Technical Report YK-004
Nov. 10, 2017
Y. Karasawa

無線通信の電波伝搬

～移動伝搬理解とシミュレーション技法の壺～

唐沢好男

筆者は、ディジタル移動通信のための電波伝搬の基礎を、コロナ社出版の専門書[1]にまとめている。本資料は、この中の５章（レイリーフェージング）と６章（仲上･ライスフェージング）から、移動電波伝搬理解の壺的項目を抽出し、大学院レベルの教科書風にまとめている。また、本稿では、その前段で、無線通信の電波伝搬全体の概要を、また、後半では、[1]の７章の中で扱っている、電波伝搬モデルを組み入れたディジタル伝送特性評価のための計算機シミュレーションモデル（フェージング生成法）をまとめている。

専門書[1]は、ここで取り上げる伝搬モデルやその基礎事項･関連技術含めて、より幅広い視点でまとめているので、本資料をその入り口としてほしい。

目次

１．電波伝搬概要 …… 2
　１．１　伝搬モード
　１．２　直接波伝搬とフレネルゾーン
　１．３　平面大地の２波モデル伝搬
　１．４　粗面散乱：コヒーレント成分とインコヒーレント成分
　１．５　降雨中の電波伝搬
２．移動通信の電波伝搬 …… 9
　２．１　移動通信の伝搬構造
　２．２　レイリーフェージング
　２．３　仲上・ライスフェージング
３．伝搬環境生成のためのシミュレーション技法 …… 28
　３．１　レイリーフェージングの生成
　３．２　任意の相関行列を有するアレー出力の生成
　３．３　MIMO チャネルの生成：クロネッカーモデル

１．電波伝搬概要

無線伝送システムでは、フリスの伝達公式が回線設計の基本になるが、実際の回線では、その通信が行われる電波伝搬環境に依存する様々な伝搬阻害要因があり、受信電力はこれより弱くなる。例えば、10GHz以上の高い周波数では、降雨による電波の減衰が無視できなくなる。また、携帯端末通信のような移動通信では、送信局と端末間に建物や樹木が存在し、見通しの良い通信が期待できなくなる。

この章では、無線伝送の障害要因となる電波伝搬の概要と基本伝搬モデルを述べる。電波伝搬では、大地・対流圏・電離圏と言った発生場所に起因する物理現象を、電波システム（通信・放送・リモートセンシング・電磁干渉問題など）の回線設計に組み入れるモデル化が重要になる。ここでは、電波伝搬の全体を俯瞰し、その中の基礎的なことに絞って、モデル化の方法を学ぶ。

１．１　伝搬モード

自由空間伝搬では、フリスの伝達公式が基本式になる[1],[2]。しかし実際には、伝搬路に存在する様々な媒質によって、受信信号は影響を受け、その大部分の現象においては、信号強度が減衰することによる通信品質の劣化をもたらす。このような、伝送路上の媒質による影響を扱うのが電波伝搬である。電波が伝搬する領域や媒質、あるいは、反射・回折・散乱などのメカニズムの違いによって、伝搬波に名前が付けられている。大別すると、対流圏伝搬波、電離圏伝搬波、地上波の３つのモードである。図１は、主に地上系の無線システムに現れる伝搬モードを、図２は衛星通信に現れる伝搬モードを示している。図２に描いている降雨減衰や海面反射のような現象は、地上系・衛星系の共通に現れ、一方に分類されるものではないが、一つの図面に表すには、図が煩雑になりすぎるので、主となる方に含めていると理解してほしい。

両図には、地上系の移動通信の伝搬モードを含めていない。地上系移動通信では、伝搬経路がたくさんに分かれるマルチパス伝搬になり、伝搬媒質による信号レベルの低下だけではなく、ドップラーシフトのばらつきによる高速な時間変動や到達時間のばらつきによる周波数特性の変化（周波数選択性フェージング）が現れ、これらが、情報伝送、特に、広帯域ディジタル信号伝送に大きな影響を与えるので、この伝搬モードについては、２章でまとめる。

ここでは、主として、受信信号強度の低下をもたらす各種電波伝搬モードを取り上げ、その基本的な性質を学ぶ。電波伝搬の詳細については、その専門書[1],[3]~[5]で学んでほしい。

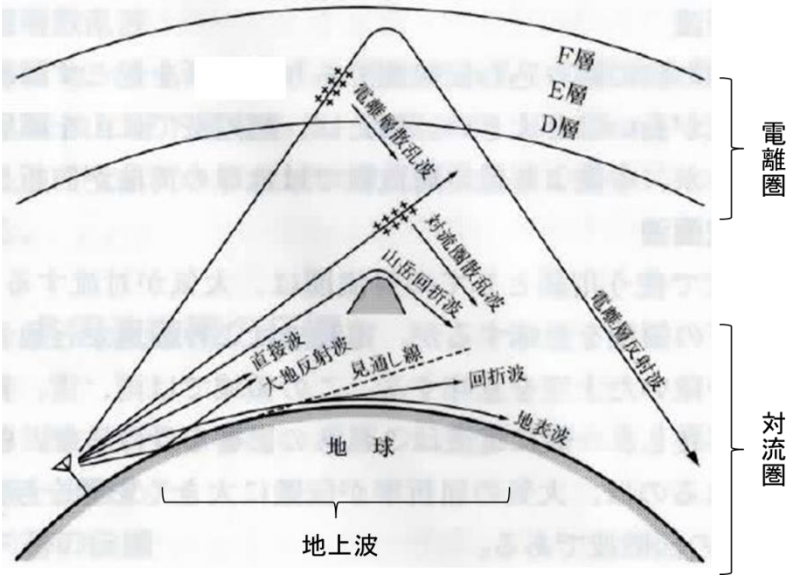


図１　地上系無線システムに現れる伝搬モード [5]

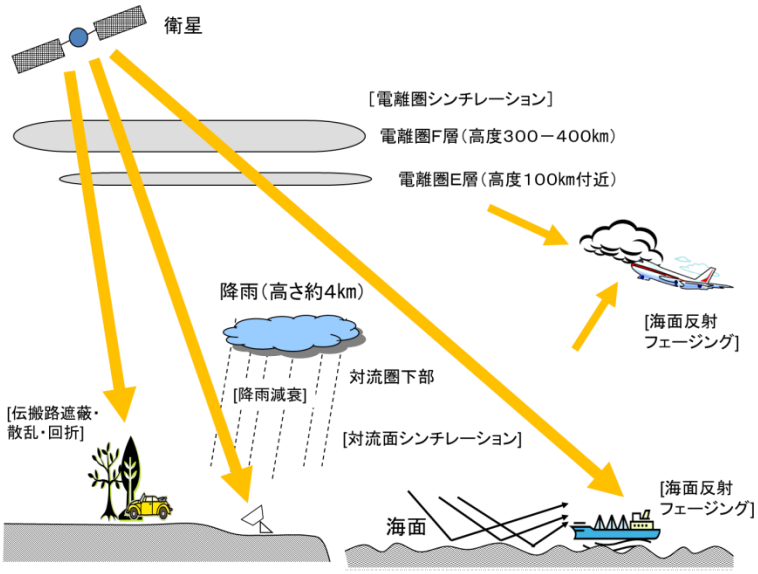


図２　衛星通信システムに現れる伝搬モード

１．２　直接波伝搬とフレネルゾーン

フリスの伝達公式が成立するのは、見通しの良い環境であって、かつ、周囲に散乱物がないことが条件になる。見通しが良い、すなわち、直接波が影響を受けないとはどういう条件になるか。これを、図３に示すフレネルゾーンにより説明する。

送信点 T と受信点 R を結ぶ線上の点 P を通る垂直な平面を考え、この平面上に点 Q を置く。TR 間距離を d, TP 間距離 d_1, PR 間距離 d_2, TQ 間距離 d_{TQ}, QR 間距離 d_{QR} と置く。この平面上の点 Q が、

$$d_{TQ} + d_{QR} = d + \frac{n\lambda}{2} \tag{1}$$

を満足するとき、平面上に n をパラメータとして、半径 $r(n)$の円が書ける。ここで、λは電波の波長である。このとき、n を自然数として、$r(n\text{-}1)$と $r(n)$で囲まれる円環部を第 n フレネルゾーンと呼ぶ。その半径は、$r \ll d_1, d_2$ の条件のもとで、

$$r(n) = \sqrt{\frac{n\lambda d_1 d_2}{d}} \tag{2}$$

となる。遮へいがない場合の受信強度を 1 (=0dB)とすると、第一フレネルゾーンからの寄与は 2 (=6dB)となる。n=2, 3, ・・・とより大きなフレネルゾーンを加えてゆくごとに受信強度は減増を繰り返しながら 1 に近づいてくる。また、第一フレネルゾーンより小さくなると、受信強度は r の減少と共に単調に減少する。結論として、直接波が影響を受けないためには、概ね、第一フレネルゾーン内（距離方向にも広げて、回転楕円体のエリア）に障害物が無いことが条件になる。

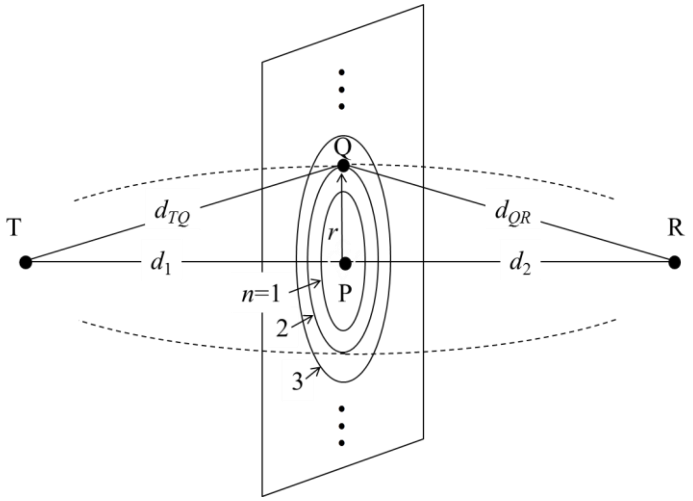


図３　フレネルゾーン

１．３　平面大地の２波モデル伝搬

マルチパス伝搬の入り口に位置づけられる平面大地（あるいは鏡面状態の海面など）の反射による 2 波モデルを説明する。2 波モデルは、図４に示すような平面大地のフェージングを表現する。見通し内伝搬の中で、最もシンプルなケースである。

送・受信のアンテナ高 h_t, h_rに対して送受信間距離 dが十分大きいとき、受信信号振幅 Aは、直接波の強度 E_d、大地の反射係数を Rとして、

$$A = \left| E_d \left\{ 1 + R\exp(-j\Delta\phi) \right\} \right| \tag{3a}$$

$$= 2\left| E_d \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2} \right) \right| \qquad (R = -1 \text{ のとき}) \tag{3b}$$

$$\Delta\phi \approx \frac{4\pi h_r h_t}{\lambda d} \tag{3c}$$

である。大地（や海面）の反射係数は、水平に近い入射角に対しては R = -1 とみなすことができるので、式(3b)がよく用いられる。

受信電力 P_rと送信電力 P_tの比で表すと、

$$\frac{P_r}{P_t} = \left\{ \frac{\lambda}{2\pi d} \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2} \right) \right\}^2 G_r G_t \tag{4}$$

となる。ここで、G_t, G_rは送・受信アンテナの利得である。

図５は、周波数 2GHz、h_t=10m, h_r=1.5m の場合の P_r/P_tの計算例である。図からわかるように、ある距離を境に、減衰の傾向が $1/d^2$から $1/d^4$に変わる。この点はブレークポイントと呼ばれ、$\Delta\phi=\pi$となる距離付近に現れる。すなわち、$d=4h_rh_t/\lambda$ 付近である。ブレークポイントまでは、距離の増加と共に 2 波の位相関係が 2π以上に変化し、受信強度には図に見られるような周期的変動が生じるが、ブレークポイントを超えると 2 波の距離差によって生じる位相差$\Delta\phi$が 0 に近づき、受信強度も単調に減少する。単純な見通し環境であっても、複合的な距離特性を示す点が興味深い。なお、ここでは、反射点として平面大地を想定しているが、鏡面状態の水面や海面でも同じことである。

