

## ワイヤレス情報伝送の物理限界

### ～電波伝搬視点からのデジタル伝送特性解析 [II]～

唐沢好男

筆者は、移動伝搬に関する知識のほぼ全部を搾り出して、コロナ社の「改訂 デジタル移動通信の電波伝搬基礎」[1]にまとめている。その本の最終項は「10.8.2 情報伝送の物理限界」である。

この項では、ドップラー変動の標準偏差：ドップラースプレッド ( $\sigma_v$ ; 本では記号  $\sigma_f$  を使用) と遅延広がり の標準偏差：遅延スプレッド ( $\sigma_\tau$ ) の積： $\sigma_v\sigma_\tau$  (スプレッドファクタと呼ばれる) が情報伝送の物理限界に立ちはだかる究極の伝搬の壁であることを示唆したところで終えている。

その後、この問題について考察を深め、新たな知見を得ることができた。本レポートは、これをまとめている。

#### 目次

1. はじめに .....	2
2. 二重選択性フェージング環境の統計的性質 .....	2
3. 通信路容量 .....	5
3. 1 定義	
3. 2 情報理論的アプローチ (既存手法)	
3. 3 統計的アプローチ (提案手法)	
4. 通信路容量で見る情報伝送の物理限界 .....	12
4. 1 帯域幅制限領域と電力制限領域	
4. 2 最適設計からのズレの影響	
5. BER のフロア値とスプレッドファクタ .....	16

## 1. はじめに

通信路が定常状態にあるときの雑音下での情報伝送の物理限界は、シャノンの通信路容量の式によって定められている。しかし、これには電波伝搬の要因が含まれていない。すなわち、究極の情報伝送は、統計多重効果によって、十分に長い時間（その極限は無限の時間）を使つての符号化や信号処理ができるという前提条件に立っている。これに対して、電波伝搬はその前提を妨げる働きをするため、シャノンの通路容量式とは別の視点での情報伝送の物理限界がある。どんなに SN 比がよくても、通信方式を工夫してもシャノンの通信路容量式を達成できない電波伝搬環境がある。

取り上げる伝搬環境は、ドップラーの広がりや遅延の広がりと共に存在するマルチパス環境、すなわち、時間領域と周波数領域に選択性を有する二重選択性フェージング環境である。この環境での情報伝送において、良好な伝送を維持する条件として、筆者は、ドップラースプレッド $\sigma_v$ と遅延spreッド $\sigma_\tau$ の積に着目し、 $\sigma_v\sigma_\tau \ll 1$ を議論した[1], [2]。この $\sigma_v\sigma_\tau$ は、フェージング環境の伝搬特性：インパルス応答とドップラー変動の同時測定条件を議論している古典的な論文[9], [10]で取り扱われているspreッドファクタ(\*)と、概念を共有している。本稿でも $\sigma_v\sigma_\tau$ をspreッドファクタと呼び、これに支配されるデジタル伝送特性に着目する。【\*: この論文での定義は、ドップラー広がりや遅延の最大幅と遅延広がりや遅延の最大幅の積、詳しくは2節で】

本稿では、まず、二重選択性フェージングの環境表現をおさらいし (§2)、この伝搬パラメータを組み入れて拡張した通信路容量式の導出を行う (§3.3)。そして、この結果から見えてくる電波伝搬 (spreッドファクタ:  $\sigma_v\sigma_\tau$ ) と伝送特性の関係を示す (§4)。通信路容量解析に関する本稿で展開する手法は、統計的手法に基づく直観的な方法である。この種の解析では、文献[11]~[13]、及び、そこに引用されている多数の論文にあるように、情報理論が扱う相互情報量をベースとした緻密な方法が正攻法であろう (§3.2)。しかし、そのような手法によっても見通し良い式の導出には至っていないため、本稿は、それを掘り手から攻めるイメージである。

最後の章 (§5) では、二重選択性フェージング環境でのビット誤り率 (BER) のフロア値の議論を行う。BER のフロア値が最小になるような信号設計を行った限界値においては、ここでも、spreッドファクタ $\sigma_v\sigma_\tau$ が壁となって現れる様を示す。

## 2. 二重選択性フェージング環境の統計的性質

送受信アンテナ間で見通し確保が困難な移動通信では、送信アンテナからの電波は周囲の地物や建物などで反射や回折を受け、さまざまな経路を通過して受信点に到達する。移動通信に見られるマルチパス伝搬では、到来角度・ドップラー周波数・遅延時間に値の広がり (=ばらつき、spreッド) があることである。これにより、場所・時間・周波数の領域で強弱の変化が現れる選択性をもたらすことになる。本稿では、このうちの二つ：遅延広がりによる周波数領域での選択性と、ドップラー広がりによる時間領域での選択性が同時に現れる二重選択性フェージング環境を対象とする。

遅延の広がりやを伴うマルチパス環境は時変インパルス応答  $h(t, \tau)$  ( $t$ :経過時間、 $\tau$ :遅延時間) で表され、素波  $i$  の複素振幅  $a_i$ 、遅延時間  $\tau_i$  により、

$$h(t, \tau) = \sum_i a_i(t) \delta(\tau - \tau_i(t)) \quad (1)$$

で表される。ここで、 $\delta$  は Dirac デルタ関数である。

本稿では遅延とドップラー周波数領域での表現を扱うので、時間変化( $t$ )をフーリエ変換して周波数領域( $\nu$ )に置き換えた遅延・ドップラースプレッド関数  $g(\nu, \tau)$  で表す[14]。(文献[1]等において、ドップラー周波数の変数に  $f$  を用いてきたが、キャリア周波数と区別するために、本項では  $\nu$  (ニュー) を用いる)。

$$g(\nu, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) e^{-j2\pi\nu t} dt \quad (2)$$

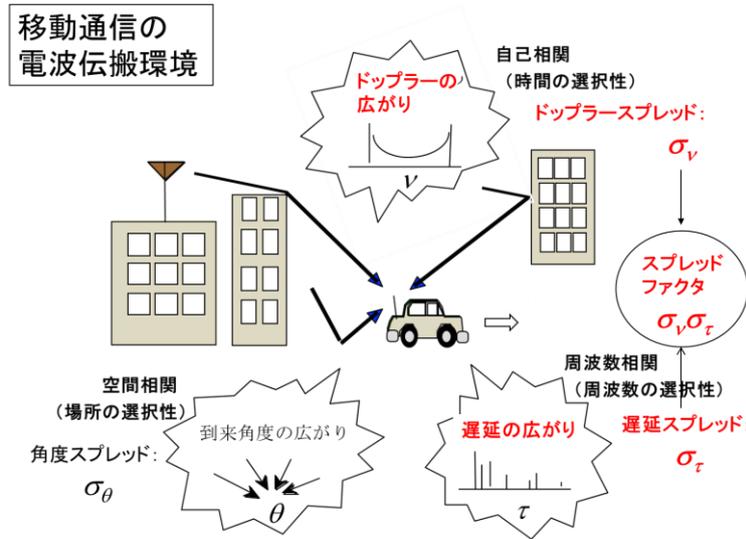


図1 マルチパス環境の特徴と二重選択性フェージングのキーパラメータ“スプレッドファクタ”

統計的な環境表現とするために、スプレッド関数の電力次元の期待値をとると、

$$G(\nu, \tau) \equiv \langle |g(\nu, \tau)|^2 \rangle \approx S(\nu) p(\tau) \tag{3}$$

となる。遅延とドップラーの発生メカニズムは独立と考えられるので、(3)式の右辺のように、ドップラースペクトル  $S(\nu)$  と遅延プロファイル  $p(\tau)$  に変数分離した積で近似する。

遅延時間の最小値と最大値を  $\tau_{min}$ ,  $\tau_{max}$ 、ドップラー周波数の最小値と最大値を  $\nu_{min}$ ,  $\nu_{max}$  とするとき、 $(\nu_{max} - \nu_{min})(\tau_{max} - \tau_{min})$  は、**スプレッドファクタ**と呼ばれる[10], [12], [15]。ここではこれを  $\Delta_H$  で表す。この値が1以上の状態 ( $\Delta_H > 1$ ) のときオーバースプレッド (overspread)、1以下の状態 ( $\Delta_H < 1$ ) のときアンダースプレッド (underspread) と呼ばれる[10]。通信が成立するためにはアンダースプレッドが必須条件であり、通常生起する伝搬・通信環境は、これより何桁も小さい値になる。このような状態は、強いアンダースプレッド (highly underspread) と呼ばれる。到来角度に広がりがある環境で移動受信を行うと受信信号はドップラー広がりによって、周波数  $\pm f_D$  ( $f_D$ : 最大ドップラー周波数: これのみ  $\nu$  でなく慣例の  $f$  を用いる) の範囲でスペクトル広がりを持つ。ゆえに、上述の  $\nu_{max} - \nu_{min}$  は  $2f_D$  に置き換えられる。

