Technical Report YK-010
Feb. 23, 2018
Y. Karasawa

二重選択性フェージングにおける BER フロア特性とシンボル長の最適設計法

～電波伝搬視点からのディジタル伝送特性解析 [III]～

唐沢　好男

本レポートは、同シリーズの YK-001 および YK-003 の姉妹編であり信学会 RCS 研技報（2018.02.28 発表）の原稿に加筆したものである。

１．はじめに

物事には「原因」と「結果」がある。原因と結果が直接的に結び付けられることであれば、同じ原因は同じ結果を生む。無線通信では、電波伝搬の諸現象が原因となって伝送特性の劣化と言う結果に至る。筆者等は、広帯域信号の伝送特性解析に、電波伝搬の特徴を定めるいくつかのキーパラメータに着目し、そのキーパラメータを組み入れた伝送特性解析モデルを示し、等価伝送路モデル（Equivalent Transmission-Path model: ETP モデル）と呼んでいる。この等価伝送路モデルは、バースト誤りを引き起こす受信機の再生クロックのサイクルスリップの解析[1],[2]や符号干渉誤りの解析[3]-[5]に力を発揮している。（このモデルの思想や特徴を整理して[6],[7]に詳しくまとめている）。

さらに、筆者等は、近年、OFDM に代表されるようなマルチパス遅延に耐性を有するマルチキャリア伝送においても、その通信での通信性能の限界をもたらす周波数選択性（遅延量のばらつきによる）と時間選択性（ドップラーシフトのばらつきによる）が共に存在する二重選択性フェージング環境での伝送解析を行ってきた[8],[9]。

この、二重選択性フェージング環境では、遅延スプレッド（σ_τ）とドップラースプレッド（σ_v）の積で表される「スプレッドファクタ（spread factor）: $\sigma_v\sigma_\tau$」がキーパラメータになる。スプレッドファクタそのものは、1960 年代より、いろいろの分野で多くの人がそれを取り上げてきた[10]~[13]という意味では「古く」、その問題が今日の広帯域通信の伝送特性の根幹に横たわり、性能限界を定量的に把握するための鍵になっているという意味で「新しい」と捉えることができる[14]。図 1 はこの環境を示している。

本稿は、これらのことを背景として、スプレッドファクタが支配的な二重選択性フェージング環境でのディジタル伝送特性、具体的にはビット誤り率（BER）のフロア値に着目し、フロア値を最小化する信号設計法とそのときのフロア値を示す。そして、その限界値がスプレッドファクタに支配されている様を明らかにする。

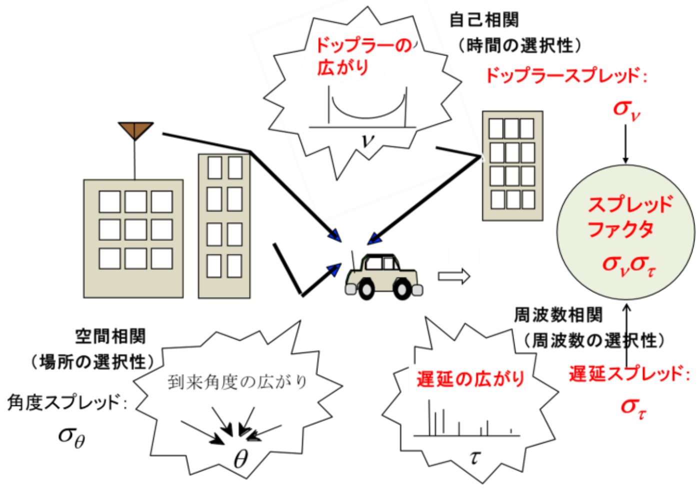


図１　移動通信の電波環境とスプレッドファクタ

２．符号間干渉誤りの推定

２．１　符号間干渉発生時の伝搬特性の微視的構造

本稿では、二重選択性フェージングを対象とし、伝送特性に与える遅延広がりとドップラー広がりの相互作用を議論する。本節では、その前段として、遅延広がりの影響のみによる伝送特性の劣化（符号間干渉誤りの発生）を、電波伝搬的視点から微視的に調べる。

装置の不完全動作などの劣化要因がない場合、伝送特性は伝搬特性によって一対一に決まる。符号間干渉誤りの場合は、伝搬路の伝達関数がこれを決定する[15], [16]。すなわち、伝達関数が同じであれば、伝送特性も同じになる。原因と結果が明確である。この伝達関数が同じの意味を考える。