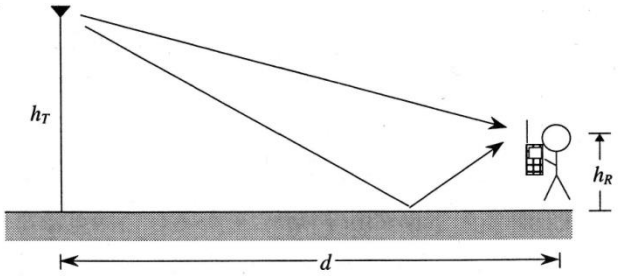


図４　直接波と平面大地反射波による２波モデル

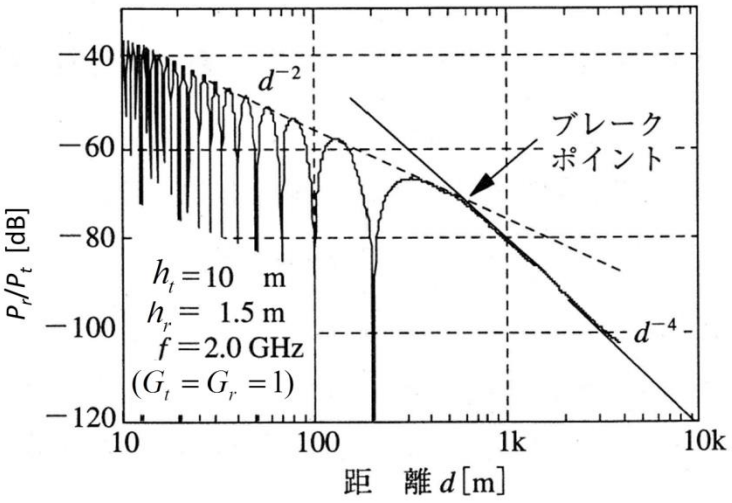


図５　平面大地反射２波モデルの受信電力の距離特性

１．４　粗面散乱：コヒーレント成分とインコヒーレント成分

大地・壁面・海面などの反射面が滑らかな平面であれば、その反射係数は、以下のフレネルの反射係数で求めることができる。

$$R = \frac{\sin\theta - \sqrt{C}}{\sin\theta + \sqrt{C}} \tag{5}$$

$$C = \nu - \cos^2\theta \qquad \text{（水平偏波入射／水平偏波反射）}$$

$$C = \left(\nu - \cos^2\theta\right)/\nu^2 \qquad \text{（垂直偏波入射／垂直偏波反射）}$$

$$\nu = \varepsilon_r(f) - j60\lambda\sigma(f)$$

ここで、θは接地角（水平面から測った角度：グレージング角）、ε_r, σは周波数 fの関数で与えられる媒質の比誘電率及び導電率である。海面に対しては、VHF～UHF 帯周波数においては、ε_r=80, σ=4 [(Ωm)$^{-1}$]が用いられる。図６は海面および中程度乾燥大地表面の反射係数を示している[3]。垂直偏波成分 R_{VV}に対して、接地角の小さいところで、反射係数の振幅に極小値が現れている。この極小値を与える角度はブリュ

ースター角と呼ばれる。ブリュースター角付近で、位相特性が急激に変化することが分かる。円偏波（入出力とも同じ旋回方向の円偏波）に対する反射係数 R_{CC}は、水平偏波と垂直偏波の反射係数 R_{HH}, R_{VV}を用いて $R_{CC}=(R_{HH}+R_{VV})/2$ で与えられる。

このような、完全平面に対する反射波は、反射点が鏡面反射点となり、位相関係が送受信信号の間で一定であるので、コヒーレント成分と呼ばれる。反射面が凹凸のある粗面になると、位相関係が不規則となり、この成分はインコヒーレント成分と呼ばれる。図 7 はこの様子を示している。粗面の荒れ具合は位相変動の標準偏差を与える次式のラフネスファクタ u（単位はラジアン）で表される。

$$u = \frac{4\pi\sigma_h \sin\theta}{\lambda} \tag{6}$$

ここで、σ_hは粗面表面高の標準偏差、角度θ は接地角である。海面の場合には、観測で用いられる波高（1/3 有義波高）Hに対して、$H \simeq 4\sigma_h$ の関係が知られている。ラフネスファクタ uは、粗面高標準偏差σ_hのみでなく、周波数や入射角度に依存する量である。

粗面散乱信号 Eは、コヒーレント成分 E_Cとインコヒーレント成分 E_Iの合成 $E=E_C+E_I$で表される。E_Cは Eの平均値$\langle E\rangle$である。

粗面散乱理論より、コヒーレント成分の電力 $P_C(=|E_C|^2)$は、uの関数として、次式で与えられる[6]。

$$P_C(u) = \exp(-u^2)|R|^2 \tag{7}$$

コヒーレント成分とインコヒーレント成分の強度関係は粗面状態が $u=1$ 付近で入れ替わり、$u>2$ ではインコヒーレント成分が主体になる。インコヒーレント成分の平均電力 $P_I(=\langle|E_I|^2\rangle)$の大きさは、$u$の大きさばかりでなく、面の傾きの標準偏差（海面であれば、波高と波長の比を与える波形勾配）などにも依存する。地上系の無線システムで海を挟むような回線では、インコヒーレント成分の平均電力 P_Iの最大値は $P_C(0)$の 1/2 程度止まりであるが、衛星回線のように、十分遠方から広い海面に電波が降り注がれるようなケースでは、低仰角入射（ただし、仰角 5°程度以上）において、以下で与えられるエネルギー保存則が満たされるくらいまで発達する[7]。

$$P_C(u) + P_I(u) \approx P_C(0) \tag{8}$$

粗面散乱波の受信信号の振幅は、コヒーレント成分（定常成）とインコヒーレント成分（不規則変動成分）の合成になるので、その確率分布は仲上・ライス分布になる（注：仲上・ライス分布の説明は 2.3 節に)。ラフネスファクタ uの値が 2 を超えてコヒーレント成分が無視できる状態になると、振幅分布はレイリー分布となる（注：レイリー分布の説明は 2.2 節に)。アンテナで受信される信号は、もう一つの定常波成分として直接波成分が加わり、合成振幅の確率分布は、２定常波＋１不規則波の分布になる。状態 u>2 では、直接波成分と散乱波インコヒーレント成分の和になり、仲上・ライス分布になる。

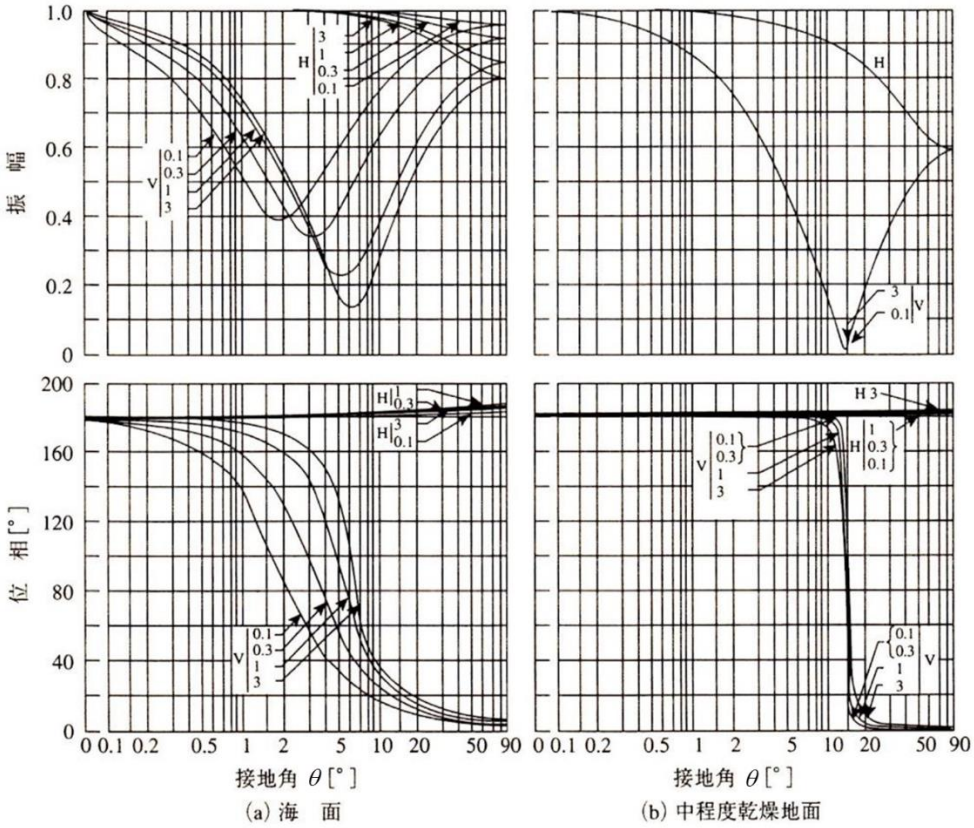


図６　海面および中程度乾燥大地表面の反射係数（振幅および位相）[3]（周波数範囲：0.1～3GHz, 偏波 V：垂直偏波入射・垂直偏波反射（R_{VV}）、偏波 H：水平偏波入射・水平偏波反射（R_{HH}））

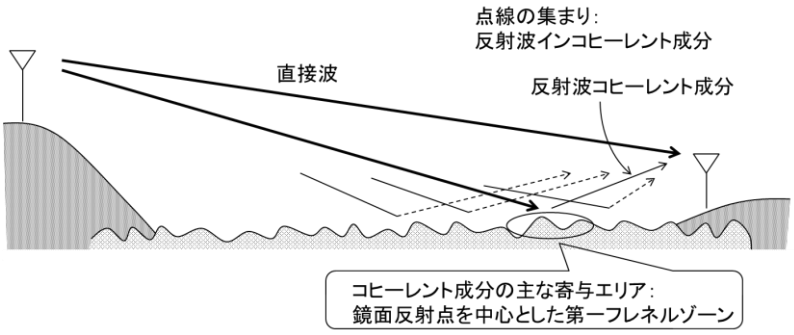


図７　粗面散乱におけるコヒーレント成分とインコヒーレント成分

１．５　降雨中の電波伝搬

雨や雪などの中を電波が通ると、降水粒子によってそのエネルギーの一部が吸収と散乱を受ける。特に、降雨は、他の大気水象（雪・雹・霧など）に比べて水分量が多いため、最も影響が大きい。雨滴の大きさが、電波の波長に近づくほど吸収・散乱が大きくなるので、高い周波数、特に、10GHz 以上の周波数に対して大きな影響を与える。図８は降雨強度に対する減衰係数（一定の強さの雨が 1km にわたって均一に降

った場合の減衰量：dB/km）の周波数特性（理論値）である[3]。図より、降雨強度が強いほど、また周波数 100GHz 付近までは、周波数が高くなるほど減衰係数が大きくなっていることが分かる。100GHz 以上の周波数では、波長が雨滴の大きさよりも短くなって、光波帯の漸近値に近づき、飽和現象が現れている。

降雨強度の統計値は、我が国でも、世界的にも地点ごとのデータベースがあり、これが使われる。実際の減衰量の計算では、これに距離のファクタ（等価通路長と呼ばれる）が掛け算される。降雨は、水平的な広がりにおいても鉛直方向に対しても不均一なため、等価通路長と実伝搬距離（衛星回線のような斜め回線では地上 4km 以下にある伝搬距離）とは一致せず、大きな降雨強度の場合には、等価通路長は実伝搬距離よりは小さな値となる。地上回線・衛星回線共に、降雨減衰量を精度よく求める方法が確立しているので[3], [8]、推定が必要な場合には、その計算式を使って求めてほしい。

強雨時の雨滴の大きさは、地上付近で直径が最大 6mm にも達するが、直径 2mm 以上の雨滴では、水平方向に扁平した変形雨滴になる。このため、水平偏波と垂直偏波では減衰量が僅かに異なり、電波の偏波を歪ませる原因になる。特に、直交偏波を用いた２ストリーム運用を行うような場合には、信号の XPD（交差偏波識別度）劣化が直交偏波間の干渉を与える問題となり、この影響の定量的評価と対策が必要になる。

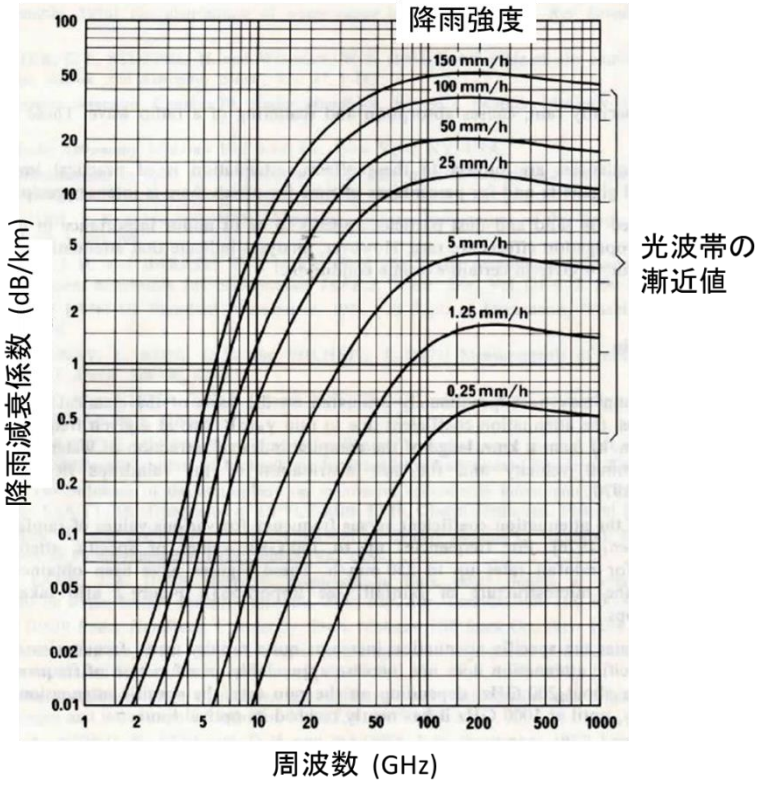


図８　降雨強度に対する減衰係数の周波数特性 [3]

２．移動通信の電波伝搬

数多の電波システムの中で、現在、主役の座を占めているのは、携帯端末に代表される移動通信（モバイルワイヤレス通信）である。大容量のディジタル信号を情報端末に伝送する場合には、信号レベルの低下のみならず、端末の高速移動に伴う短い周期のレベル変動、マルチパス伝搬波の到達時間のばらつきなど、様々な要因によって伝送品質の劣化が引き起こされる。無線通信技術として主要な役割を担っているOFDMやMIMOは、アンテナ・電波伝搬・システムの複合技術であるが、これを有効に機能させるためにも、マルチパス伝搬によって生じるフェージングの時間領域・空間領域・周波数領域にわたる性質の理解が不可欠である。本章では、このマルチパス伝搬の基本を学ぶ。