電波伝搬現象は確率過程に従うため、上述の最大値 (特に、遅延広がりでの) は、観測時間に依存してしまい、統計モデルとして扱いにくい量である。そのため、環境を表すパラメータには、統計値での指標が望ましい。このため、次式で定義される指標：**遅延スプレッド**  $\sigma_\tau$  と **ドップラースプレッド**  $\sigma_\nu$  を用いる。

$$\sigma_\tau = \sqrt{\frac{1}{P_R} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} (\tau - \tau_m)^2 p(\tau) d\tau} \tag{4}$$

$$\tau_m = \frac{1}{P_R} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \tau p(\tau) d\tau$$

$$\sigma_\nu = \sqrt{\frac{1}{P_R} \int_{-f_D}^{f_D} (\nu - \nu_m)^2 S(\nu) d\nu} \tag{5}$$

$$\nu_m = \frac{1}{P_R} \int_{-f_D}^{f_D} \nu S(\nu) d\nu$$

$$P_R = \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} p(\tau) d\tau = \int_{-f_D}^{f_D} S(\nu) d\nu \tag{6}$$

本稿では、ドップラースプレッドと遅延スプレッドの積： $\sigma_v\sigma_\tau$ をスプレッドファクタと呼び、強いアンダースプレッド環境（この場合は、 $\sigma_v\sigma_\tau \ll 1$ ）を対象とする。具体的には、およそ全ての現実的な通信環境に含まれる $\sigma_v\sigma_\tau \leq 0.001$ が目安である。なお、統計値でのスプレッドファクタ定義は、Kennedyが文献[16]において、 $\sigma_v^2\sigma_\tau^2$ をtotal spreadと呼んで用いており、本稿はこの思想に組み込んでいる。

遅延時間領域の表現：遅延プロファイルは、マルチパス環境のWSSUS仮定により、周波数相関特性 $\rho_a^{(\text{delay})}(\Delta f)$ がフーリエ変換により、また、ドップラーの周波数領域表現：ドップラーパワースペクトルは、ウィーナ・ヒンチンの関係式より、自己相関特性 $\rho_a^{(\text{Doppler})}(\Delta t)$ が逆フーリエ変換により求まり、それぞれ、以下の形で表される。

$$\rho_a^{(\text{delay})}(\Delta f) = \frac{1}{P_R} \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) \exp(-j2\pi\Delta f\tau) d\tau \quad (7)$$

$$\rho_a^{(\text{Doppler})}(\Delta t) = \frac{1}{P_R} \int_{-f_D}^{f_D} S(\nu) \exp(j2\pi\nu\Delta t) d\nu \quad (8)$$

レイリーフェージング環境では、複素振幅変動の相関係数 $\rho_a$ は、電力変動の相関係数 $\rho_P$ とは、次式で結ばれる[1], [17]。

$$\rho_P = |\rho_a|^2 \quad (9)$$

図2は、2つの伝搬要因（遅延とドップラー）の時間領域と周波数領域の統計的關係をまとめている。

広帯域情報伝送を想定し、電波伝搬環境が通信帯域内で周波数選択性になっている状態でのデジタル伝送を考える。帯域幅を $W_s$ 、シンボル時間長を $T_s$ とすると、両者は $W_s \sim 1/T_s$ の關係で結ばれる。

図2(a)の遅延プロファイル上に、 $T_s$ の位置を定めると図の実線のような状態とする。この場合は、遅延波がシンボル長を超えて存在するので、およそ通信ができない状況と言える。同じことは同図(b)でも帯域 $W_s$ では、帯域内で相関が劣化している。良好な通信を得るためには $\sigma_\tau \ll T_s$ でなければいけないが、それを満たしていないということである。では、全く通信ができないかということそうではない。何らかの方法によって実効的にシンボル時間を長くすることができれば、これを克服することができる。図の例で言えば $T_s$ を点線で示す実効シンボル長 $T_e$ に替えることができればである。実際にOFDMでは、マルチキャリア化によってそれが行われており、 $\sigma_\tau \ll T_e$ を満たす $T_e$  (OFDMでは $T_{OFDM}$ ) に変えることは可能である（等化器でも、メモリー機能を使って実効的に時間を引き延ばしているのと同じ働きになる）。このように、信号帯域幅 $W_s$ に対応するシンボル長 $T_s$ を実効的なシンボル時間 $T_e$ に引き伸ばす信号変換をしても、マルチキャリア化等により、信号全体の帯域幅 $W_s$ を変えないようにする。

ところが、ドップラー変動が激しい環境では、この操作が、伝送特性を劣化させる働きになる。図2(c)で、この領域で見ると、 $\sigma_v \ll W_s$ が満たされていた状態（すなわち $\sigma_v T_s \ll 1$ の状態）が $W_s$ への変換によって、それが満たされなくなることになる。これは、同図(d)からわかるように、自己相関特性の劣化、すなわちファーストフェージング（＝シンボル時間内での大きな位相変化）状態になって、伝送特性の劣化になるのである。

このよう見ると、周波数・時間の両領域で選択性がある場合には、理想的な $T_e$ を定めることができなくなり、どこかの伝送特性の最良点（＝限界点）で妥協するということになる。文献[1], [2]では、良好な伝送のための条件は、 $\sigma_\tau \ll T_s \ll 1/\sigma_v$ 、良好な伝送を実現できる環境は、通信方式によらず $\sigma_v\sigma_\tau \ll 1$ であることを議論している。次章では、二重選択性フェージング環境の通信路容量を議論するが、そこに、情報伝送の物理限界として、スプレッドファクタ（ $\sigma_v\sigma_\tau$ ）が現れてくることを示す。

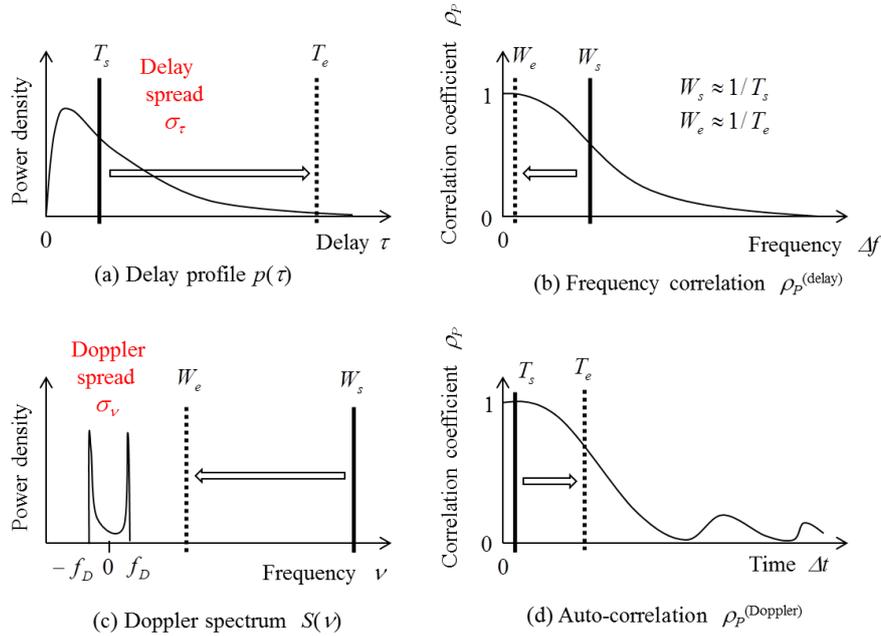


図2 二つの伝搬要因（遅延とドップラー）の時間領域と周波数領域の統計的關係（図中のカーブはイメージ）

### 3. 通信路容量

#### 3. 1 定義

シャノンはその原著論文[18]の中で、誤りなく情報伝送ができる上限の伝送レートを通信路容量  $C$  と定め、以下の式を与えている。

$$C = \lim_{T \rightarrow \infty} \max_{q(x)} \frac{1}{T} \iint q(x, y) \log_2 \frac{q(x, y)}{q(x)q(y)} dx dy \tag{10a}$$

$$= W_s \log_2(1 + \gamma) \quad (\gamma \equiv P_s / P_N) \tag{10b}$$

ここで、 $x, y$ は送受信信号、 $q(x), q(y)$ は  $x$ および  $y$ の確率密度関数、 $q(x, y)$ は結合確率密度関数である。また、 $P_s$ は信号成分の、 $P_N$ は雑音成分の平均電力、 $\gamma$ は SN 比である。(10b)式は、雑音が加法的白色ガウス雑音 (AWGN) である時に成立する式である。式(10a)からも明らかなように、伝搬環境が定常状態において、十分な時間をかけて送信信号の符号化を工夫すれば、式(10b)の伝送レートが誤りなく達成されることになる。熱雑音下の定常状態において、情報伝送の物理限界はこのシャノンの通信路容量にあると言える。