伝達関数 T はインパルス応答のフーリエ変換で与えられ、通信路の周波数(f)特性を表す。一般には、時間(t)的変化も考慮して $T(f,t)$で表されるが、本節では、時間変化のない $T(f)$を考える。図２はこのイメージである。通信信号帯域内（図２の搬送波周波数 f_0 を中心とする黄色幅部分）で伝達関数が同じであれば同じ伝送特性になるはずである。帯域外の特性は伝送特性に影響がない。そのため帯域内特性のみが一致すればよく、その第一次近似として、以下の二つの値がお互いに一致するとき伝達関数が同じとみなす。

① 周波数 f_0 での伝達関数の値：$T(f_0)$
② 周波数 f_0 での伝達関数の傾き：$T'(f_0)$　$(T' \equiv \partial T / \partial f)$

上記二つの特性を組み入れることができる最も簡易なモデルは、複素振幅：a_1, a_2 と遅延差$\Delta\tau$によって表される２波モデル（図３）である。

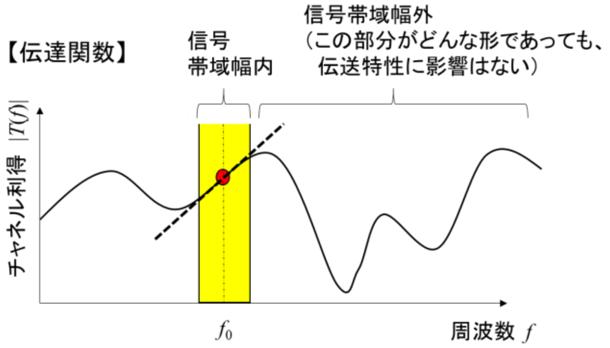


図２　伝達関数（実線）と $f=f_0$ での第一次近似（点線）

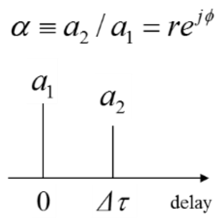


図３　２波モデル

この伝達関数を等価低域通過系（ベースバンド系：f=0 を中心周波数）で表すと次式である。

$$T(f) = a_1 + a_2 e^{-j2\pi f \Delta\tau} \tag{1}$$

遅延差が異なる二種類の２波モデル（$\Delta\tau_{ref}$ と $\Delta\tau$）があり、これらが、①、②の意味で同じと言えるためには、$\eta \equiv \Delta\tau/\Delta\tau_{ref}$ を用いて、両者の複素振幅（$a_1^{(ref)}, a_2^{(ref)}$ と a_1, a_2）は次式で関係付けられる。

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1-1/\eta \\ 0 & 1/\eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1^{(ref)} \\ a_2^{(ref)} \end{pmatrix} \quad \left(\eta \equiv \Delta\tau / \Delta\tau_{ref}\right) \tag{2}$$

さらに、符号間干渉誤りの評価では振幅レベルの大きさには依存しないため、本質的なパラメータとして、$T(0)$で正規化した傾度：正規化伝達関数傾度（NTFG: Normalized Transfer Function Gradient）γを次式により定める。

$$\gamma \equiv T'(0)/T(0) \tag{3}$$

２波モデルでの NTFG は次式となる。

$$\gamma = \frac{-j2\pi a_2 \Delta\tau}{a_1 + a_2} = \frac{-j2\pi\Delta\tau\alpha}{1+\alpha} \quad \left(\alpha \equiv \frac{a_2}{a_1}\right) \tag{4}$$

これより、a_2 と a_2 の比αはγと$\Delta\tau$の関数となり、次式で結ばれる。

$$\alpha(\gamma;\Delta\tau)=\frac{-\gamma}{\gamma+j2\pi\Delta\tau} \tag{5}$$

γとαは$\Delta\tau$固定のもと、一対一対応になるので、γに対する BER：P_0 は、αとも一対一対応になる。

$$\boxed{\gamma\text{【原因】}\rightarrow\alpha(\Delta\tau)\text{【仲介】}\rightarrow\text{BER: }P_0\text{【結果】}} \tag{6}$$