２．１　移動通信の伝搬構造

基地局から端末に至る伝搬路のモデルを図９に示す。基地局からの電波が建物等で散乱を繰り返しながら端末のあるエリアまで到達する部分と、端末周囲の建物からの反射や散乱による多数のパスが合成される部分（マルチパス伝搬）の二つに分けて考えることができる。さらに第一の部分は、基地局の距離に依存する要素（距離特性）と、伝搬通路の遮へい状況に依存する要素（シャドーイング特性）の二つに分けられる。移動通信の電波伝搬は、この３つの要素の重畳作用としてモデル化され、次式で表される。

$$P_r(t,d) = G_0 \cdot G_{distance}(d) \cdot G_{shadowing}(t) \cdot G_{fading}(t) \cdot P_t \qquad (9)$$

ここで、P_t, P_rは送受信の電力、dは基地局と端末間の距離、G_0はアンテナ利得など電波伝搬以外で決まるファクタである。電波伝搬ファクタの$G_{distance}$は距離特性、$G_{shadowing}$はシャドーイング特性、G_{fading}はマルチパスフェージングによる瞬時変動特性である。$G_{shadowing}$とG_{fading}は、空間位置の関数であるが、移動体受信では、その空間位置変化が時間領域に現れるため、式(9)では、時間 t の関数としている。距離特性$G_{distance}$は、同じ距離についての多数のデータの統計的中央値で、長区間中央値と呼ばれる。距離が同じでも、遮へい状況の程度によって、長区間中央値からの偏移があるが、それを比で表したのが、シャドーイング特性$G_{shadowing}$である。概ね建物サイズの短区間と呼ばれる数m～数十m程度では、$G_{shadowing}$の値はほぼ一定である。長区間でみると、この値が確率的に分布することになり、短区間中央値変動と呼ばれる。マルチパスフェージング G_{fading}は、波長単位の空間スケールで変動し、時間領域での瞬時変動となる。図１０は、このモデルの構造を概念的に表したものである。このモデルは、開拓者（奥村善久）の名前を冠して、奥村モデルと呼ばれる。

自由空間における受信電力の距離特性が d^{-2} であるのに対して、移動通信のように見通しがさえぎられている環境では、距離特性は $d^{-3.5}$～d^{-4} であることが調べられている。また、この距離特性を、平均建物高、道路幅など新たな都市構造パラメータを導入して、よりきめ細かな推定を可能とするモデルもいくつか提案されている（文献[9]に具体的な計算法が整理されてまとめられている）。短区間中央値$G_{shadowing}$の値は、建物の混み具合や基地局・移動局の位置関係などその場所の周囲環境によって異なってくる。セルの大きさが数 km 以上のマクロセルの場合には、標準偏差 6～8dB 程度の対数正規分布（dB 値に代表される対数値が正規分布する確率分布）になることが測定によって調べられている。対数値が正規分布する現象は、確率的に分布する多くの障害を積の形で受ける確率過程（乗算的（あるいは積算的）確率過程）に現れることが知られており、図９のイメージとも符合する。マルチパスフェージングの性質については、次節で、詳しく説明する。

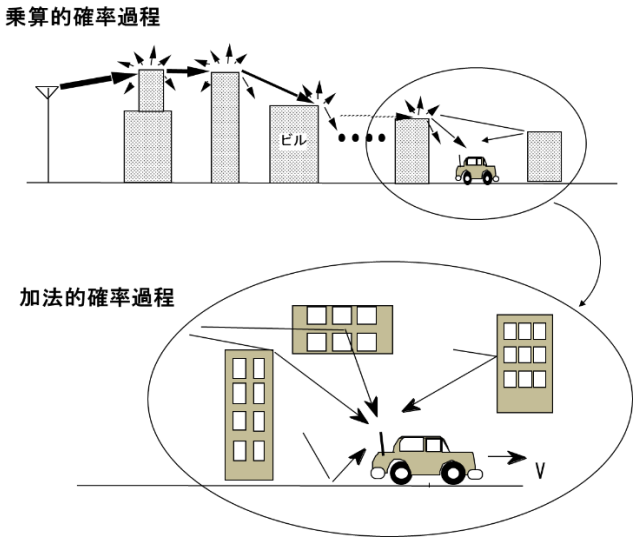


図９　移動通信の電波伝搬環境

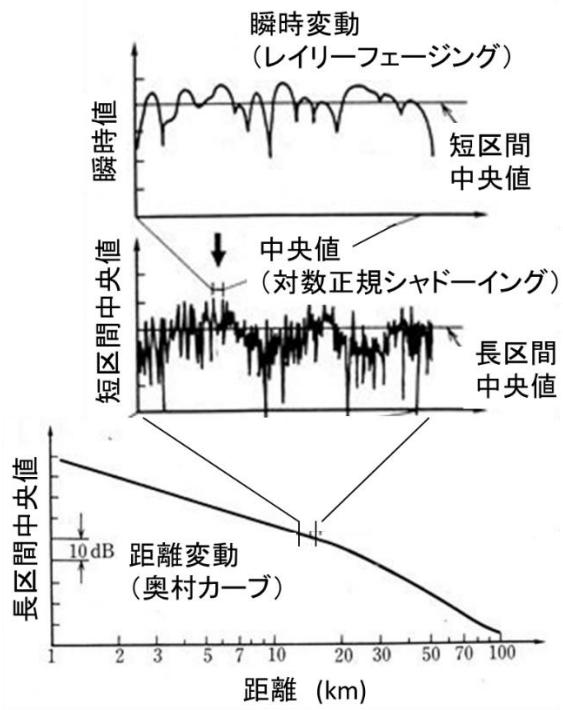


図１０　移動通信の伝搬モデル（奥村モデル）

２．２　レイリーフェージング

２．２．１　振幅・位相変動とその確率分布

図１１のような周囲から多数の散乱波（波源を同一とするマルチパス波）が到来する環境を考えてみよう。この環境の中を速度 v で移動しながら電波を受信するとき、その強度（包絡線レベル） r はどのような確率分布になるだろうか。この答えがレイリー分布である。以下、説明を簡単にするため無変調波を仮定しているが、伝送路の周波数特性が伝送信号帯域内で一定とみなすことができる狭帯域信号であれば同じように成立する。

受信高周波信号 $e(t)$ は次式になる。

$$
\begin{aligned}
e(t) &= \mathrm{Re}\left[\sum_{i=1}^{N} r_i(t)\exp j\{2\pi f_c t + \varphi_i(t)\}\right] \\
&= \left\{\sum_{i=1}^{N} r_i(t)\cos\varphi_i(t)\right\}\cos(2\pi f_c t) - \left\{\sum_{i=1}^{N} r_i(t)\sin\varphi_i(t)\right\}\sin(2\pi f_c t) \qquad (10) \\
\varphi_i(t) &= \frac{2\pi v t\cos\phi_i}{\lambda} + \varphi_{i0}
\end{aligned}
$$

ここで、N は散乱波（各パス一つひとつの波：素波）の数、f_c は搬送波周波数、λ は搬送波の波長、φ_{i0} は素波 i の初期位相（任意にばらついている位相を表現するためのもの）、ϕ_i は移動方向を基準にした水平面到来角度、v は移動体の速度であり、Re[ ]は複素数の実数部である。式(10)は{ }の部分を x, y と置き変えることにより、

$$
\begin{aligned}
e(t) &= x(t)\cos(2\pi f_c t) - y(t)\sin(2\pi f_c t) \\
&= r(t)\cos\{2\pi f_c t + \varphi(t)\} \qquad (11)
\end{aligned}
$$

と表わされる。三角関数の公式より、x, y と r, φ は、$x=r\cos\varphi$, $y=r\sin\varphi$ の関係がある。

N が十分大きいこと、到来角度のランダム性によって φ_n もお互いに無相関であることを考慮すると、中心極限定理により x, y の確率密度関数（PDF） f_x , f_y は平均値 0、標準偏差 σ の正規分布 $N(0, \sigma^2)$ となる。x と y の変動は独立であるので、結合確率密度関数 $f_{xy}(x, y)$ は f_x と f_y の積となる。r と φ の結合確率密度関数 $f_{r\varphi}(r, \varphi)$ は、

$$
f_{r\varphi}(r,\varphi) = f_x(x)\,f_y(y)\begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \frac{r}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \qquad (12)
$$

となる。これより、振幅 r、位相 φ の確率密度関数 $f_r(r)$, $f_\varphi(\varphi)$ は、おのおの

$$
f_r(r) = \int_0^{2\pi} f_{r\varphi}(r,\varphi)d\varphi = \frac{r}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \qquad \text{【レイリー分布】} \qquad (13)
$$

$$
f_\varphi(\varphi) = \int_0^{\infty} f_{r\varphi}(r,\varphi)dr = \frac{1}{2\pi} \qquad \text{【一様分布】} \qquad (14)
$$

となる。

振幅の確率分布がレイリー分布になる性質から、このようにして発生するフェージングはレイリーフェージングと呼ばれる。その代表的な例が図１１のような、卓越した直接波が存在しない移動通信の電波伝搬環境である。このように、レイリー分布が生起する確率過程は、不規則変動の線形加算になっているの

で、加法的（あるいは加算的）確率過程と呼ばれる。

レイリー分布は１つのパラメータσのみで規定される確率分布である。平均電力を $\langle r^2 \rangle/2$ とすると、この値がσ^2 である。（定義によっては $\langle r^2 \rangle$を平均電力とおく場合もあるが、その場合には、平均電力は 2 σ^2 である。）確率密度関数 f を変数の最小値から、その変数の値までを積分したものを累積確率、その全体を、確率分布関数、あるいは累積分布関数（CDF）と呼ぶ。図１２は、正規分布とレイリー分布の PDF と CDF をパラメータσ =1 として示している。

レイリーフェージングの電力変動の分布、あるいは雑音電力が一定の状態での信号対雑音電力比（SN 比）の分布 f_z は $z \propto r^2$ とした z の分布であり、以下の指数分布になる。

$$f_z(z) = \frac{1}{\Gamma_0} \exp\left(-\frac{z}{\Gamma_0}\right) \tag{15}$$

ここで、Γ_0は変数 z の平均値である。

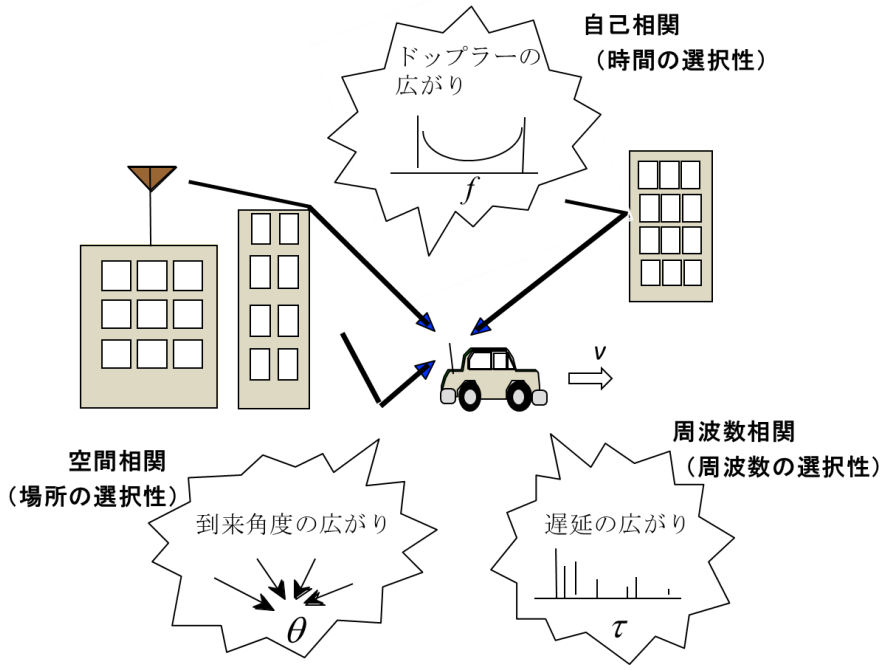


図１１　移動通信のマルチパス環境

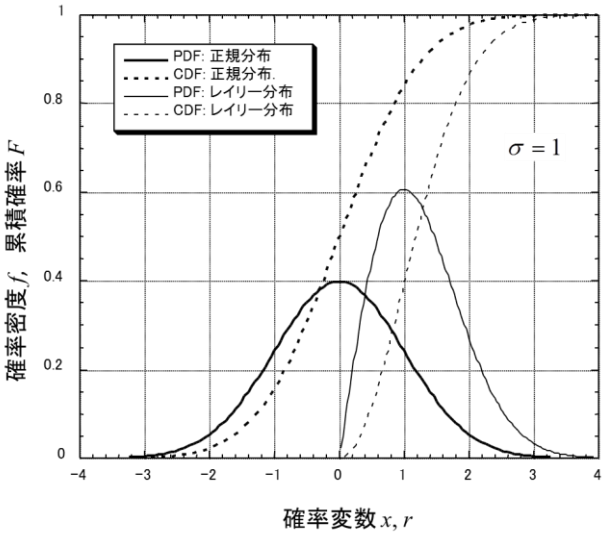


図１２　正規分布とレイリー分布の確率密度関数と累積分布関数

２．２．２　フェージングの相関特性：三つの量の相関係数と相互の関係

図１１にレイリーフェージング環境に対する基本的な性質をまとめている。その性質は、伝搬構造を決める３つの量：ドップラーシフト・到来角度・伝搬遅延のそれぞれが確率的に分布してばらつきを有することである。このばらつきを“広がり（スプレッド）”と呼ぶ。その結果、それらの量の広がりによって受信信号に、時間領域・空間領域・周波数領域での変動が生じる。その変化する特性を“選択性”と呼ぶ。それらの統計的性質は、自己相関・空間相関・周波数相関で与えられる。