SN 比:  $\gamma$ がその平均値を  $\Gamma_0$ として、時間的に十分に緩やかに変化する場合には、すなわち、十分な時間をかけての符号化が可能であるという前提が維持されるならば、平均通信路容量  $C_e$ は次式のように表される。

$$C_e(W_s, \Gamma_0) = W_s \int_0^\infty p_{SNR}(\gamma; \Gamma_0) \log_2(1 + \gamma) d\gamma \tag{11a}$$

$$\leq W_s \log_2(1 + \Gamma_0) \tag{11b}$$

ここで、 $p_{SNR}$ は、SN 比:  $\gamma$ の確率密度関数である。(11b)式は Jensen の不等式によるが、ほぼ等号と考えると良い。以下では、この  $C_e$ を改めて  $C$ と置き、これを通信路容量と呼ぶ。

移動通信におけるマルチパス伝搬環境は、時間的にも、周波数的にもひずみが生じるため、十分な時間をかけて符号化するという通信路容量実現に課せられる前提条件が崩れてしまうため、情報伝送の限界は、

電波伝搬条件によってさらに狭められることになる。このため、電波伝搬的な視点からの物理限界の議論が必要になる。

なお、通信路容量には通信路情報 (CSI) の扱いによって、coherent capacity と noncoherent capacity の区別がされている。送信側が CSI 情報に基づいて最適伝送を行う場合に得られる通信路容量が coherent capacity、通信路の特徴パラメータ ( $\tau_{max}$ ,  $\nu_{max}$ ,  $\sigma_v$ ,  $\sigma_\tau$  など) を利用する伝送によって得られる通信路容量が noncoherent capacity である。従来の情報理論的アプローチにおいては、noncoherent capacity を対象としており、ここで提案する統計的アプローチにおいても、noncoherent capacity を対象にしている。

### 3. 2 情報理論的アプローチ (既存手法)

通信路容量解析に関する本稿で展開する手法は、統計的手法に基づく直観的な方法 (= 比較的大胆な方法) である。この手法については、次節で述べるが、その背景となる情報理論的アプローチによる通信路容量解析の概要をここにまとめる。情報理論ベースの通信路容量解析については、IEEE Trans. Information Theory の論文誌上におびただしい数の論文が発表されている。1997年時点までの研究の成果は、Biglieri のレビュー論文 ([11], 引用文献数 594, 74 ページにわたる超大作) にまとめられている。その後 10 年程度も、高度な数学をベースとした研究が継続されるが [19]-[21]、二重選択性フェージング環境での通信路容量解析と言う意味では、明確なモデル構築には至っていなかった。そのような中で、2010年、Durisi 等は、時間と周波数領域を Weyl-Heisenberg set での分割を行うことによる符号設計法に基づく新たな展開を試み、通信路容量研究に、一つの有望な道筋を示した [12], [22]。この手法は、情報理論的アプローチとして、その完成に向け、現在も研究が進んでいる [13], [23]。しかしながら、このような高度な数学的手法をもってさえ、電波伝搬と通信システムの関わりを明確にしたモデル (通信システム設計に役立つ実用的なモデル) は、まだ確立されていない (と筆者は理解している)。

この節では、Durisi らによって打ち立てられた情報理論的アプローチによる通信路容量解析の方法の入口部分を簡単にまとめる。(非常に高度な数学理論で組み立てられており、筆者の力では理解しきれていないというのが正直なところ)。

電波伝搬環境として、遅延広がり と ドップラー広がり を共に有する二重選択性フェージング環境を対象とする。マルチパスの発生が広義定常・独立散乱 (WSSUS) の確率過程に従うレイリーフェージング環境である。

Durisi 等の情報理論的アプローチでは、伝搬パラメータとして、遅延の範囲を  $\pm \tau_0$ 、ドップラー周波数シフトの範囲を  $\pm \nu_0$  とし、パラメータ値の 2 次元エリアを  $4\nu_0\tau_0$  で定める。スプレッドファクタ  $\Delta_H$  である。

マルチパス環境下での送受信信号は時変インパルス応答  $h(t, \tau)$  を介して、次式で表される。

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) s(t - \tau) d\tau + n(t) \quad (12)$$

ここで、 $s(t)$ ,  $r(t)$  は送信および受信信号、 $n(t)$  は受信機で発生する熱雑音 (AWGN)、 $t$  は経過時間、 $\tau$  は遅延時間である。

インパルス応答の時間変化の部分を変換して表したものが、遅延・ドップラー スプレディング関数であり、この関数  $g(\nu, \tau)$  は、(2) 式で示したように、 $h(t, \tau)$  の  $t \rightarrow \nu$  のフーリエ変換で与えられる [12]。情報理論的アプローチにおいても、筆者らの統計的アプローチにおいても、このドップラー周波数・遅延時間領域での信号表現が鍵になる。

Durisi 等らは、式 (12) で与えられる連続信号を時間領域と周波数領域において、Weyl-Heisenberg (WH) 系で離散化し、送信信号  $s(t)$  を  $K \times L$  のブロックに分けた信号の和として、次式で表している。

$$s(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} s[k, l] u_{k,l}(t) \quad (13)$$

図3はWH直交系による離散化のイメージを示している。 $T$ と $F$ は時間及び周波数領域のグリッドパラメータで、それぞれの楕円エリア内の特性が、準定常状態となるよう $T \leq 1/(2\nu_0)$ ,  $F \leq 1/(2\pi)$ で設定される。信号の帯域幅 $W$ は $W=LF$ 、時間ブロック長 $D$ は $D=KT$ である。サブキャリア間隔 $F$  (サブキャリア数 $L$ )、シンボル時間長 $T$ のOFDMをイメージするとよいであろう。式中の $u_{k,l}(t)$ は、送信信号の $(k,l)$ 成分 $s[k,l]$ を送り出す時間波形で、パルス波形 $u(t)$ に対して、 $u_{k,l}(t)=u(t-kT)e^{j2\pi Ft}$ と変換される。

このとき、時間・周波数空間上で離散化された受信信号 $r[k,l]$ は次式で表される。

$$r[k,l] = h[k,l]s[k,l] + \sum_{\substack{k'=0 \\ (k',l') \neq (k,l)}}^{K-1} \sum_{l'=0}^{L-1} z[k',l',k,l]s[k',l'] + n[k,l] \quad (14)$$

ここで、 $h[k,l]$ は、 $(k,l)$ セグメントでのチャネル特性、 $z[k',l',k,l]$ は $(k',l')$ セグメントから $(k,l)$ への干渉を与えるチャネル特性である。(14)式右辺の第1項は信号成分、第2項は自己干渉成分 (ISI+ICI)、第3項は熱雑音 (AWGN) である。文献[12]では、現実的な解を得るために、第2項もガウス雑音換算として扱っている。

通信路容量は、伝送ビット数の上限を与える指標であるので、 $u(t), T, F$  の最適化問題になる。式(14)のように離散化された信号に対する通信路容量は

$$C \equiv \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{KT} \sup_{f(s)} I(r, s) \quad (15)$$

で表現される。 $r, s$ は離散化された送受信信号のベクトル列、 $I$ は相互情報量、 $f(s)$ は送信信号の確率分布、 $\sup$ は上限値である。

Durisi等の情報理論的アプローチでは、(14)式を(15)式に組み入れ、信号電力の上限を設定した上で、 $C$ を最大にする $u(t), T, F$ の最適化問題を解くことになる。グリッドパラメータ $T$ と $F$ の関係については、以下の条件を課している。

$$TF \geq 1 \quad (16a)$$

$$T/F = \tau_0/\nu_0 \quad (16b)$$

式(16b)はグリッドマッチング則 (grid matching rule) と言われ、理論的裏付けがある[12]。

式(15)の noncoherent capacity について、数学的手段を駆使しての概念式は得られているが、実用的に役立つ閉形式の表現式には至っていない。そのため、種々の仮定を加えて上限や下限を与える式が得られているが (式表現は割愛)、それでもなお、伝搬パラメータの影響が陽に見え、かつ、簡易に計算できる式ではない[12], [13], [22], [23]。

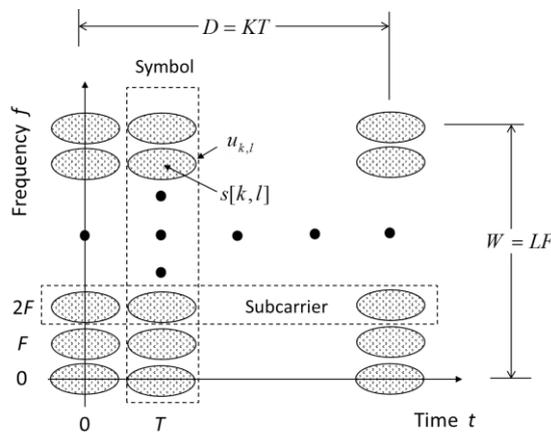


図3 信号のWeyl-Heisenberg (WH)系 離散化表現 (Durisi et al. [22]のFig. 2.1より)