図４は、同期検波 QPSK（CQPSK）において、$\Delta\tau=0.2/T_s$（T_s:変調信号のシンボル周期）としたときの BER: P_0 の発生状況をαの構成要素である振幅比 r の dB 値 x と位相差ϕのマップで表している（計算機シミュレーション値：変復調方式毎に、また、異なる遅延差$\Delta\tau$に対して、異なるマップになる[3], [4]）。当然ながら、x=0 (r=1), ϕ=180° を中心とするエリアに、誤りの発生が集中していることがわかる。以下、この図を BER マップと呼ぶ。

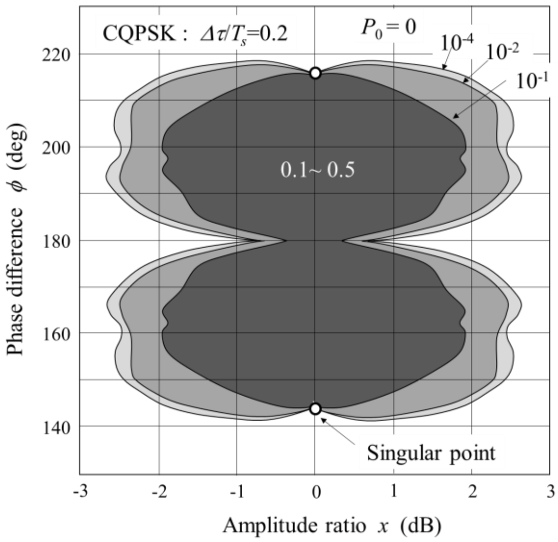


図４　２波モデルの誤り発生パターン（CQPSK: $\Delta\tau/T_s$ =0.2 の BER マップ）

では､$\Delta\tau$の値を変えると､このマップはどのように変化するだろうか？基準遅延差を$\Delta\tau_{ref}$とし､これを$\Delta\tau$に変えた場合を調べてみたい。それぞれの２波（遅延波と先行波）の比が BER マップの位置を決めるため、複素振幅の比αを以下のように置く。

$$\alpha\equiv a_2/a_1\equiv re^{j\phi}\equiv -e^{\beta} \tag{7a}$$

$$\beta\equiv\ln r+\mathrm{j}\hat{\phi} \tag{7b}$$

$$\hat{\phi}\equiv\phi-\pi \qquad (0\leq\phi<2\pi) \tag{7c}$$

BER マップ上で、誤りは x=0 (r =1), $\phi=\pi$ を中心とした比較的狭い範囲に集中するが、この座標変換においては、$|\beta|$<<1 の領域に対応する。以下、$\Delta\tau_{ref}$ のモデルに対するα, β を$\alpha^{(\mathrm{ref})}, \beta^{(\mathrm{ref})}$で表

記する。 (2)式で与えられる二つの環境は同じ NTFG 値をとるので、それぞれが指し示す位置における BER:P_0 は同じでなければならない。その位置αは次式となる。

$$\alpha = \frac{a_2^{(ref)}/\eta}{a_1^{(ref)} + a_2^{(ref)} - a_2^{(ref)}/\eta} = \frac{\alpha^{(ref)}}{\left(1+\alpha^{(ref)}\right)\eta - \alpha^{(ref)}} \tag{8}$$

図３より、$|\beta|$<<1 の範囲で誤りが集中することを考えると、$\alpha \simeq -1-\beta$と近似できる。この近似により、βは次式で表される。

$$\beta \approx \frac{\eta\beta^{(ref)}}{1+\beta^{(ref)} - \eta\beta^{(ref)}} \approx \eta\beta^{(\mathrm{ref})} = \eta\left(\ln r_{ref} + j\hat{\phi}_{ref}\right) \tag{9}$$