以下、搬送波周波数 f_c をベースバンド周波数の f=0 に対応させた等価低域通過系（ベースバンド系）での複素数信号表現で記述する［この信号形式表現は文献[1]の４章を見てほしい］。変数 x によって表わされるフェージングの複素振幅 a（$=r\ \exp(j\phi)$）を考える。その x 領域における $a(x)$と $a(x+\Delta x)$の相関係数 $\rho_a(\Delta x)$は、次式で与えられる。

$$\rho_a(\Delta x)=\frac{\left\langle a^*(x)a(x+\Delta x)\right\rangle}{\left\langle a^*(x)a(x)\right\rangle} \tag{16}$$

〈 〉はアンサンブル平均（期待値：実際には x 領域や時間領域での平均で代用される）である。複素量 a の位相は式(4.6)より、0～2π に一様に分布するので、$\langle a\rangle=0$ の性質を用いている。変数 x は時間(t)、空間位置(x)、周波数(f)等に対応する。

振幅（包絡線レベル）A、電力（自乗振幅）P の相関係数$\rho_A(\Delta x)$、$\rho_P(\Delta x)$も同様に、以下のように定義できる。

$$\rho_A(\Delta x)=\frac{\left\langle A(x)A(x+\Delta x)\right\rangle-\left\langle A(x)\right\rangle^2}{\left\langle A^2(x)\right\rangle-\left\langle A(x)\right\rangle^2} \tag{17}$$

ただし、　$A(x)\equiv|a(x)|$

$$\rho_P(\Delta x)=\frac{\left\langle P(x)P(x+\Delta x)\right\rangle-\left\langle P(x)\right\rangle^2}{\left\langle P^2(x)\right\rangle-\left\langle P(x)\right\rangle^2} \tag{18}$$

ただし、　$P(x)\equiv|a(x)|^2\equiv A^2(x)$

a およびρ_aが複素数であるのに対して、A, P, ρ_A, ρ_Pは実数である。レイリーフェージングの場合、この３つの相関係数は、以下の関係で結ばれる。

$$\rho_A(\Delta x) \approx \rho_P(\Delta x) = \left|\rho_a(\Delta x)\right|^2 \tag{19}$$

ρ_Aを理論的に求めることはかなり高度であること（得られた計算式も簡易でないこと）、一方、ρ_Pはρ_aの関数として非常に簡易な式が解析的に得られること、そしてさらに、ρ_Aとρ_Pはよい近似関係にあること、が導かれる。その結果、ρ_Aを使いたい場合でもρ_Pで代用される。この導出や近似関係の評価については、文献[1]に詳しくまとめられている。

２．２．３　遅延プロファイルと周波数相関特性

（1）インパルス応答と伝達関数

広帯域情報伝送を阻む要因となるマルチパス遅延特性と、周波数選択性フェージングを学ぶ。

時々刻々変化する伝送路の特性を（遅延）時間領域で表現するのがインパルス応答である。マルチパス伝搬路のインパルス応答 h は、個々のパス（パス数 N） i の遅延量を τ_i 、搬送波周波数、すなわちベースバンド周波数における f=0 での複素振幅 を a_i {= r_i exp($j\phi_i$)}とし、これらが時間 t とともに緩やかに変化して行くとすると、次式で与えられる。

$$h(\tau,t) = \sum_{i=1}^{N} a_i(t)\delta\{\tau - \tau_i(t)\} \tag{20}$$

ここで、δはディラックのデルタ関数である。図１３は、ある瞬間（時刻 t）におけるインパルス応答（イメージ）を実線で、それらの微小時間後（$t+\Delta t$）を点線で示している。

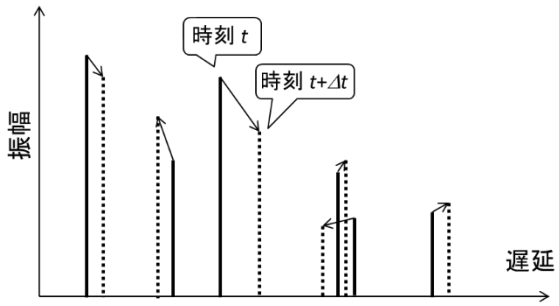


図１３　インパルス応答とその時間変化の様子（実線：時刻 t, 点線：時刻 $t+\Delta t$）

伝送路の特性にインパルス応答を用いることによって、送受信信号の関係を簡易に表すことができる。送信信号を $s(t)$、伝送路のインパルス応答の時間変化分を無視して $h(\tau)$ とすると、受信信号 $y(t)$ は、以下で表される。

$$y(t) = h(t) \otimes s(t) = \sum_{i=1}^{N} a_i(t)s(t-\tau_i) \qquad (\otimes\text{: 畳み込み積分}) \tag{21}$$

周波数領域での伝送路の瞬時環境表現には伝達関数が用いられる。この伝送路特性が時間的に比較的緩やかに変化する場合には、時間の関数として $T(f, t)$ と書ける。この状態で、伝達関数とインパルス応答は、以下のフーリエ変換対の関係にある。

$$T(f,t)=\int_0^{\infty} h(t,\tau)\exp(-j2\pi f\tau)d\tau \tag{22}$$

$$h(t,\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} T(f,t)\exp(j2\pi f\tau)df \tag{23}$$

図１４は伝達関数の一例である。伝送信号の帯域内で伝達関数が一様とみなせるような狭帯域信号に対しては、信号強度に時間的変動がある場合でも伝送波形の歪は生じない。このようなフェージングは周波数フラットフェージングと呼ばれる。これに対して、図中に “帯域幅（広）” と示したように、帯域内で伝達関数に変化が生じると波形の歪が生じ、符号間干渉誤りが起きるようになる。この現象は周波数選択性フェージングと呼ばれ、広帯域信号の伝送時に問題になる。

以上述べた意味からも明らかなように、周波数選択性フェージングとは、初めからそういう環境があるのではなく、どの程度の帯域で見るかというシステムに依存して決まるものである。

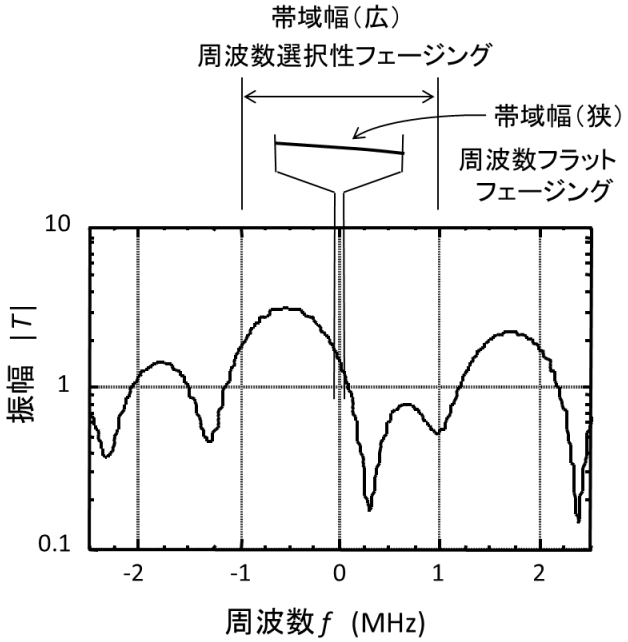


図１４　伝達関数と周波数選択性フェージング

（２）遅延プロファイルと遅延スプレッド

インパルス応答が伝送路の瞬時の特性を表現するのに対して、遅延特性の統計的表現が次式で定義される遅延プロファイル（あるいは平均電力遅延プロファイル）である。(高周波信号の電力に対応させる意味で右辺に 1/2 を掛ける定義もある)。

$$p(\tau)=\left\langle |h(\tau)|^2 \right\rangle \tag{24}$$

実際の測定では、帯域制限のある信号が用いられるので、インパルス応答も急峻なデルタ関数ではなく、鈍った波形になるため、受信帯域幅に依存したプロファイルが得られる。図１５は遅延プロファイルのイメージ図である。

平均遅延 τ_m 、遅延スプレッド σ_τ は遅延量の平均値、標準偏差として式(25)，(26)で与えられる。

$$\tau_m = \frac{1}{P_R}\int_0^\infty \tau\, p(\tau)\, d\tau \tag{25}$$

$$\sigma_\tau = \sqrt{\frac{1}{P_R}\int_0^\infty \left(\tau-\tau_m\right)^2 p(\tau)\, d\tau}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{P_R}\int_0^\infty \tau^2\, p(\tau)\, d\tau - \tau_m^2} \tag{26}$$

ここで、P_R はマルチパス波の平均電力で、

$$P_R = \int_0^\infty p(\tau)\, d\tau \tag{27}$$

である。ここでは、遅延領域の積分範囲を定義される全領域（０～∞）としているが、実際には電力密度値が雑音レベル（あるいは特定のしきい値）以上になる範囲に限定した積分が行われる。また、レイリーフェージングでは、平均遅延そのものには余り意味がなく、遅延スプレッドの算出時に遅延のオフセットを取り除くものとして使われるのがもっぱらである。このような使い方であれば、平均遅延の基準（τ=0）はどこにとっても良い。絶対遅延を問題にする場合には送信時の時間を、また直接波（見通し波）の到来時間との比較であればその到達時間を、基準にすれば良い。ディジタル変調信号のシンボル長を T_s とすると、σ_τ/T_s が 0.01 を超えるあたりから、符号間干渉による誤りが無視できなくなる。

図１６は、遅延プロファイルの測定例である[10], [11]。この例を含めて屋外や屋内の多くの測定結果において、遅延プロファイルは、次式で与えられる指数関数型のプロファイルに近いものが多く、この形が遅延プロファイルの規範モデルになっている。

$$p(\tau) = \frac{P_R}{\sigma_\tau}\exp\left(-\frac{\tau}{\sigma_\tau}\right) \tag{28}$$

遅延スプレッドの値は、屋内では 100ns 程度以下、屋外では環境によって 100ns～数μs と幅広いが、1μs が一つの目安値になっている。

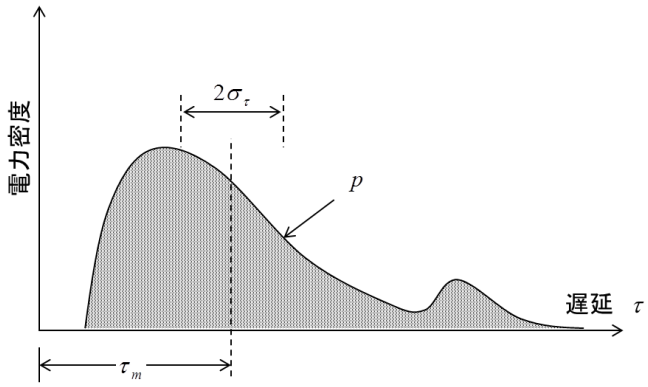
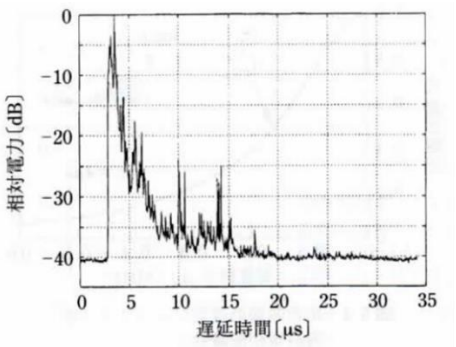
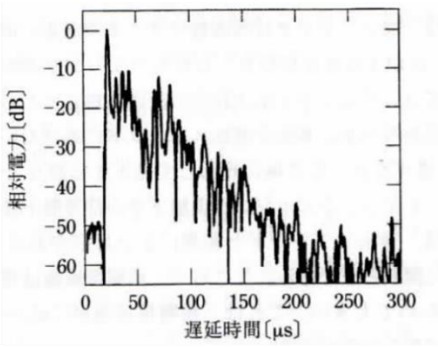


図１５　遅延プロファイルと遅延スプレッド



(a) 市街地(800MHz) (J. Fuhl 他 [10])



(b) 屋内環境(60GHz) (T. Manabe 他 [11])

図１６　遅延プロファイルの測定値

（３）周波数相関特性と相関帯域幅

伝達関数は、時々刻々の伝送路の情報を与えるが、その環境の統計的性質を知りたい場合には、周波数相関特性が用いられる。周波数相関特性 $\rho_a(\Delta f)$ を式(16)に従い、次式で定義する。

$$\rho_a(\Delta f) = \frac{\left\langle T^*(f)T(f+\Delta f)\right\rangle}{\left\langle T^*(f)T(f)\right\rangle} \tag{29}$$

ここで、マルチパス伝搬環境を広義定常無相関散乱（WSSUS: Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering）の仮定を採ると、式(29)は、遅延プロファイルのフーリエ変換で与えられ、次式となる[1]。

$$\rho_a(\Delta f) = \frac{1}{P_R}\int_0^\infty p(\tau)\exp\left(-j2\pi f\Delta\tau\right)d\tau \tag{30}$$

遅延プロファイルが、式(28)で与えられる指数関数型遅延プロファイルの場合には、二つの相関係数、ρ_a と ρ_P は、次式となる。

$$\rho_a(\Delta f) = \frac{1-j2\pi\Delta f\sigma_\tau}{1+\left(2\pi\Delta f\sigma_\tau\right)^2} \tag{31}$$

$$\rho_P(\Delta f) = \left|\rho_a(\Delta f)^2\right| = \frac{1}{1+\left(2\pi\Delta f\sigma_\tau\right)^2} \tag{32}$$