### 3. 3 統計的アプローチ (提案手法)

式(7)、(8)で表される周波数領域及び時間領域の相関特性の劣化は、所望波に対する干渉波成分として現れる。遅延の広がりによって劣化した信号の信号対干渉波電力比を $SIR_{delay}$ ( $\equiv \langle P_S / P_{I\_delay} \rangle$ )、ドップラーの広がりによって劣化した信号の電力比を $SIR_{Doppler}$ ( $\equiv \langle P_S / P_{I\_Doppler} \rangle$ )とする。ここで $P_S$ は、全信号成分電力 $P_R$ のうちの干渉波成分( $P_{I\_delay} + P_{I\_Doppler}$ )を除いた所望波成分電力である。この干渉波成分も雑音と同じようにランダムに振る舞うと仮定して雑音に組み入れると、通信路容量は(11b)式を拡張して、以下の形で近似できる[23]。(なお、ここでは、所望波と干渉波の高周波成分電力比を扱っているのでCIR (carrier-to-interference power ratio) に相当する量になるが、広義な意味でSN比 ( $SIR$ ) と呼ぶ。

$$C \approx W_s \log_2(1 + SNR_e) \quad (17)$$

$$SNR_e = \left\langle \frac{P_S}{P_N + P_{I\_delay} + P_{I\_Doppler}} \right\rangle \approx \left( \Gamma_0^{-1} + SIR_{delay}^{-1} + SIR_{Doppler}^{-1} \right)^{-1} \quad (18)$$

(18)式は、アンダースプレッドの性質が比較的強い環境、すなわち、 $P_S \gg P_{I\_delay}, P_{I\_Doppler}$ で成立する。 $SIR$ は、相関係数 $\rho_a, \rho_p$ を用いて次式で求められる。

$$SIR = \frac{|\rho_a|^2}{1 - |\rho_a|^2} = \frac{\rho_p}{1 - \rho_p} \quad (19)$$

---

【式(19)の根拠：相関係数とSIRの関係】

独立に複素ガウス分布 (i.i.d.) する二つの確率変数を  $u, v$  する。また、ある変数  $x$  での複素振幅を  $a(x), x+\Delta x$  での値を  $a(x+\Delta x)$  とし、その相関係数を  $\rho_a(\Delta x)$  とする。このとき、二つの値は、次式で生成される。

$$a(x) = u, \quad a(x + \Delta x) = \rho_a u + \sqrt{1 - |\rho_a|^2} v \quad (20a,b)$$

式(20b)の右辺の第1項は  $a(x)$  に対するコヒーレント成分、第2項はインコヒーレント成分であり、このインコヒーレント成分が実効的に雑音として働くため、 $SIR$  は次式で与えられる。

$$SIR(\Delta x) = |\rho_a|^2 / (1 - |\rho_a|^2) = \rho_p / (1 - \rho_p) \quad (21)$$

---

【ここまで】

図2 (b), (d)に示す周波数領域および時間領域の相関係数の双方において、少なくとも通信が成立する範囲では、 $\Delta f, \Delta t$ が0付近、すなわち相関係数が1に近い部分に着目すればよい。相関係数 $\rho_p$ を $x=0$ の付近でテイラー展開すると次式の形になる。

$$\rho_p(x) = \rho_p(0) + \rho_p'(0)x + \frac{1}{2}\rho_p''(0)x^2 + \dots \quad (22)$$

(7)式及び(9)式で定まる $\rho_p^{(delay)}$ に関し、

$$\left. \frac{\partial \rho_p^{(delay)}}{\partial \Delta f} \right|_{\Delta f=0} = \frac{1}{P_R} \left. \frac{\partial \left| \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) \exp(-j2\pi \Delta f \tau) d\tau \right|^2}{\partial \Delta f} \right|_{\Delta f=0} = 0 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 \rho_p^{(\text{delay})}}{\partial \Delta f^2} \right|_{\Delta f=0} &= \frac{1}{P_R^2} \left. \frac{\partial^2 \left| \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) \exp(-j2\pi \Delta f \tau) d\tau \right|^2}{\partial \Delta f^2} \right|_{\Delta f=0} \\ &= -8\pi^2 \sigma_\tau^2 \end{aligned} \quad (24)$$

であるので、 $\rho_p^{(\text{delay})}$ は、(22)式の $\Delta x$ を $\Delta f$ として

$$\rho_p^{(\text{delay})}(\Delta f) \approx 1 - 4\pi^2 \sigma_\tau^2 \Delta f^2 \quad (25)$$

と近似できる。

---

【(23), (24)式の導出】

遅延広がり起因する周波数相関 $\rho_p^{(\text{delay})}$ の微分を求めるが、式表現を簡単にするため、 $\rho_a^{(\text{delay})}$ 、 $\rho_p^{(\text{delay})}$ を $\rho_a$ 、 $\rho_p$ と表記する。式(7), (9)より、

$$\rho_a(\Delta f) = \frac{1}{P_R} \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) \exp(-j2\pi \Delta f \tau) d\tau \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \rho_p(\Delta f) &= \left| \rho_a(\Delta f) \right|^2 \\ &= \frac{1}{P_R^2} \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) \exp(-j2\pi \Delta f \tau) d\tau \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) \exp(j2\pi \Delta f \tau) d\tau \end{aligned} \quad (27)$$

これより、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_p}{\partial \Delta f} &= \frac{-j2\pi}{P_R^2} \left\{ \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \tau p(\tau) \exp(-j2\pi \Delta f \tau) d\tau \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) \exp(j2\pi \Delta f \tau) d\tau \right. \\ &\quad \left. - \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) \exp(-j2\pi \Delta f \tau) d\tau \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \tau p(\tau) \exp(j2\pi \Delta f \tau) d\tau \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\left. \frac{\partial \rho_p}{\partial \Delta f} \right|_{\Delta f=0} = \frac{-j2\pi}{P_R^2} \left\{ \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \tau p(\tau) d\tau \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) d\tau - \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) d\tau \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \tau p(\tau) d\tau \right\} = 0 \quad (29)$$

となり、式(23)が得られる。

同様に、2階微分は

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \Delta f^2} &= \frac{-4\pi^2}{P_R^2} \left\{ \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \tau^2 p(\tau) \exp(-j2\pi \Delta f \tau) d\tau \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) \exp(j2\pi \Delta f \tau) d\tau \right. \\ &\quad - 2 \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \tau p(\tau) \exp(-j2\pi \Delta f \tau) d\tau \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \tau p(\tau) \exp(j2\pi \Delta f \tau) d\tau \\ &\quad \left. + \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) \exp(-j2\pi \Delta f \tau) d\tau \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \tau^2 p(\tau) \exp(j2\pi \Delta f \tau) d\tau \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

であるので、以下により、(24)式が得られる。

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 \rho_p}{\partial \Delta f^2} \right|_{\Delta f=0} &= \frac{-8\pi^2}{P_R^2} \left\{ \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \tau^2 p(\tau) d\tau \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} p(\tau) d\tau + \left( \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \tau p(\tau) d\tau \right)^2 \right\} \\ &= -8\pi^2 \left( \langle \tau^2 \rangle - \tau_m^2 \right) \\ &= -8\pi^2 \sigma_\tau^2 \end{aligned} \quad (31)$$

【終わり】

---

一方、(8)式で定まる $\rho_p^{(\text{Doppler})}$ についても、上記と同様の手順により、

$$\left. \frac{\partial \rho_p^{(\text{Doppler})}}{\partial \Delta t} \right|_{\Delta t=0} = \frac{1}{P_R} \left. \frac{\partial \left| \int_{-f_D}^{f_D} S(\nu) \exp(j2\pi \nu \Delta t) d\nu \right|^2}{\partial \Delta t} \right|_{\Delta t=0} = 0 \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 \rho_p^{(\text{Doppler})}}{\partial \Delta t^2} \right|_{\Delta t=0} &= \frac{1}{P_R^2} \left. \frac{\partial^2 \left| \int_{-f_D}^{f_D} S(\nu) \exp(j2\pi \nu \Delta t) d\nu \right|^2}{\partial \Delta t^2} \right|_{\Delta t=0} \\ &= -8\pi^2 \sigma_\nu^2 \end{aligned} \quad (33)$$

となるので、 $\rho_p^{(\text{Doppler})}$ は、(22), (32), (33)式より、

$$\rho_p^{(\text{Doppler})}(\Delta t) \approx 1 - 4\pi^2 \sigma_\nu^2 \Delta t^2 \quad (34)$$