このことにより、遅延差が異なる二つのモデルにおいては、同一 NTFG 値となる BER マップ上の点が、$\Delta\tau_{ref}$ における$\beta^{(ref)}$から$\Delta\tau$のマップでの$\eta\beta^{(ref)}$の位置に変換されたとことになる。βは $\ln r + j(\phi - \pi)$なので、横軸:振幅比の対数（dB 値もそれに含まれる）に対しても、縦軸：$\phi=\pi$を中心とした位相差に対しても、基準値に対してη倍引き伸ばされた場所に同じ BER が現れることになる。これは、まさに、BER マップのη倍のスケーリングである。図５はこの結果をまとめている。シミュレーションでの確認のために、図６に$\Delta\tau/T_s$=0.1 の BER マップを示す。図４に対して縦軸・横軸スケールを２倍に拡大しているため、図形そのものはほとんど同じに見える。また、図７は CQPSK の$\Delta\tau/T_s$=0.1 と 0.2 の実測 BER マップを比較している[4]。（この実験は 64kbps の CQPSK モデムを用いて行ったものであるが、実験の詳細については文献[17]の図２を見てほしい。）シミュレーションでの図４と図６、実測での図７とも、$\Delta\tau$の値が倍違う二つのマップの形状がまさに相似形になっていることから、(9)式の妥当性が読み取れる。筆者等は、これまで BER マップにはこのスケーリングの性質（=遅延差に対する形状相似性）が見られることを、上述のシミュレーションや実測データを用いて示してきたが、理論的根拠を示していなかった。(9)式がその答えである。逆に見れば、シミュレーションや実測での BER マップの相似形の性質は、理論展開の根拠とした式(6)（原因（γ）と結果(P_0)の一対一の対応関係）が結果として現れていると言い換えることもできる。なお、この近似が成立する範囲は$|\beta|$<<1 であり、$\Delta\tau \le 0.5T_s$程度が目安となる。

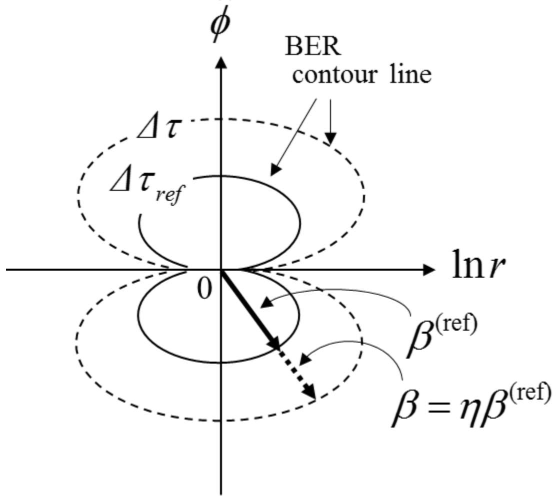


図５　BER マップの$\Delta\tau$に対する形状相似性

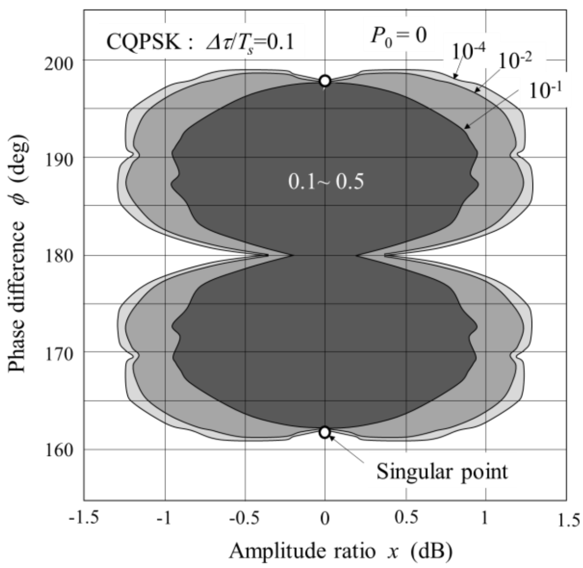
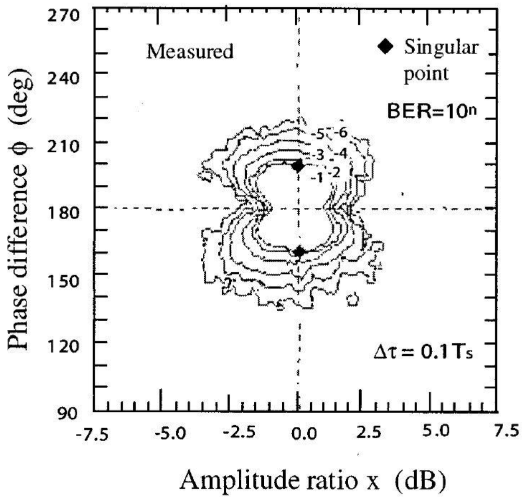
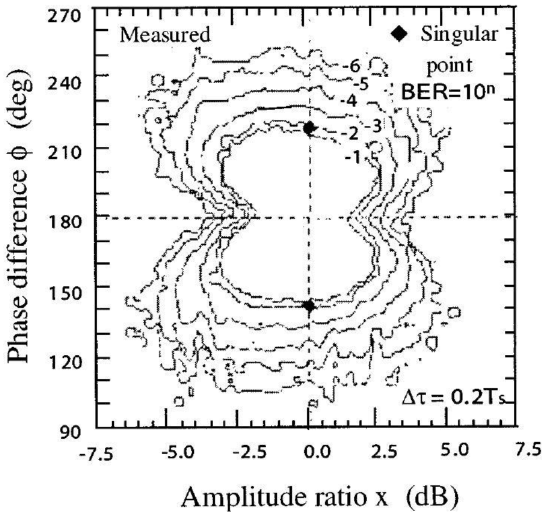