図１７は、指数関数型遅延プロファイル（σ_τ =1μs）の周波数相関特性を示している。相関係数の ρ_P の値が、0.5 になる周波数差（Δf）を相関帯域幅(B)と呼ぶ。指数関数型遅延プロファイルでは、B=1/(2$\pi\sigma_\tau$)となる。この相関帯域幅と信号の帯域幅との大小関係を比較してフェージングが周波数選択性であるか否かを判定する目安にする。ただし、周波数領域の相関帯域幅よりも時間領域での遅延スプレッドの方が、ディジタル伝送特性（符号間干渉誤り等）に対して対応関係が良いことが調べられている[1]。

図１８は、本項で述べた遅延時間領域と周波数領域での表現の関係、瞬時環境表現と統計的環境表現の関係をまとめている。

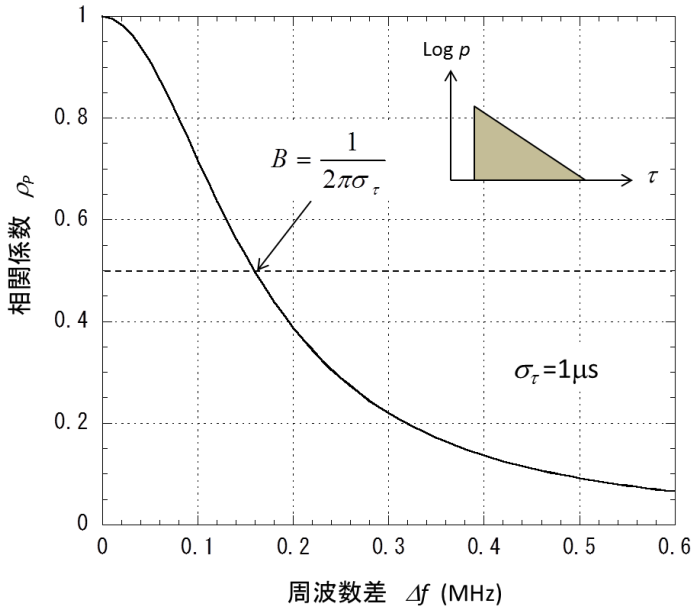


図１７　指数関数型遅延プロファイルの周波数相関特性（σ_τ =1μs）

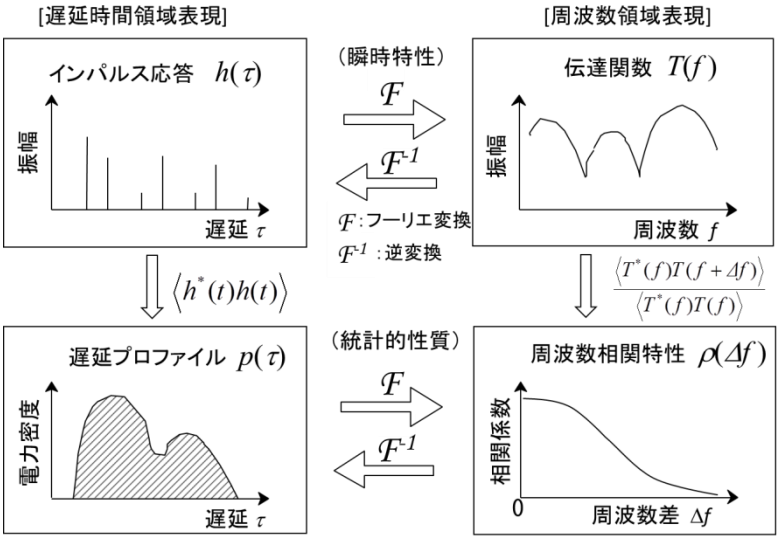


図１８　時間領域/周波数領域・瞬時特性/統計的性質の相互関係

２．２．４　到来角度プロファイルと空間相関特性

（1）角度プロファイルおよびアンテナ指向性と空間相関の関係

空間相関特性は空間位置 x と $x+\Delta x$ について、Δx 一定のまま x の変化に対する相関を求めるものであるが、基地局受信のように、受信点が動かなくても、移動局の移動にともなう信号の時間的変動がある場合には、x を固定して、x と $x+\Delta x$ の２信号の時間的変動の相関から、空間相関特性を求めることもできる。空間相関は、到来波の角度特性から求めることができるが、アンテナの指向性込での角度特性になるので、

アンテナの指向性も含めて考える必要がある。

図１９はマルチパス環境において、それぞれの素波が同一の平面波として扱える程度の間隔Δx離れた２点での受信を表している。(θ, ϕ)方向（θは天頂方向からの角度、ϕは水平面 x 軸方向からの角度）に対するアンテナの複素振幅利得を $g(\theta, \phi)$とする。基準位置①にマルチパスを構成する素波 i が(θ_i, ϕ_i)方向から、複素振幅 a_i で入射する。この時、①での素波 i の受信成分は $g(\theta_i, \phi_i)a_i$ なので、①およびΔx 離れた②でのそれぞれの受信信号 $a_e^{(1)}, a_e^{(2)}$は次式となる。

$$a_e^{(1)} = \sum_i g(\theta_i, \phi_i)\, a_i \tag{33a}$$

$$a_e^{(2)} = \sum_i g(\theta_i, \phi_i)\, a_i \exp(jk\Delta x \sin\theta_i \cos\phi_i) \tag{33b}$$

ここで、k は電波の波数(=$2\pi/\lambda$: λは波長)である。

２波の空間相関$\rho_a(\Delta x)$は、WSSUS の仮定により、$\langle a_i^* a_j \rangle = 0$ （$i \neq j$)であるため、式(34)となる。

$$\left\langle a_e^{(1)*} a_e^{(2)} \right\rangle \propto \sum_i \left| g(\theta_i, \phi_i) \right|^2 \left\langle \left| a_i \right|^2 \right\rangle \exp(jk\Delta x \sin\theta_i \cos\phi_i) \tag{34}$$

アンテナの電力次元の指向性を $G(\theta, \phi)$ (=$|g(\theta, \phi)|^2$)、到来角の平均電力プロファイルを角度に対して連続的な関数$\Omega(\theta, \phi)$ (=$\langle |a(\theta, \phi)|^2 \rangle$)とすると、空間相関係数$\rho_a(\Delta x)$は積分型で表現でき、式(35)となる。

$$\rho_a(\Delta x) = \frac{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} G(\theta,\phi)\,\Omega(\theta,\phi)\; e^{jk\Delta x \sin\theta\cos\phi} \sin\theta\, d\phi d\theta}{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} G(\theta,\phi)\,\Omega(\theta,\phi) \sin\theta\, d\phi d\theta} \tag{35}$$

偏波を考慮して、例えば、垂直(V)偏波と水平(H)偏波を分離して考えたい場合には、それぞれの成分に対するアンテナ利得を G_V, G_H、到来角度成分をΩ_V, Ω_Hとして、式(35)中の $G\Omega$の部分を、式(36)のように置き換えればよい。

$$G(\theta,\phi)\Omega(\theta,\phi) \rightarrow G_V(\theta,\phi)\Omega_V(\theta,\phi) + G_H(\theta,\phi)\Omega_H(\theta,\phi) \tag{36}$$

垂直面での到来角の広がりを無視して良い場合にが、方位角ϕだけの積分となる。さらに、無指向性のアンテナの場合、あるいは、アンテナの特性も含めて角度プロファイル$\Omega(\phi)$とする場合には、以下の簡潔表現となる。

$$\rho_a(\Delta x) = \frac{\int_0^{2\pi} \Omega(\phi)\; e^{jk\Delta x \cos\phi} d\phi}{\int_0^{2\pi} \Omega(\phi)\, d\phi} \tag{37}$$

式(37)の形から、角度プロファイルと空間相関は、ϕ=90°付近において、フーリエ変換に近似できる関係であることが分かる。

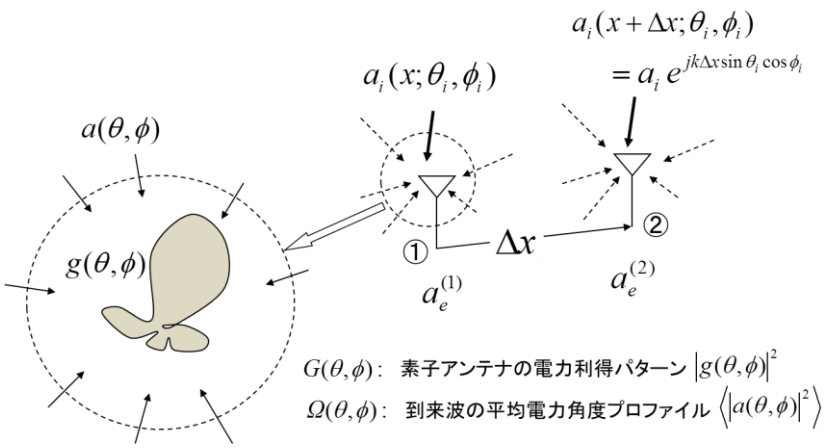


図１９　空間相関特性解析の座標系

（２）典型的な角度プロファイルに対する空間相関特性

ここでは、水平面内に角度広がりを有するケースを対象とする。

移動通信の最も規範となるモデルは、移動局側では、周囲一様の角度でマルチパス波が到来し、基地局側では、移動体方向を中心として、比較的狭い範囲に到来するというモデルである。図２０はこのイメージである。以下、レイリーフェージングの代表的なケースについて、空間相関の計算式と計算例を示す。

<u>角度プロファイルが一様な分布</u>

移動局を代表する角度分布であり、Jakes モデルとも呼ばれている[12]。

角度プロファイルと、式(37)で得られる空間相関は、式(38), (39)である。

$$\Omega(\phi) = \frac{P_R}{2\pi} \tag{38}$$

$$\rho_a(\Delta x) = J_0(k\Delta x) \tag{39}$$

ここで、P_Rは、平均電力である。

図２１は、式(39)で得られるρ_aから$\rho_P = |\rho_a|^2$として、相関係数ρ_Pを、波長正規化距離$\Delta x/\lambda$に対して示している。距離 0.2 波長で相関係数が約 0.5 に、0.4 波長でほぼ 0 になることがわかる。

<u>正規分布型プロファイル</u>

図２０に示した基地局側の到来角度分布を代表するモデルである。角度プロファイルは次式で表される。

$$\Omega(\phi) = \frac{P_R}{\sqrt{2\pi}\sigma_\phi} \exp\left\{ -\frac{(\phi-\phi_0)^2}{2\sigma_\phi^2} \right\} \tag{40}$$

ここで、角度ϕは、x 軸方向をベースラインとし、この方向をϕ=0 とする。ϕ_0は、分布の中心方向、すなわち移動体の方向であり、σ_ϕ は角度広がりの標準偏差である。

空間相関は、式(40)を式(37)に代入すれば求められるが、閉形式で書き下すことができない。そのため、σ_ϕ があまり大きくない場合（目安として 30°以内）では、ϕ_0=90°方向を中心として広い範囲（少なくとも 30°～150°で精度がよい）に適用できる近似式(41)がある（導出は文献[1]の付録３）。

$$\rho_a(\Delta x) \approx \exp\left\{ jk\Delta x\cos\phi_0 - \frac{(k\Delta x\sigma_\phi \sin\phi_0)^2}{2} \right\} \tag{41}$$

図２２は、式(41)により、ϕ_0 =90°と 30°について、σ_ϕをパラメータに空間相関ρ_Pを示している。相関係数が 0.5 になる距離を相関長と定義したとき、一様分布のケース（図２１）に比較して、図の設定パラメータの大部分において相関長が一桁程度以上大きくなっていること、それらの値は、ϕ_0 やσ_ϕに大きく依存することがわかる。ϕ_0=0°付近の空間相関特性を求めたい場合には、計算に手間がかかるが、式(37)による数値積分計算を行ってほしい。

ラプラス分布型プロファイル

基地局側の角度プロファイルは、正規分布でモデル化されてきたが、近年アレーアンテナを用いた精密な測定や信号処理が可能になり、図２３に代表されるようなラプラス分布型のプロファイルであることがわかってきた[13]。角度プロファイルは、式(42)である。

$$\Omega(\phi) = \frac{P_R}{\sqrt{2}\,\sigma_\phi} \exp\left\{ -\frac{\sqrt{2}\left|\phi - \phi_0\right|}{\sigma_\phi} \right\} \tag{42}$$

σ_ϕ があまり大きくない場合で、かつ、ϕ_0=0°方向を除く角度範囲においては式(43)となる。

$$\rho_a(\Delta x) \approx \frac{1}{1 + \dfrac{(k\Delta x\sigma_\phi \sin\phi_0)^2}{2}} \exp\left(jk\Delta x\cos\phi_0 \right) \tag{43}$$

図２４は、ϕ_0 =90°とし、σ_ϕ =3°,5°,7°としたときの正規分布近似（式(41)）とラプラス分布近似（式(43)）で求めた空間相関特性ρ_Pを比較している。図より、相関係数 0.6 以上では、ほとんど同一特性であるが、相関係数 0.5 程度以下において、ラプラス分布型プロファイルの方が、Δx の増加に対して相関値の低下がゆるやかになっている。２素子のアンテナで合成するスペースダイバーシチでは、相関係数 0.5 以下では、ダイバーシチ効果が無相関のときの値と大きな差がないため[1]、大部分の目的においては正規分布近似の式を用いて問題ない。

実際の移動通信環境において、角度的な広がり（σ_ϕ）はどの程度であろうか。観測点が基地局であるか、移動局であるか、また、基地局においてはアンテナがビルの屋上や鉄塔のような高い位置にあるか、ビルの側壁など比較的低い位置にあるか、によって値が異なり実際は複雑である。モデル計算を行いたい場合には、移動局では一様プロファイルで、また、基地局では、アンテナ高が高い場合には、1°～5°程度が報告されている。低基地局アンテナ高ではこれより大きな値になるが、具体的な推奨値は定まっていない。