と近似できる。

周波数相関 $\rho_p^{(\text{delay})}$ に対しては、 $\Delta f = W_e = 1/T_e$ と対応付けると、

$$\rho_p^{(\text{delay})}(1/T_e) \approx 1 - (2\pi\sigma_\tau/T_e)^2 \quad (35)$$

となる。また、自己相関 $\rho_p^{(\text{Doppler})}$ に対しては、 $\Delta t = T_e$ と対応付けると、

$$\rho_p^{(\text{Doppler})}(T_e) \approx 1 - (2\pi\sigma_\nu T_e)^2 \quad (36)$$

となる。

式(19)より、 $SIR_{\text{delay}}$ および $SIR_{\text{Doppler}}$ は、それぞれ次式となる。

$$SIR_{\text{delay}} \approx \frac{1 - (2\pi\sigma_\tau/T_e)^2}{(2\pi\sigma_\tau/T_e)^2} \approx \frac{T_e^2}{(2\pi\sigma_\tau)^2} \quad (37)$$

$$SIR_{\text{Doppler}} \approx \frac{1 - (2\pi\sigma_\nu T_e)^2}{(2\pi\sigma_\nu T_e)^2} \approx \frac{1}{(2\pi\sigma_\nu T_e)^2} \quad (38)$$

(37), (38)式では、共に最後の右辺式が、最も粗い近似になるが、本稿では、見通しの良い目的式を得るためにこれを採用する。二つの寄与は、(18)式より、以下の形にまとめられる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{SIR} &= \frac{1}{SIR_{\text{delay}}} + \frac{1}{SIR_{\text{Doppler}}} \\ &\approx 4\pi^2 \left( \frac{\sigma_\tau^2}{T_e^2} + \sigma_\nu^2 T_e^2 \right) \end{aligned} \quad (39)$$

実効シンボル長 $T_e$ は、帯域幅(=  $W_e$ )を保ったまま、任意に定めて良いので、 $1/SIR$ を最小に(すなわち $SIR$ を最大に)する値 $T_{e,opt}$ を求めると、

$$\frac{\partial}{\partial T_e} \frac{1}{SIR} = 4\pi^2 \left( -\frac{2\sigma_\tau^2}{T_e^3} + 2\sigma_\nu^2 T_e \right) = 0 \quad (40)$$

より、 $T_{e,opt}$  および、その時の  $SIR$  の最大値  $SIR_{max}$  は次式となる。

$$T_{e,opt} = \sqrt{\frac{\sigma_\tau}{\sigma_\nu}} \tag{41}$$

$$SIR_{max} = \frac{1}{8\pi^2 \sigma_\nu \sigma_\tau} \tag{42}$$

これより、求めたい通信路容量  $C$  は、次式となる。

$$C \approx W_s \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\frac{1}{\Gamma_0} + 8\pi^2 \sigma_\nu \sigma_\tau} \right) \equiv W_s C_0 \tag{43}$$

ここで、 $C_0$  は帯域幅で正規化した通信路容量（以下、正規化通信路容量と呼ぶ）である。

このようにして、スプレッドファクタ： $\sigma_\nu \sigma_\tau$ を組み入れ、シャノン式を拡張した新しい通信路容量式を得ることができた。元の式（(10)式）が主張しているように、伝送方式にどのような工夫をしても、誤りなく伝送できるビット数は、これを越えないと言う限界条件である。

(41)式より、時間・周波数領域内でのシンボルの最適配置は帯域  $W_s$  の信号を、それよりかなり小さい帯域  $W_e$  に変換することであり、送信信号全体の帯域幅を維持するならば  $W_s/W_e$  個の帯域分割を行うことを意味している。これは、マルチキャリア伝送を示唆し、OFDM伝送はそのひとつである。図4は、伝搬パラメータとシステムパラメータの関係を表すダイアグラムである。領域AとA'は伝搬環境を表している。領域Aは  $\sigma_\tau \times \sigma_\nu$  が占める領域、A'は  $(\tau_{max} - \tau_{min}) \times (\nu_{max} - \nu_{min})$  が占める領域である。領域Bはシングルキャリア伝送において、帯域幅  $W_s$  の信号が与えられたときの符号 ( $T_s \times W_s$ ) が占める領域であり、 $T_s W_s = 1$  である。最適化により、 $T_{e,opt} W_{e,opt} = 1$  のもとでは、 $T_{e,opt} / W_{e,opt} = T_{e,opt}^2 = \sigma_\tau / \sigma_\nu$  となる。最大の通信路容量を得るために、領域Bを、その面積を保ったまま、領域Aと相似形の領域C ( $T_{e,opt} \times W_{e,opt}$ ) に変換すればよいということになる。

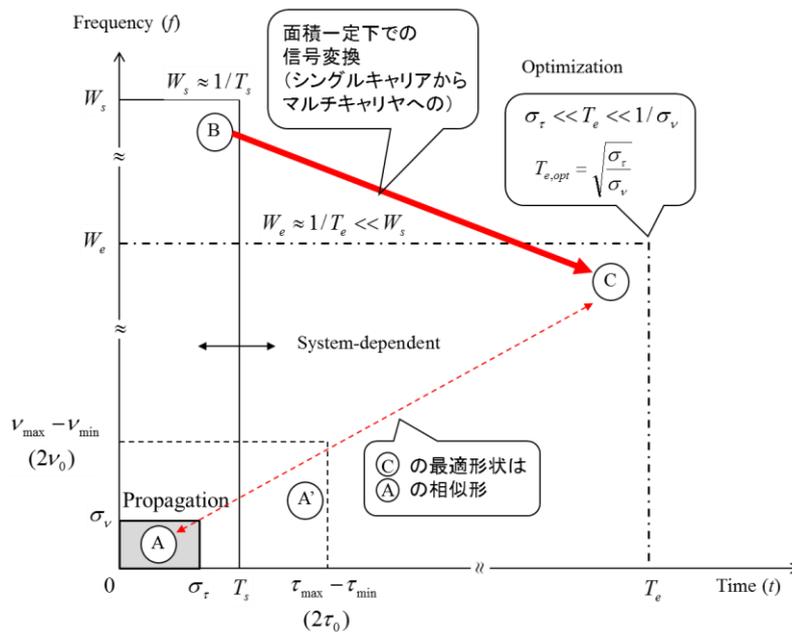


図4 伝搬パラメータとシステムパラメータの関係を表すダイアグラム

一例として、 $\sigma_r=1\mu\text{s}$ ,  $\tau_{max}-\tau_{min}=3\mu\text{s}$ ,  $f_D=500\text{Hz}$  (速度  $v=30\text{m/s}$  (108km/h)、周波数 5GHz、 $W_s=10\text{MHz}$  ( $T_s=0.1\mu\text{s}$ )) を考える。到来方向の角度分布を水平面で一様と仮定する (いわゆる Jakes モデル) と、 $\sigma_v=354\text{Hz}$  になる。領域の大きさを  $(t, f)$  で表すとき、領域 A は  $(1\mu\text{s}, 345\text{Hz})$ 、A' は  $(3\mu\text{s}, 1000\text{Hz})$  となる。また、領域 B は  $(0.1\mu\text{s}, 10\text{MHz})$  となる。最適に変換された領域 C は、 $T_{e,opt}W_{e,opt}=1$ ,  $W_{e,opt}/T_{e,opt}=\sigma_v/\sigma_r$  より、 $(53\mu\text{s}, 19\text{kHz})$  となる。

## 4. 通信路容量で見る情報伝送の物理限界

### 4. 1 帯域幅制限領域と電力制限領域

二重選択性フェージング環境での通信路容量式(43)を得た。この式では、帯域幅  $W_s$ 、 $\text{SNR}\Gamma_0$ 、スプレッドファクタ  $\sigma_v, \sigma_r$  がパラメータである。実際の通信では、受信機雑音は帯域幅に比例するので、 $\text{SNR}$  は、平均信号電力  $\langle P_S \rangle$ 、1Hz 当たりの雑音電力  $P_{N0}$  を用いて、 $\langle P_S \rangle / (W_s P_{N0})$  で与えられる。これを用いて式(43)を書き換えると次式になる。

$$C(W_s, P_S, P_{N0}, \alpha) \approx W_s \log_2 \left( 1 + \frac{1}{W_s P_{N0} / \langle P_S \rangle + 8\pi^2 \alpha} \right) \quad (\alpha \equiv \sigma_v \sigma_r) \quad (44)$$

