M. Sengupta, "MIMO capacity through correlated channels in the presence of correlated interferers and noise: A (not so) large N analysis," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2545-2561, Oct. 2003.
- [22] S.H.Simon, A.L.Moustakas, and L.Marinelli, "Capacity and character expansions: Moment-generating function and other exact results for MIMO correlated channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 12, pp. 5336-5351, Dec. 2006.
- [23] A. Tulino, A. Lozano, and S. Verdu, "Impact of antenna correlation on the capacity of multiantenna channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 7, pp. 2491-2509, Jul. 2005.
- [24] Y. Karasawa and H. Iwai, "Formulation of spatial correlation statistics in Nakagami-Rice fading environments," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.48, no.1, pp.12-18, 2000.
- [25] 唐沢好男, "ランダム行列と漸近固有値分布: ~マッシュアップ MIMO 基礎理解のための~, " 私報: TR-YK-014, pp. 1-14, 唐沢研究室 HP, 2018.09. [http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/Random\\_Matrix-YK-014.pdf](http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/Random_Matrix-YK-014.pdf)
- [26] V. A. Marčenko and L. A. Patur, "Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices," *Matematicheskii Sbornik*, vol. 72, pp. 507-536, 1967. (English translation; *Mathematics of the USSR-Sbornik*, vol. 1, no. 4, pp. 457-483, April, 1967.)
- [27] 唐沢好男, "Massive MIMO チャネルの漸近固有値分布と通信路容量," *信学論(B)*, vol. J99-B, no. 9, pp. 637-645, 2016.09.
- [28] E.J. Gumbel, *Statistics of Extremes*, Univ. Press, New York, 1958
- [29] 唐沢好男, "極値統計学へのいざない: 想定外の出来事を想定外としないために," 私報: Tech. Rep. YK-020, 2019.02, [http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/YK-020\\_KyokuchiToukei.pdf](http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/YK-020_KyokuchiToukei.pdf)
- [30] M. Kang and M. S. Alouini, "Largest eigenvalue of complex Wishart matrix and performance analysis of MIMO MRC systems," *IEEE Jour. Selected Areas Commun.*, vol. 21. No.3, pp. 418-426, 2003.
- [31] E. Riegler and G. Taricco, "Asymptotic statistics of the mutual information for spatially correlated Rician fading MIMO channels with interference," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 56, no. 4, pp. 1542-1559, Apr. 2010.