３次元的な角度広がりを有するプロファイルに対する空間相関特性については、文献[1]で詳しい解説がなされている。

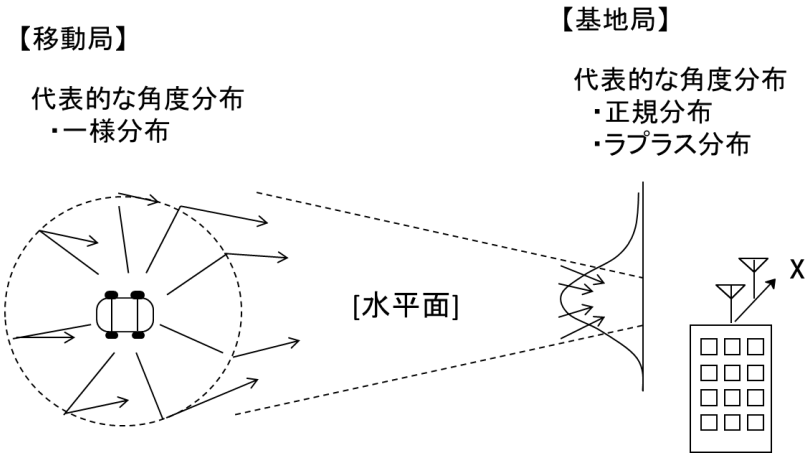


図２０　基地局および移動局周囲の電波到来角プロファイルモデル

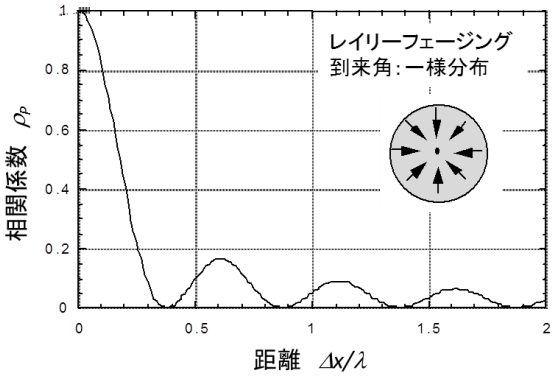


図２１　レイリーフェージングの空間相関特性(1)（ケース１：散乱波が角度空間領域で一様に到来する場合）

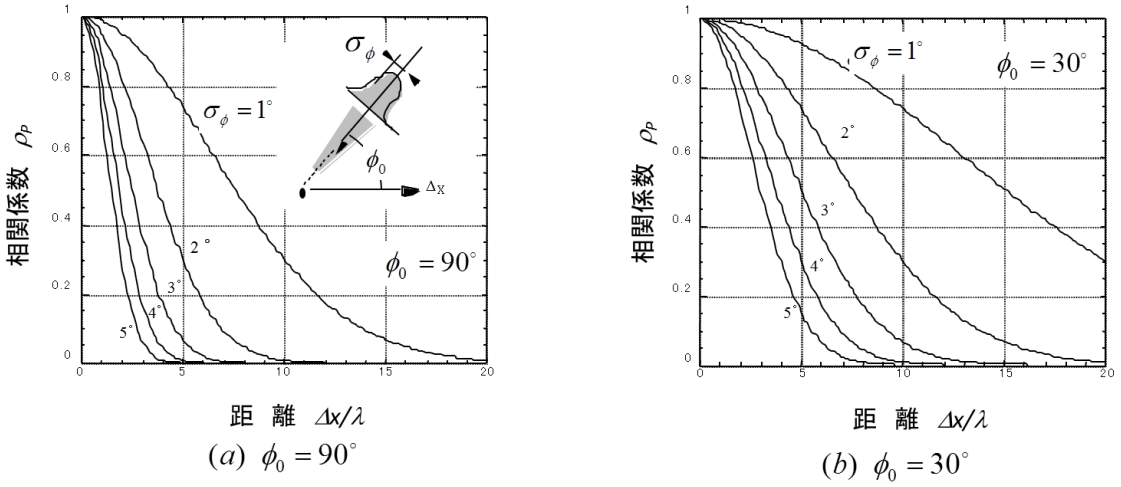


図２２　レイリーフェージングの空間相関(2)（ケース２：散乱波が特定の方向を中心として正規分布形に広がっている場合）

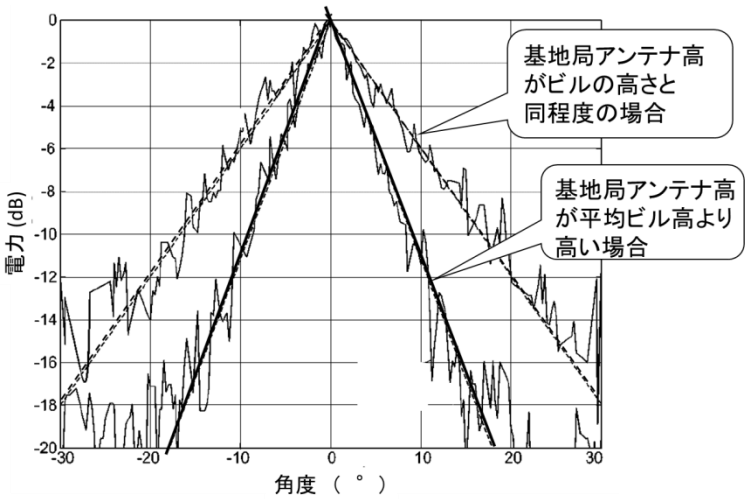


図２３　基地局受信において、到来角度分布がラプラス分布になる例[13]（K. I. Pedersen 他）

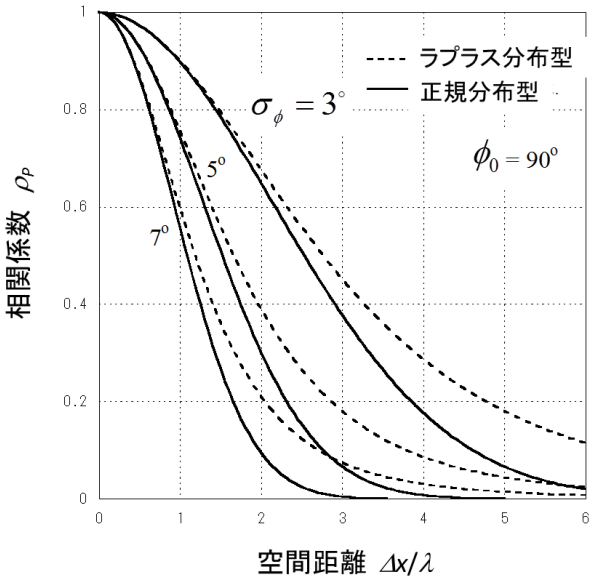


図２４　正規分布型角度プロファイルとラプラス分布型角度プロファイルの空間相関特性比較

２．２．５　ドップラースペクトルと自己相関特性

（1）自己相関特性

マルチパス環境の中を移動しながら受信すると、到来方向 ϕ_i の素波一つ一つに対して、$f_D \cos\phi_i$ のドップラー偏移を受ける。ここで、f_Dは v/λ（v: 移動体の速度）で与えられる最大ドップラー周波数である。このドップラー偏移が±f_D の範囲で広がりをもつため振幅・位相の時間変動が起きる。マルチパス波によって空間に振幅・位相の変化が生じ、この中を移動して受信するため空間的変動が時間的変動として現われたとも解釈できる。この解釈から、受信信号の自己相関特性は空間相関特性の空間軸 x を $x= v_x t$（v_x: x 軸方向の移動速度）の関係によって時間軸 t に置き換えたものになる。レイリーフェージングでかつ散乱波が周囲から角度的に一様に到来する場合は、式(39) において、空間領域の変数 $k\Delta x$ は時間領域の変数 $2\pi f_D \Delta t$ と置けるので、この場合の複素振幅、包絡線変動のおのおのの自己相関は、

$$\rho_a = J_0(2\pi f_D \Delta t) \tag{44}$$

$$\rho_P = \{J_0(2\pi f_D \Delta t)\}^2 \tag{45}$$

となる。他のケースにおける自己相関特性も空間相関特性の変数の置き換え（$k\Delta x \rightarrow 2\pi f_D \Delta t$）によって容易に求められる。

（2）ドップラースペクトル

レイリーフェージング環境での振幅・位相変動の電力スペクトル密度（ドップラースペクトル）を、角度プロファイルから求める。

フェージングのスペクトル密度 $S(f)$ は、

$$S(f)|df| = \{\Omega(\phi) + \Omega(-\phi)\}|d\phi| \qquad (0 \le \phi < \pi) \tag{46}$$

で表される。

$$f(\phi) = f_D \cos\phi, \quad df = -f_D \sin\phi \, d\phi \tag{47}$$

より、

$$\begin{aligned} S(f) &= \{\Omega(\phi) + \Omega(-\phi)\}\left|\frac{d\phi}{df}\right| \\ &= \frac{\Omega\{\cos^{-1}(f/f_D)\} + \Omega\{-\cos^{-1}(f/f_D)\}}{f_D\sqrt{1-(f/f_D)^2}} \qquad (-f_D \le f \le f_D) \end{aligned} \tag{48}$$

となる。角度的に一様に到来する場合のスペクトル密度は、式(38)を用いて、

$$S(f) = \frac{P_R}{\pi f_D \sqrt{1-(f/f_D)^2}} \tag{49}$$

となる。

図２５は式(49) で求めたドップラースペクトルである。図（左）に影をつけた角度からの散乱波の寄与が、図（右）の対応する部分に現われる様子も示している。

ドップラースペクトルの広がりが通信に与える影響は、ディジタル変調信号のシンボル長を T_sとするとき、正規化ドップラー周波数 $f_D T_s$に依存する。一般的には、$f_D T_s$が 0.01 を超える場合に、いわゆる高速フェージングとなり、何らかの対策が必要になる。

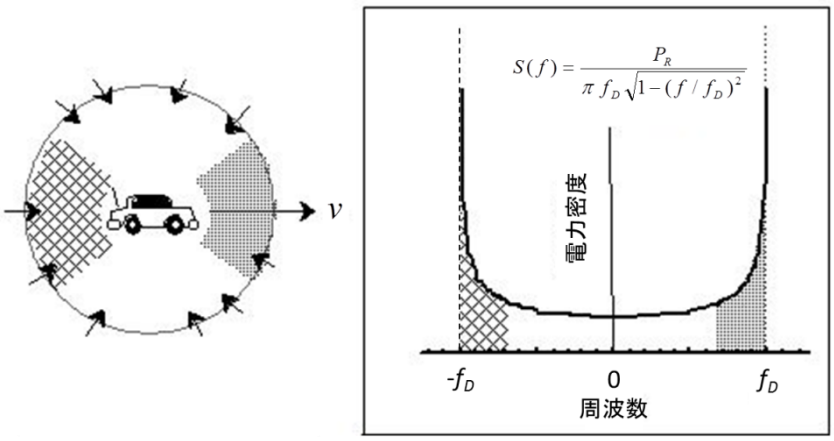


図２５　到来波が水平面で角度的に一様に分布するときのドップラースペクトル

２．３　仲上・ライスフェージング

２．３．１　仲上・ライスフェージング環境

直接波で代表される定常波が受信でき、かつ、それにマルチパス波が加わる場合の伝搬環境は、振幅分布が仲上・ライス分布でモデル化できるため、仲上・ライスフェージング環境と呼ばれる。モデルの構造上、レイリーフェージングモデルを極限に含むため、仲上・ライスフェージングモデルは汎用性に富んだモデルである。

移動体衛星通信のように送信電力に余裕（マージン）が少ないシステムでは、見通し内での運用が前提になり、仲上・ライスフェージングモデルによる回線設計が求められる。また、屋内通信（無線 LAN 等）や 20GHz 帯以上の高い周波数での無線アクセスシステムでは、見通し内での良好な伝送特性となって得られる余裕を、より広帯域な情報伝送にあてようとするシステム提案も進んでおり、効率的な回線設計の上からも、仲上・ライスフェージング環境での伝送特性把握が重要になる。図２６は、仲上・ライスフェージングが現われる通信環境の例を示している。

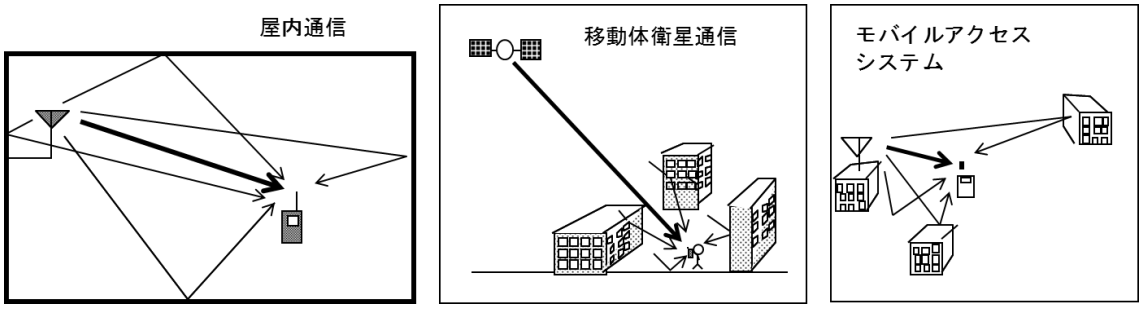


図２６　仲上・ライスフェージングが現れる通信環境の例

２．３．２　振幅・位相変動とその確率分布

仲上・ライスフェージング環境は、１定常波（直接波）＋レイリー変動波（マルチパス散乱波）よりなる環境で、図２７でモデル化できる。仲上・ライスフェージングの振幅・位相の確率密度関数もレイリーフェージングと同様の手順で求められる。レイリーフェージングとの違いは、同図に示すように、x 成分が定常波成分の振幅 x_0 だけずれていることである。なお、ずれの方向は任意で良いが、その方向を x 軸方向にとり、x_0 としている。式(12)（の中辺式）は共通であるが、

$$f_x(x) = N(x_0, \sigma^2)\left[\equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right\}\right] \tag{50}$$