この式において、平均電力  $\langle P_S \rangle$ 、すなわち  $\text{SNR}\Gamma_0 (= \langle P_S \rangle / (W_s P_{N0}))$  が十分大きく取れる場合と、帯域幅  $W_s$  が十分大きく取れる場合を想定し、それぞれの通信路容量の極限を  $C_1, C_2$  とすると、それらは、

$$C_1 \equiv \lim_{P_S \rightarrow \infty} C \approx W_s \log_2 \left( 1 + \frac{1}{8\pi^2 \alpha} \right) \equiv W_s C_{0, \text{floor}} \quad (45)$$

$$C_2 \equiv \lim_{W_s \rightarrow \infty} C \approx \frac{1}{\log_e 2} \frac{\langle P_S \rangle}{P_{N0}} = C_{\text{AWGN}} \quad (46)$$

となる。ここで、 $C_{0, \text{floor}}$  は正規化通信路容量 ( $C_0$ ) のフロア値 (伝搬パラメータであるスプレッドファクタで決まる値: 飽和値)、 $C_{\text{AWGN}}$  は、熱雑音のみの環境での通信路容量である。なお、帯域幅を広くすることによって電波伝搬問題が克服されることは、1966年、Pierce によって既に指摘されている[24]。

通信では、帯域幅  $W_s$  と信号電力  $P_S$  がシステムリソースになる。一方、通信障害要因が熱雑音  $P_{N0}$  と干渉雑音 (スプレッドファクタに比例) である。 $C_1$  は、信号電力 ( $P_S$ ) に依らず、帯域幅 ( $W_s$ ) に比例するケース、すなわち、帯域幅制限領域にある。一方、 $C_2$  は、帯域幅に依らず信号電力に比例するケース、すなわち、電力制限領域にある。以下、二つのケースについて、通信路容量と電波伝搬の関係について調べてゆく。

#### 帯域幅制限領域

この領域は、帯域幅を一定にしておいて、信号電力  $P_S$  を大きくしてゆくとき、通信性能 (通信路容量) の行き着く先は、帯域幅と電波伝搬特性で決まるため、帯域幅制限領域としている。この後に述べる電力制限領域は低  $\text{SNR}$  で広帯域に薄く情報を送る方式であり、一種のスペクトル拡散通信になるが、帯域幅制限領域は、それに対するものとして位置づけられ、高  $\text{SNR}$  の非スペクトル拡散通信である。この場合は、単位帯域幅あたりの通信路容量 (正規化通信路容量、 $C_0$  [bps/Hz]) は信号の  $\text{SNR}$  ( $\Gamma_0$ ) と SIR ( $1/(8\pi^2 \alpha)$ ) で決まるものとなり、基本計算式は(43)式である。図5は、正規化通信路容量  $C_0$  を、スプレッドファクタをパラメータに、 $\text{SNR}$  に対して表している。スプレッドファクタの値の増加に応じて、通信路容量がより小さい値で飽和することがわかる。この飽和値 (フロア値) が式(45)で与えられる  $C_{0, \text{floor}}$  である。

伝送特性の極限を定める伝搬要因は、二つの伝搬パラメータの積 (スプレッドファクタ) であって、一方のみが過酷な環境であっても、もう一方に余裕があれば対策が可能である。図6は、スプレッドファク

タ ( $\sigma_v\sigma_r$ ) に対する正規化通信路容量のフロア値  $C_{0, floor}$  と実効最大 SIR ( $SIR_{max}$ ) の関係を表している。併せて、電波伝搬的に見たいくつかの通信環境に対するスプレッドファクタの生起範囲を同図の当該位置に示している。この範囲は、周波数 800MHz~5GHz を対象に、以下の環境条件から算定している。

- i) 屋内歩行 (Indoor walking) : 移動速度  $v = 0.5 \sim 1\text{m/s}$ ,  $\sigma_r = 10 \sim 100\text{ns}$
- ii) 屋外歩行 (Outdoor walking) :  $v = 0.5 \sim 2\text{m/s}$ ,  $\sigma_r = 0.2 \sim 3\mu\text{s}$
- iii) 屋外高速移動 (Outdoor vehicular) :  $v = 10 \sim 30\text{m/s}$ ,  $\sigma_r = 0.2 \sim 3\mu\text{s}$

結果として、それぞれのスプレッドファクタの値の範囲は、i)  $9.4 \times 10^{-9} \sim 1.2 \times 10^{-6}$ 、ii)  $1.9 \times 10^{-7} \sim 7.1 \times 10^{-5}$ 、iii)  $3.8 \times 10^{-6} \sim 1.1 \times 10^{-3}$  となる。

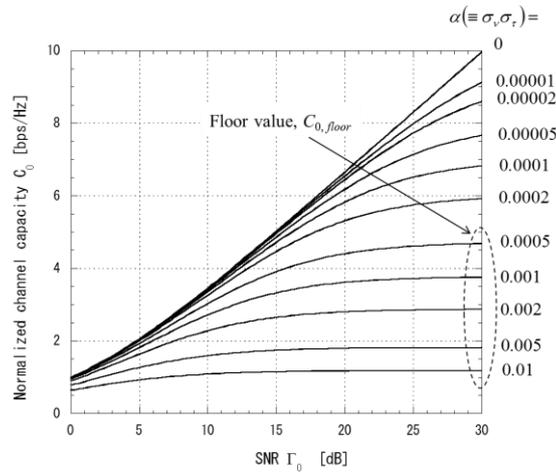


図5 スプレッドファクタをパラメータとする正規化通信路容量の SNR 特性

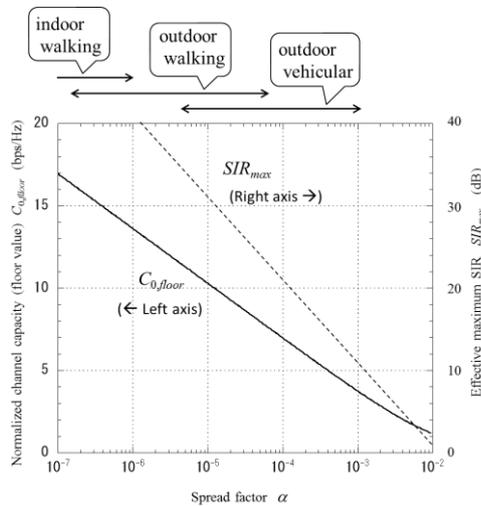


図6 スプレッドファクタ ( $\sigma_v\sigma_r$ )、正規化通信路容量のフロア値 ( $C_{0, floor}$ )、実効最大 SIR ( $SIR_{max}$ ) の関係

**電力制限領域**

この領域は、平均信号電力を一定にしておいて、帯域幅  $W_s$  を大きくしてゆくと、通信性能 (通信路容量) の行き着く先は信号電力で決まるため、電力制限領域としている。電力制限領域は信号成分が低電力密度のスペクトル拡散通信である。図7は(44)式により、 $\langle P_s \rangle / P_{N0}$  ( $=10^8, 10^9$ ) とスプレッドファクタをパラメータとした通信路容量の帯域幅特性である。図より  $W_s$  が十分大きいところで、(46)式で与えられる

通信路容量の飽和値  $C_2$  に収束してゆく様子がわかる。スプレッドファクタ  $\alpha \leq 0.001$  では、二重選択性のない  $\alpha=0$  のカーブに近いものになっている。すなわち、この領域では電波伝搬依存性は小さい。また、飽和値に達する帯域幅（臨界帯域幅）  $W_{critical}$  は、 $\alpha \leq 0.001$  では、おおよそ次式で与えられることがわかる。

$$W_{critical} \approx \langle P_s \rangle / P_{N0} \quad (\alpha \leq 0.001) \quad (47)$$

臨界帯域幅  $W_{critical}$  は熱雑音のみの環境の通信路容量  $C_{AWGN}$  にも近い。この意味をもう少し考察したい。通信路容量の議論では、特定の通信方式（変調方式、誤り制御方式など）を対象としないが、OFDMで説明するのが分かりやすいのでこれを用いる。帯域  $W_s = W_1$  の通信信号を考える。最大の通信路容量を得る実効シンボル長は  $T_{e, opt} = (\sigma_v / \sigma_\tau)^{1/2}$  なので、これをOFDMのシンボル長とする。サブキャリア間隔は  $\Delta f = 1 / T_{e, opt} = (\sigma_v / \sigma_\tau)^{1/2}$  なので、図8の黒線のようにサブキャリア信号が配置される。この信号をさらに広い帯域  $W_2$  で送ってよいとする。サブキャリア間隔  $\Delta f$  は、電波伝搬特性のみによって決まるため、 $W_1$  の場合と変わらない。信号電力は一定なので、 $W_1$  を  $W_2$  に変換することによってサブキャリアあたりの信号電力密度は  $W_1 / W_2$  倍小さくなる（図8の赤線）。情報密度も同様である。これは帯域内で冗長性が高まっていることになり、周波数領域でのダイバーシチ効果が期待できる。ダイバーシチ（例えば、最大比合成ダイバーシチ）では、信号強度も干渉信号に対する耐性も強めることができるので、十分広い帯域幅があれば、十分な周波数ダイバーシチ効果が得られ、やがては、熱雑音特性に収束するだろうという理屈である。筆者らは文献[25]（§3.2, §5.2）や私稿[26]において、超広帯域を利用して周波数領域差動符号拡散低電力密度ベースバンド無線を提案しているが、そこで見られる性能も、拡散率を高めることによってBERが熱雑音特性に収束しており、一つの具体例になる。この領域では、広い帯域を使うことによって（より定量的には臨界帯域幅以上にすることによって）、伝搬問題が完全に克服されることを示している。