となるので、r と φ の結合確率密度関数 $f_{r\varphi}(r, \varphi)$ は、

$$\begin{aligned} f_{r\varphi}(r,\varphi) &= f_x(x) f_y(y)\begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \varphi} \end{vmatrix} \\ &= \frac{r}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{x_0^2 - 2x_0 r\cos\varphi + r^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \tag{51}$$

となる。これより、振幅 r、位相 φ の確率密度関数 $f_r(r)$, $f_\varphi(\varphi)$ はおのおの、

$$f_r(r) = \int_0^{2\pi} f_{r\varphi}(r,\varphi)d\varphi = \frac{r}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{x_0^2 + r^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(-\frac{x_0 r}{\sigma^2}\right) \tag{52}$$

$$\begin{aligned} f_\varphi(\varphi) &= \int_0^{\infty} f_{r\varphi}(r,\varphi)dr \\ &= \frac{1}{2\pi}\exp\left(-\frac{x_0^2}{2\sigma^2}\right) \\ &\quad \times\left[1 + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{x_0\cos\varphi}{\sigma}\exp\left(\frac{x_0^2\cos^2\varphi}{2\sigma^2}\right)\left\{1 + \mathrm{erf}\left(\frac{x_0\cos\varphi}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right\}\right] \end{aligned} \tag{53}$$

ただし、

$$\mathrm{erf}(z) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z \exp(-t^2)dt$$

となる。ここで、I_0 は第１種の０次変形ベッセル関数である。

式(52)の分布が仲上・ライス分布 である（分布の命名の由来については文献[14]を見てほしい）。当然ながら、$x_0 = 0$ とすれば、レイリー分布に一致する。図２８は、$x_0^2+2\sigma^2=1$ と正規化したときの仲上・ライス分布の確率密度関数と累積分布の計算値である。定常波成分電力と散乱波成分の平均電力の比：$K=x_0^2/(2\sigma^2)$ はライスファクタと呼ばれる。K の値に応じで、すなわち、定常波成分（直接波成分）の比率が大きくなるほど、フェージングによるレベル低下が小さくなることが読み取れる。

伝送特性の評価に用いられる $z=r^2$ と変換した電力次元での確率分布 $f_z(z)$ は、

$$f_z(z)=\frac{1+K}{m_z}\exp\left(-\frac{(1+K)z}{m_z}-K\right)I_0\left(2\sqrt{\frac{(1+K)Kz}{m_z}}\right) \tag{54}$$

となる。ここで、m_z は z の平均値(=$x_0^2+2\sigma^2$)である。【注】

なお、式(52),(54)からもわかるように、式中に特殊関数を含み、伝送特性評価のときに行われる他の関数との組み合わせて利用する際の解析性に不便なため、特殊関数を含まない仲上 m 分布で近似して用いられることも多い。仲上 m 分布の詳細については、文献[1]を見てほしい。

注：電力を $z=r^2/2$ で定義する場合には、定常波成分電力は $x_0^2/2$、散乱波成分平均電力はσ^2, $m_z=x_0^2/2+\sigma^2$ となるが、Kの値（= $x_0^2/(2\sigma^2)$)、および、(54)式の形は、$z=r^2$ でも $z=r^2/2$ でも同じである。

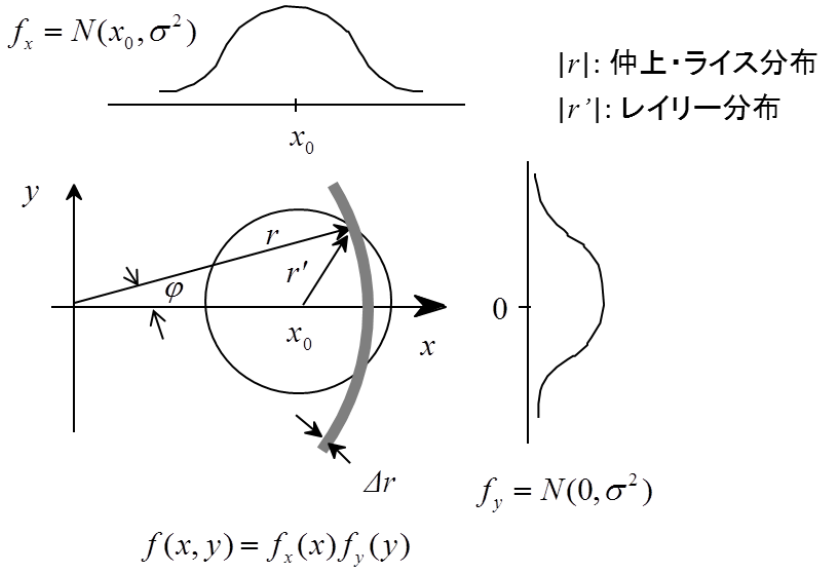
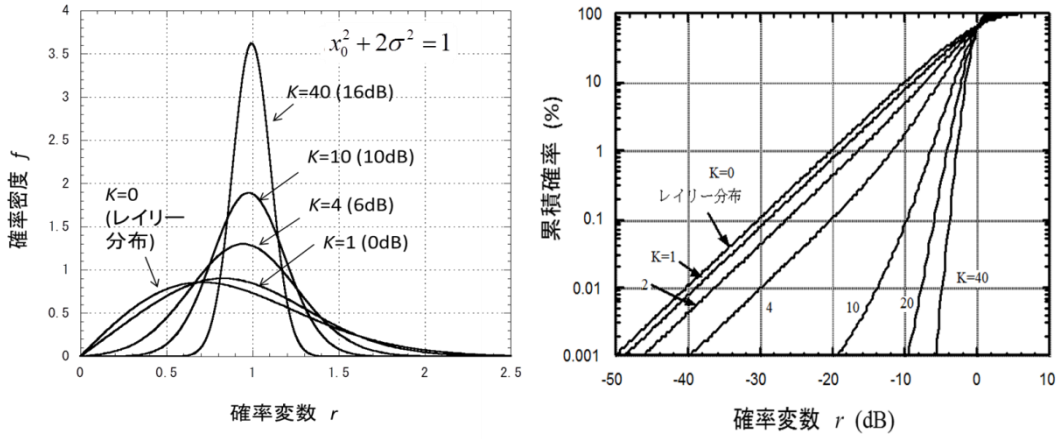


図２７　仲上・ライスフェージングモデル（x_0=0 のとき、レイリーフェージングモデルになる）



(a) 確率密度関数　　(b) 累積分布関数

図２８　両成分の電力和を１として正規化した仲上・ライス分布の確率分布

３．伝搬環境生成のためのシミュレーション技法

前章までマルチパス伝搬の基礎を学んできた。これによって、マルチパス伝搬環境の統計的性質を見る目が養われたことになる。つぎの段階では、ディジタル伝送方式の基本特性（BER、通信路容量）やフェージング対策、干渉波キャンセラなどをコンピュータシミュレーションによって評価したいという場合の伝搬モデル、すなわち時間変動を伴う瞬時環境表現としての伝搬モデルが必要になろう。本章では、それを目的とした伝搬チャネルモデルと伝搬環境生成手法（コンピュータシミュレーション手法）を述べる。

３．１　レイリーフェージングの生成

伝送特性を評価したいディジタル信号のシンボル周期を T_s とし、この T_s を単位で伝搬環境を生成する方法について述べる。時間単位を T_s より短くすることも長くすることも、制約は何もないが、説明の都合上、そのように設定する。この T_s 間隔で離散化された時間を i とする。さらに、送信信号を s、伝搬チャネルの複素振幅を a、受信信号中の雑音を n とし、それぞれの平均電力$<|s|^2>$, $<|a|^2>$, $<|n|^2>$を全て１に定める。等価低域通過系表現（ベースバンド表現）により、受信信号 r は、搬送波電力対雑音電力比 CNR を用いて、式(55)で表される。（CNR の定義は[1]の付録６参照）

$$r(i) = \sqrt{CNR}\, a(i)\, s(i) + n(i) \tag{55}$$

ここで、雑音 n は複素正規分布し、$n(i) = (x + jy)/\sqrt{2}$ で定められ、x, y は独立な標準正規分布 $N(0,1)$に従う。

伝搬チャネルの複素振幅 a が、指定の時間変動をするレイリーフェージングを生成する。最も基本となるレイリーフェージング環境は、２章の図２５のスペクトルを有する到来角一様分布（Jakes モデル）のケースである。この環境は、図２９に示すように、多数の散乱体に囲まれた中心にある端末が速度 v で移動している状態を想定することにより実現できる。具体的には、式(56)で生成する。

$$a(i) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{l=1}^{L} \exp\left\{ j(2\pi\, f_D T_s i \cos\theta_l + \phi_l) \right\} \tag{56}$$

ここで、Lは、入射パス数、θ_lは、パス lの入射角、ϕ_lは初期位相をランダムにするための位相オフセットである。f_Dは最大ドップラー周波数で v/λで定まる。θ_lとϕ_lは 0～2πの一様乱数で定め、いったん決定したら、フェージングの生成中は固定する。L はある程度大きい数の方が、乱数の偏りの影響が取り除かれるため望ましく、L=100 を推奨値としたい。

フェージング環境が正しく生成されているかの検証には、1)振幅の確率分布がレイリー分布になっているか、2)位相の確率分布が一様分布になっているか、3)パワースペクトルが 2 章の式(49)になっているか、あるいは、4)自己相関特性が、式(39)になっているかを調べればよい。3), 4)に関しては、代わりに、5)しきい値レベルに対する交差回数が[1]の式(5.61)になっているかを調べることでもよい。

なお、任意のパワースペクトルの環境も、放射源の配置や放射電力を調整して、目的の角度プロファイル$\Omega(\theta)$になるように設定すれば実現できる。いろいろ試してほしい。

実際のシミュレーションでは、f_Dと T_sの値を個別に定めず、高速フェージングで伝送特性劣化のパラメータとなる $f_D T_s$（正規化ドップラー周波数）をひとつの量として、例えば、0.001～0.1 のような設定で評価することも多い。

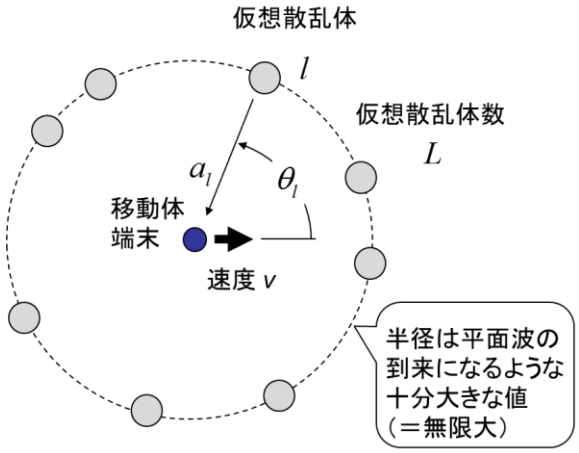


図２９　レイリーフェージングの発生原理

３．２　任意の相関行列を有するアレー出力の生成

スペースダイバーシチのコンピュータシミュレーション評価等では、図３０に示すような複数のお互いに相関を有するチャネルの生成が求められる。このチャネルを $a_1, a_2, \cdots, a_N$ として、これを式(57)で示すベクトルで表す。

$$\boldsymbol{a}(i) = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_N \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{57}$$

ここで、Nは出力ポートの数、上付き添字 T は転置を表す。以下、全てにおいて、ベクトル成分 a_nの大きさは、$\langle |a_n|^2 \rangle = 1$ で考える。

N=2 の場合には、a_1 と a_2 の相関係数ρを式(58)で与えるとき

$$\rho = \left\langle a_1 a_2^* \right\rangle \tag{58}$$

独立な二つの複素正規分布(i.i.d.)の時系列変動 $b_1(i), b_2(i)$ ($<|b_1|^2>=<|b_2|^2>=1$) から、式(59)で、目的とする変動（＝式(58)の関係を満たす）$a_1(i), a_2(i)$ が生成できる。

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \rho^* & \sqrt{1-|\rho|^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \tag{59}$$

ここでは、式(59)の一般形である、要素数 N の場合について、i.i.d.要素のベクトル $\boldsymbol{b}$ から、目的とする相関係数を持つベクトル $\boldsymbol{a}$ の生成法を考える。この場合はベクトル $\boldsymbol{a}$ の要素の相関は、式(60)で表される行列形式になる。この行列は、エルミート行列であり、相関行列と呼ばれる。

$$\boldsymbol{\Pi} = \left\langle \boldsymbol{a}\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{12}^* & 1 & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1N}^* & \rho_{2N}^* & \cdots & 1 \end{pmatrix} \tag{60}$$

ここで、上付き添字 H は複素共役転置（エルミート転置）を表す。

この相関行列の固有値を λ_i (i=1, 2, ⋯, N)、固有値に属する固有ベクトルを $\boldsymbol{e}_i$ とする。対角要素が非負のエルミート行列の固有値は全て非負の実数値である。要素間で相関を有するベクトル $\boldsymbol{a}$ から、式(61)の変換によって、無相関な要素で構成されるベクトル $\boldsymbol{b}'$ が得られる。

$$\boldsymbol{b}'(i) = \boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(i) \tag{61}$$