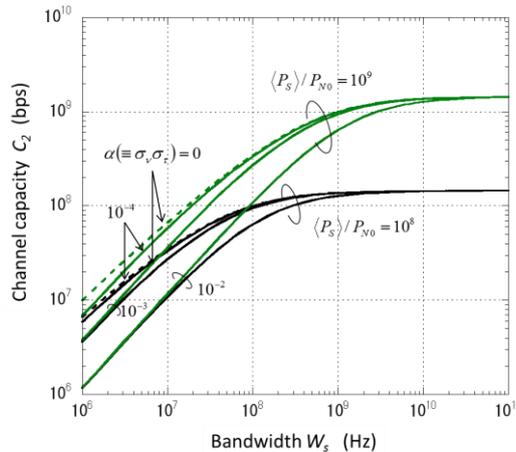


図7 スプレッドファクタ  $\alpha$  をパラメータとする通信路容量の帯域幅特性 ( $\langle P_s \rangle / P_{N0} = 10^8$  と  $10^9$  の場合)

両領域の整理

二つの領域の関係を図9に整理する。二つの通信リソース（帯域幅  $W_s$  と信号電力  $P_s$ ）を定めるに際して、まず、スペクトル拡散にするかどうかを決める。スペクトル拡散するためには  $W_s > W_{critical}$ 、すなわち  $W_s > \langle P_s \rangle / P_{N0}$  であり、通信路容量は  $C_{AWGN}$  に収束する。この領域、すなわち、電力制限領域では、通信路容量は信号電力に比例し、電波伝搬問題（二重選択性フェージング問題）は克服される。

一方、 $W_s \ll W_{critical}$  では、SN比 ( $\Gamma_0$ ) と SI比 ( $SIR_{max}$ ) の大小関係で、電波伝搬の影響の度合いが分かる。 $\Gamma_0 \ll SIR_{max}$  では、電波伝搬の影響は小さく、通信路容量は帯域幅に比例し、かつ、SN比の対数に比例する。これに対して、 $\Gamma_0 \gg SIR_{max}$  のケースでは、SI比の対数に比例することになるので、スプレッドファクタの値が大きくなって、SI比が大きくなり低下するケースでは、電波伝搬の影響が支配的となる。

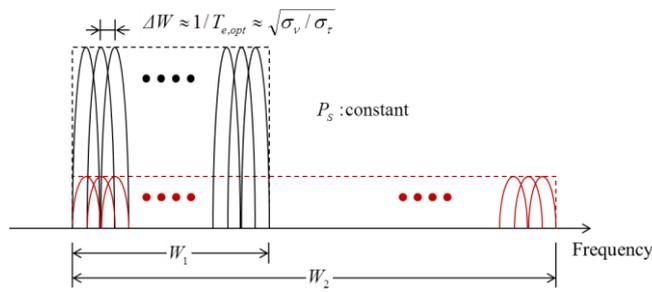


図8 OFDMを例としたスペクトル拡散の説明図

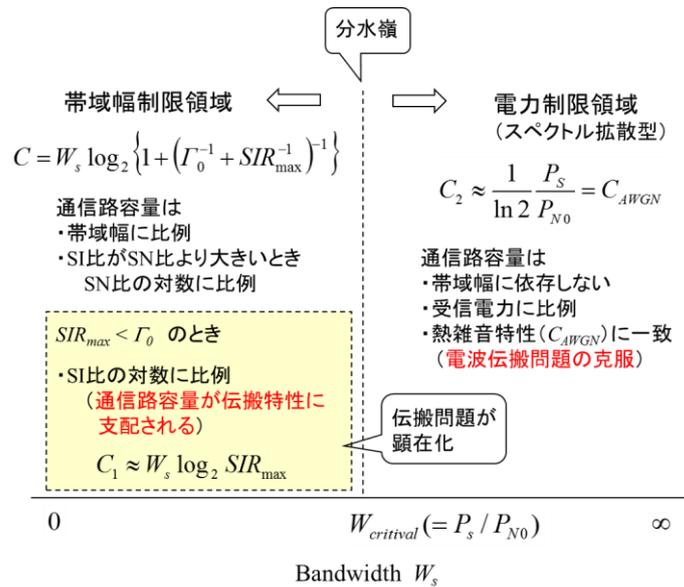


図9 電波伝搬と通信路容量の関係：帯域制限領域と電力制限領域

#### 4.2 最適設計からのズレの影響

信号設計が常に最適に行われることは、現実的にはむしろ少ないであろう。そこで、実効シンボル長  $T_e$  が最適値  $T_{e,opt}$  からずれた場合の通信路容量について調べる。通信路容量の概念が最適設計の下での無誤り最大伝送レートを与えるものであるため、非最適設計と組み合わせて議論することは定義矛盾となるが、ここでは、このまま通信路容量と呼ぶ。

実効シンボル長の最適値からのズレの係数を  $\beta$  と置き、以下で定義する。

$$\beta \equiv T_e / T_{e,opt} \tag{48}$$

このとき、(39)式で与えられる SI 比は以下のように変形できる。

$$SIR = \frac{1}{4\pi^2} \frac{T_e^2}{\sigma_\tau^2 + \sigma_v^2 T_e^4}$$

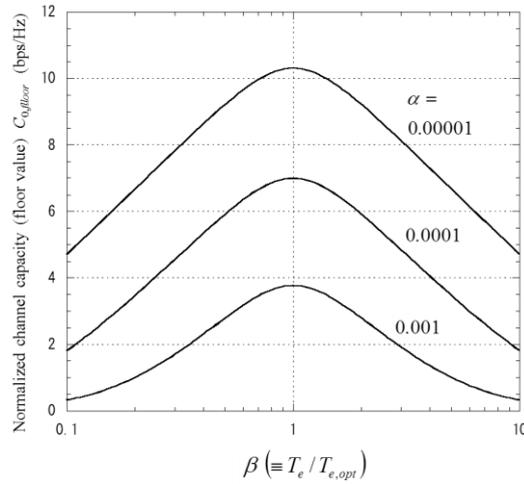


図 10 実効シンボル長 ( $T_e$ ) の最適値 ( $T_{e,opt}$ ) からのずれに対する正規化通信路容量フロア値 (上限値) の低下

$$\begin{aligned}
 &= \frac{T_e^2}{4\pi^2\alpha(T_{e,opt}^2 + T_e^4/T_{e,opt}^2)} \\
 &= \frac{\beta^2}{4\pi^2\alpha(1 + \beta^4)} \tag{47}
 \end{aligned}$$

帯域幅制限領域では、(43)式の  $8\pi^2\alpha$  を  $4\pi^2\alpha(1+\beta^4)/\beta^2$  で置き換えることにより、通信路容量の  $\beta$  依存性を調べることができる。

図 10 は正規化通信路容量の飽和値 (フロア値)  $C_{0,floor}$  を、スプレッドファクタをパラメータとして示している。図より、 $\beta$  が 1 に比べて倍・半分になると、1 ビット程度の通信路容量低下がわかる。

電力制限領域では、通信路容量の飽和は、熱雑音時の容量  $C_{AWGN}$  に収束する性質があり、そのことは、 $T_e$  の最適設計からのずれがあっても変わらないが、 $\alpha=0.001$  程度では、収束値に達するのに、より広い帯域幅を必要とすることが調べられている [5], [7]。いずれの領域においてでもあるが、特に、帯域幅制限領域においては、実効シンボル長を最適値  $T_{e,opt}$  に近づけることが重要であると結論できる。

## 5. BER のフロア値とスプレッドファクタ

二重選択性フェージング環境下での通信路容量評価においては、3, 4 節で述べたように、スプレッドファクタが伝搬伝搬のキーパラメータであった。同環境下での BER のフロア値にも現れるかどうかを探ってみよう。フロア値を与える誤りの発生は、ドップラー広がり起因するファーストフェージング (信号点の位相変動によるもの: ランダム FM) と、遅延の広がりによる周波数選択性フェージング (符号間干渉によるもの) の二つがあり、BER が  $10^{-2}$  程度以下では、両現象が共に存在する場合は、両者の和で近似できる。