ここで、$\boldsymbol{E}$ は N 個の固有ベクトルを要素とするユニタリー行列 $\boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_2 & \cdots & \boldsymbol{e}_N \end{pmatrix}$ である。この直交変換後のベクトル $\boldsymbol{b}'$ の相関行列 $\boldsymbol{R}$ は各固有値を対角成分に持つことになるので式(62)となる。

$$\boldsymbol{R} = \left\langle \boldsymbol{b}'\boldsymbol{b}'^{\mathrm{H}} \right\rangle = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_N \end{pmatrix} \tag{62}$$

ゆえに、

$$\sqrt{\boldsymbol{R}^{-1}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{\lambda_N}} \end{pmatrix} \tag{63}$$

を掛けることで、$\boldsymbol{b}'$ を正規化したベクトル $\boldsymbol{b}$ が式(64)により得られる。

$$\boldsymbol{b} = \sqrt{\boldsymbol{R}^{-1}}\boldsymbol{b}' = \sqrt{\boldsymbol{R}^{-1}}\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a} \tag{64}$$

式(64)を、求めたいチャネルベクトル $\boldsymbol{a}$ について解けば、式(65)が得られる。

$$\boldsymbol{a}(i) = \boldsymbol{E}\sqrt{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{b}(i) \tag{65}$$

エルミート行列の性質より、$\boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{E}\boldsymbol{R}\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}} = \boldsymbol{E}\left(\sqrt{\boldsymbol{R}}\right)^2\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}$ であるので、$\boldsymbol{E}\sqrt{\boldsymbol{R}} = \sqrt{\boldsymbol{\Pi}}$ となり、式(66)のようにも書くことができる。

$$\boldsymbol{a}(i) = \sqrt{\boldsymbol{\Pi}}\boldsymbol{b}(i) \tag{66}$$

式(66)、あるいは式(65)の変換によって、任意の無相関変動から有相関変動を作り出すことができる。N=2の場合として示した式(59)も、式(66)から導かれることを、確認してほしい。

式(66)の形は、次節で示す多入力・多出力(MIMO)システムでの有相関変動を生み出すクロネッカーモデルの特殊ケースと位置づけられる。

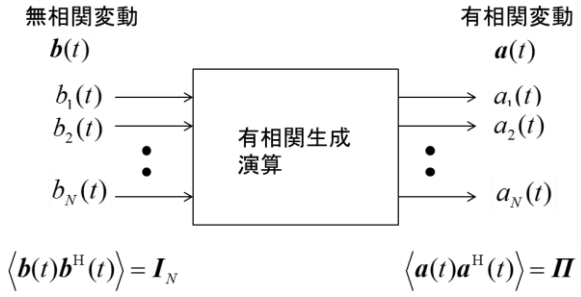


図３０　無相関アレー入力から有相関アレー出力の生成

３．３　MIMO チャネルの生成：クロネッカーモデル

図３１のマトリクス結線（$N\times M$）で表される多入力・多出力（Multiple-Input Multiple-Output: MIMO）システムを考える。入力ポート m、出力ポート n のチャネルを a_{nm}、チャネル全体を行列 $\boldsymbol{A}$ で表す。前項と同様、$<|a_{nm}|^2>=1$ とする。入力ポート相関と出力ポート相関を式(67), (68)で定義する

$$\rho_{t,mm'} = \left\langle a_{nm}a_{nm'}^{*}\right\rangle \tag{67}$$

$$\rho_{r,nn'} = \left\langle a_{nm}a_{n'm}^{*}\right\rangle \tag{68}$$

入力ポート相関$\rho_{t,mm'}$では出力ポート n に依存せず、出力ポート相関$\rho_{r,nn'}$では入力ポート m に依存しない。

NM 個ある全てのチャネル間の相関は、式(69)で表される。

$$\boldsymbol{\Phi} = \left\langle \mathrm{vec}(\boldsymbol{A})\left\{\mathrm{vec}(\boldsymbol{A})^{*}\right\}\right\rangle \tag{69}$$

M=N=2 の場合には、入力ポート間の相関をρ_t, 出力ポート間の相関をρ_rとすると、式(70)のようになる。

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_r & \rho_t & \rho_t\rho_r \\ \rho_r^{*} & 1 & \rho_t\rho_r^{*} & \rho_t \\ \rho_t^{*} & \rho_t^{*}\rho_r & 1 & \rho_r \\ \rho_t^{*}\rho_r^{*} & \rho_t^{*} & \rho_r^{*} & 1 \end{pmatrix} \tag{70}$$

図３１は、入力ポート間の相関と、出力ポート間の相関の関係を表している。式(70)より、また、図３２に示しているように、ここで述べているモデルは、入出力ポート mn を結ぶチャネルと $m'n'$（$m' \neq m, n' \neq n$）を結ぶチャネル間の相関は、送信ポート相関ρ_tと受信ポート相関ρ_rの積：$\rho_t\rho_r$となる性質を有する。

上記のような性質から、ここで示すモデルは、送信ポート間の相関と受信ポート間の相関はお互いに依存しない（＝独立に扱うことができる）モデルになる。入力ポート間の相関行列Π_t、出力ポート間の相関行列Π_rは式(71), (72)で与えられる。

$$\boldsymbol{\Pi}_t = \frac{1}{N}\left\langle \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{t,12} & \cdots & \rho_{t,1M} \\ \rho_{t,12}^{*} & 1 & \cdots & \rho_{t,2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{t,1M}^{*} & \rho_{t,2M}^{*} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \tag{71}$$

$$\boldsymbol{\Pi}_r = \frac{1}{M}\left\langle \boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{r,12} & \cdots & \rho_{r,1N} \\ \rho_{r,12}^{*} & 1 & \cdots & \rho_{r,2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{r,1N}^{*} & \rho_{r,2N}^{*} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \tag{72}$$

このとき、式(70)の$\boldsymbol{\Phi}$は$\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Pi}_r \otimes \boldsymbol{\Pi}_t$（$\otimes$：クロネッカー積）と表される。

ここまでが、目的とする変動、すなわち、入力ポート側において相関行列$\boldsymbol{\Pi}_t$、出力ポート側において相関行列$\boldsymbol{\Pi}_r$で与えられる統計的性質を有する MIMO チャネルの特性 $\boldsymbol{A}$ を求めることを目的とした準備であった。この目的を満たすチャネルは、式(73)によって生成できる[15],[16]。

$$\boldsymbol{A}(i) = \sqrt{\boldsymbol{\Pi}_r}\boldsymbol{G}(i)\sqrt{\boldsymbol{\Pi}_t}^{\mathrm{H}} \tag{73}$$

ここで、$\boldsymbol{G}$は $N \times M$ の行列で、その要素は、独立な複素ガウス分布する変動（i.i.d.）、すなわち、振幅が独立にレイリー分布する変動で構成される。$\boldsymbol{G}$ の各要素は式(56)で示した時間的変動を与えるものでもよいし、乱数を用いたスナップショットでもよく、評価目的に応じて使い分ければよい。

式(73)で与えられるチャネル生成法は、クロネッカーモデルと呼ばれている。モデルの前提に式(67), (68)の性質を仮定している。これらの式は、前述のとおり入力側相関行列と出力側相関行列のクロネッカー積となっていて、モデルの名称はそれが由来であろう。

この式の直接の導出は省略するが、式(66)で求めた出力側有相関アレーモデルの入力側拡張と理解できるであろう。また、以下のような演算によって、その妥当性が確認できる。

$$\begin{aligned} \left\langle \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A} \right\rangle &= \left\langle \sqrt{\boldsymbol{\Pi}_t}\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(i)\sqrt{\boldsymbol{\Pi}_r}^{\mathrm{H}}\sqrt{\boldsymbol{\Pi}_r}\boldsymbol{G}(i)\sqrt{\boldsymbol{\Pi}_t}^{\mathrm{H}} \right\rangle \\ &= \sqrt{\boldsymbol{\Pi}_t}\left\langle \boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(i)\boldsymbol{\Pi}_r\boldsymbol{G}(i) \right\rangle \sqrt{\boldsymbol{\Pi}_t}^{\mathrm{H}} = N\boldsymbol{\Pi}_t \end{aligned} \tag{74}$$

$$\begin{aligned} \left\langle \boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} \right\rangle &= \left\langle \sqrt{\boldsymbol{\Pi}_r}\boldsymbol{G}(i)\sqrt{\boldsymbol{\Pi}_t}^{\mathrm{H}}\sqrt{\boldsymbol{\Pi}_t}\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(i)\sqrt{\boldsymbol{\Pi}_r}^{\mathrm{H}} \right\rangle \\ &= \sqrt{\boldsymbol{\Pi}_r}\left\langle \boldsymbol{G}(i)\boldsymbol{\Pi}_t\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(i) \right\rangle \sqrt{\boldsymbol{\Pi}_r}^{\mathrm{H}} = M\boldsymbol{\Pi}_r \end{aligned} \tag{75}$$

クロネッカーモデルは MIMO の特性評価に広く用いられる利便性の高いモデルである。

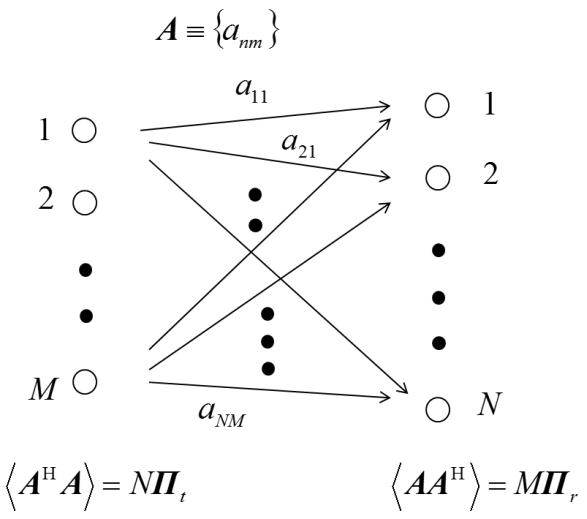


図３１　入力と出力の双方でポート間相関を有する多入力･多出力（MIMO）システム

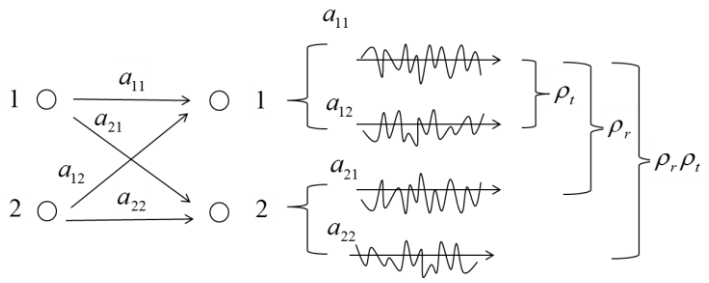


図３２　２×２ MIMO システムにおける入力ポート相関と出力ポート相関の関係

参考文献

[1] 唐沢好男, 改訂 ディジタル移動通信の電波伝搬基礎, コロナ社, 2016.

[2] 唐沢好男, “フリスの伝達公式への温故知新,” 信学技報, AP2015-173, pp. 33-36, 2016.01.

[3] 進士昌明編著, 無線通信の電波伝搬, 電子情報通信学会, 1992.

[4] 細矢良雄企画・監修, 電波伝搬ハンドブック, リアライズ社, 1999.

[5] 一之瀬優, 無線工学 B：アンテナと電波伝搬（第４版）, 情報通信振興会, 2014.

[6] P. Beckman and A. Spizzichino, The scattering of electromagnetic waves from rough surface, Pergamon Press, Oxford, 1963.

[7] Y. Karasawa and T. Shiokawa, “Characteristics of L-band multipath fading due to sea surface reflection,” IEEE Trans. Antennas & Propagat., vol. AP-32, no. 6, pp. 618-623, 1984.

[8] 小野健一, 唐沢好男, “安全係数の概念を導入した M 分布近似降雨減衰確率推定法,” 信学論(B), vol.J91-B, no.2, pp.169-187, 2008.

[9] 岩井誠人、移動通信における電波伝搬、コロナ社、2012.

[10] J. Fuhl, J. P. Rossi, and E. Bonek, "High-resolusion 3-D direction-of-arrival determination for urban mobile radio," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 45, no. 4, pp. 672-682, 1997.

[11] T. Manabe, Y. Miura and T. Ihara, "Effects of antenna diversity and polarization on indoor multipath propagation characteristics at 60GHz," IEEE, Jour. Selec. Areas Commun., vol. 14, 2, pp. 441-448, 1996.

[12] W.C. Jakes, Microwave Mobile Communications, John Wiley and Sons, 1974. [復刻版：IEEE Press, 1993].

[13] K. I. Pedersen, P. E. Mogensen, and B. H. Fleury, “A statistical model of the temporal and azimuthal dispersion seen at the base station in outdoor propagation environments,” IEEE Trans. Vehicul. Technol., vol. 49, no.2, pp. 437-447, 2000.

[14] 唐沢好男, "電波伝搬：物理現象とモデリング -先達の足跡をたどる-," 信学誌, vol. 99, no. 8, pp. 792-798, 2016.

[15] K. I. Pedersen, J.B. Andersen, J.P. Kermoal, and P. Mogensen, "A stochastic multiple-input-multiple-output radio channel model for evaluation of space-time coding algorithms," IEEE VTC Fall 2000, Sept. 2000.

[16] J. P. Kermoal, L. Schumacher, K. I. Pedersen, P. E. Mongensen, and F. Fredriksen, "A stochastic MIMO radio channel model with experimental validation," IEEE Jour. Selec. Areas Commun., vol.20, no. 6, pp. 1211-1226, 2002.