ドップラー広がりによる BER フロア値  $P_{e,Doppler}$  は、変復調方式に依存するが、ドップラー広がり強い遅延検波方式である DBPSK, DQPSK に対しては

$$P_{e,Doppler}(\sigma_v; T_s) \approx k_v(\sigma_v T_s)^2 \tag{48}$$

となる [1]。  $k_v$  は変復調方式に依存する比例定数であり、DBPSK では  $\pi^2$ 、DQPSK では  $2\pi^2$  である。

遅延広がりによる BER フロア値  $P_{e, delay}$  の方はどうであろうか？これについては、筆者らが編み出した等価伝送路モデル[27],[28]を体系的にまとめた私稿[8] (の § 4.8) で示しているように、BER フロア値は  $\sigma_\tau^2$  に比例し、以下の式で近似できる。

$$P_{e, delay}(\sigma_\tau; T_s) \approx k_\tau (\sigma_\tau / T_s)^2 \quad (49)$$

ここで、 $k_\tau$ も変復調方式に依存する比例定数であり、QPSK系 (CQPSK, DQPSK,  $\pi/4$ -DQPSK) では約 0.8、BPSK系では約 0.08 である。

両者の和を最小にする最適なシンボル変換 (シングルキャリア変調:  $T_s \rightarrow$  マルチキャリア変調:  $T_e$ ) を行う。総合 BER のフロア値は、次式で近似できる。

$$P_{e, floor}(\sigma_v, \sigma_\tau; T_e) \approx k_v (\sigma_v T_e)^2 + k_\tau (\sigma_\tau / T_e)^2 \quad (50)$$

(50)式の値を最小にする  $T_e$  の最適値  $T_{e, opt}$  を求めて、そのときの BER フロア値  $P_{e, floor, min}$  を求めると、次式となる。

$$P_{e, floor, min} \approx 2\sqrt{k_v k_\tau} \sigma_v \sigma_\tau \quad \text{when } T_{e, opt} = \left(\frac{k_\tau}{k_v}\right)^{1/4} \sqrt{\frac{\sigma_\tau}{\sigma_v}} \quad (51)$$

上式から、BER のフロア値を最小にする信号設計を行った後の伝送特性にも、スペルッドファクタが現れてくることがわかる。(51)式で与えられる BER フロアの最小値を典型的な例について示す。周波数を 5GHz、変復調方式を DQPSK ( $k_i=2\pi^2$ ,  $k_r=0.8$ )、電波環境を水平面周囲一様の角度からマルチパス波が到来するレイリーフェージング環境を想定する。移動速度  $v$  と遅延スペルッド  $\sigma_\tau$  で表される 3つの環境；①屋内歩行移動 ( $v=1\text{m/s}$ ,  $\sigma_\tau=50\text{ns}$ )、②屋外歩行移動 ( $v=1\text{m/s}$ ,  $\sigma_\tau=1\mu\text{s}$ )、③屋外高速移動 ( $v=30\text{m/s}$ ,  $\sigma_\tau=50\text{ns}$ ) においては、それぞれのスペルッドファクタ  $\alpha$  は、①  $5.9 \times 10^{-7}$ 、②  $1.2 \times 10^{-5}$ 、③  $3.5 \times 10^{-4}$  であるので、BER フロアの最小値は、①  $4.7 \times 10^{-6}$ 、②  $9.4 \times 10^{-5}$ 、③  $2.8 \times 10^{-3}$  と算定される。

前述のとおり、式(51)で算定した BER フロアの最小値は、誤り訂正を適用しない前の BER 値であり、何らかの対策を施すことによって、この値をさらに小さくすることは可能である。

本稿全般を通じた解析より、ワイヤレス情報伝送の限界を追及する際に、電波伝搬の壁として立ちふさがるのがスペルッドファクタであるというイメージが浮き上がってくる[6]。

## 本稿を構成する著者文献

- [1] 唐沢好男, 改訂: デジタル移動通信の電波伝搬基礎, コロナ社, 2016.03.
- [2] Y. Karasawa, "On physical limit of wireless digital transmission from radio wave propagation perspective," *Radio Science*, vol. 51, no. 9, pp. 1600-1612, Sept. 2016.
- [3] 唐沢好男, "二重選択性フェージング環境の通信路容量," 信学技報, AP2016-136, pp. 39-44, 2017.01.
- [4] 唐沢好男, "二重選択性フェージング環境の通信路容量[II]," 信学技報, AP2016-166, pp. 55-60, 2017.02.
- [5] 唐沢好男, "二重選択性フェージング環境の通信路容量[III]," 信学技報, RCS2017-102, pp. 55-60, 2017.07.
- [6] 唐沢好男, "伝搬パラメータ「スペルッドファクタ」について," 信学会 AP 研 10 月発表, 2017.10.
- [7] Y. Karasawa, "A simple formula for noncoherent capacity in highly underspread WSSUS channels," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E101-B, no. 5, 2018. (to be published in May, 2018). (上記[3]~[5]を整理してまとめている)
- [8] 唐沢好男, "等価伝送路モデル: その思想と実践~電波伝搬視点からのデジタル伝送特性解析~, " *Tech. Rep. YK-001* (私報), pp. 1-35, 2017. <http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/ETP%20model.pdf>

## 参考文献

- [9] T. Kailath, "Sampling models for linear time-variant filters," *M.I.T Research Lab. of Electronics*, Tech. Rep., no. 352, pp. 1-47, 1959.
- [10] P. A. Bello, "Measurement of random time-varying linear channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-15, no. 4, pp. 469-475, 1969.

- [11] E. Biglieri, J. Proakis, and S. Shamai (Shitz), "Fading channels: Information theoretic and communications aspects," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, no. 6, pp. 2619–2692, October 1998.
- [12] G. Durisi, U. G. Schuster, H. Bölcskei, and S. Shamai (Shitz), "Noncoherent capacity of underspread fading channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 56, no. 1, pp. 367–395, 2010.
- [13] G. C. Ferrante, T. Q. S. Quek, and M. Z. Win, "Revisiting the capacity of noncoherent fading channels in mmWave system," *IEEE Trans. Commun.*, (accepted and now available: DOI 10.1109/TCOMM.2016.2565586).
- [14] P. A. Bello, "Characterization of randomly time-variant linear channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 11, no. 4, pp. 360–393, 1963.
- [15] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, New York, NY, U.S.A., fourth edition, 2001.
- [16] R. S. Kennedy, *Fading Dispersive Communication Channels*, Wiley, New York, NY, U.S.A., 1969.
- [17] R.H. Clarke, "A statistical theory of mobile-radio reception," *Bell Sys. Tech. Jour.*, July-August, pp. 957-1000, 1968.
- [18] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell System Technical Journal*, 27, 379–423 & 623–656, July & October, 1948.
- [19] I. E. Telatar and D. N. C. Tse, "Capacity and mutual information of wideband multipath fading channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 46, no.4, pp. 1384–1400, July 2000.
- [20] A. Lapidath, "On the asymptotic capacity of stationary Gaussian fading channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 2, pp. 437–446, February 2005.
- [21] M. Médard and R. G. Gallager, "Bandwidth scaling for fading multipath channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 48, no. 4, pp. 840–852, April 2002.
- [22] G. Durisi, V. I. Morgenshtern, H. Bölcskei, U. G. Schuster, and S. Shamai (Shitz), *Information Theory of Underspread WSSUS Channels*, 2011, pp. 65–116. [Online]. Available: [http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/local\\_139143.pdf](http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/local_139143.pdf).
- [23] S. Herbert, I. Wassell, and T. H. Loh, "A simple recursively computable lower bound on the noncoherent capacity of highly underspread fading channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 15, no. 6, pp. 3964-2978, June 2016.
- [24] J. R. Pierce, "Ultimate performance of M-ary transmission on fading channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 12, no. 1, pp. 2–5, Jan. 1966.
- [25] J. Nakazato, D. Okuyama, Y. Morimoto, and Y. karasawa, "Frequency-domain differential coding schemes under frequency-selective fading environment in adaptive baseband radio," *IEICE Trans., Commun.* vol. E99-B, no. 2, pp. 488-498, 2016.
- [26] 唐沢好男, "環境適応型ベースバンド無線：無線通信のパラダイムシフトを目指して," *Tech. Rep. YK-002 (私報)*, pp. 1-35, 2017. [http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/YK-002\\_Baseband\\_Radio.pdf](http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/YK-002_Baseband_Radio.pdf)
- [27] Y. Karasawa, T. Kuroda and H. Iwai, "The equivalent transmission-path model," *IEEE Trans. Vehicul. Tech.*, vol. 47, 1, pp. 194-202, 1997.
- [28] 唐沢好男, "広帯域移動通信の多重波伝搬理論とモデリング：-等価伝送路モデルによる「伝搬」と「システム」の橋渡し-", *信学論 B*, vol. J83-B, no.12, pp1651-1660, 2000.