図６　CQPSK: $\Delta\tau/T_s$ =0.1 の BER マップ（図４と縦軸・横軸のスケールが違うことに注意）



(a) $\Delta\tau/T_s$=0.1



(b) $\Delta\tau/T_s$=0.2

図７　実測 BER マップ (64kbps CQPSK; P_0=10^n の等高線；測定系は文献[17]の図２)

２．２　等価伝送路モデルを用いた符号間干渉誤り推定

この節の前半は、文献[3]で提案した等価伝送路モデルそのものになるため要約して示す。後半で、符号間干渉による BER のフロア値が、σ_τ/T_s<<1 の条件において$(\sigma_\tau/T_s)^2$に比例することを示す。

符号干渉誤りの発生を微視的に見れば、$\gamma\rightarrow\alpha\rightarrow P_0$の対応関係があることを示した。フェージング環境下での平均 BER:P_eを求めたい場合には、αの確率分布が必要になる。変数 r とϕで構成されるαに対する結合確率分布 f_pが得られれば、平均 BER:P_eは次式で求められる。

$$P_e\left(=\langle P_0\rangle\right)=\int_0^\infty\int_0^{2\pi} \underbrace{f_p(r,\phi;\Delta\tau)}_{\text{電波伝搬}}\underbrace{P_0(r,\phi;\Delta\tau/T_s)}_{\text{システム}}d\phi\,dr \tag{10}$$

電波伝搬の特性を表す結合確率分布 f_p については、仲上・ライスフェージング環境を対象として、次式が求められている[3], [6]（文献[3]では合流型超幾何関数表現）。

$$f_p\left(r,\phi;K,\tau_m,\sigma_{\tau,R}\right) = \frac{\sigma_{\tau,R}^2\,\tau_m^2\,r}{\pi\left(\sigma_{\tau,R}^2 r^2+\tau_m^2\right)^2}\left(1+\frac{K\tau_m^2\left(\tau_m^2+\sigma_{\tau,R}^2\right)}{\sigma_{\tau,R}^2\left(\sigma_{\tau,R}^2 r^2+\tau_m^2\right)}\right) \times\exp\left\{-\frac{K\left(\tau_m^2+\sigma_{\tau,R}^2\right)}{\sigma_{\tau,R}^2}\left(1-\frac{\tau_m^2}{\sigma_{\tau,R}^2 r^2+\tau_m^2}\right)\right\} \tag{11}$$

ここで、K は直接波成分（＝定常波成分）と散乱波成分（＝不規則波成分）の平均電力比で定義されるライスファクタ（[3]では $K=1/s^2$ の関係を用いて s^2 で表記）、τ_m は、直接波成分の遅延を基準とした散乱波の平均遅延、$\sigma_{\tau,R}$ は散乱波成分の遅延スプレッドである。この三つ（K, τ_m, $\sigma_{\tau,R}$）は仲上・ライスフェージングを定めるキーパラメータである。この確率分布は２波モデルの遅延差$\Delta\tau$が次式で与えられることを前提としている（詳細は[6],[7]に）

$$\Delta\tau=\frac{\tau_m^2+\sigma_{\tau,R}^2}{\tau_m} \tag{12}$$

レイリーフェージングの場合には、その遅延スプレッドをσ_τとすると、仲上・ライスフェージングのキーパラメータを $K=0$, $\tau_m=\sigma_{\tau,R}=\sigma_\tau$とすればよく、

$$f_p^{(\mathrm{Rayleigh})}=f_p\left(r,*;0,\sigma_\tau,\sigma_\tau\right)\ =\frac{r}{\pi\left(r^2+1\right)^2} \tag{13}$$

となる（*:変数ϕが関数に含まれないので形式上）。

フェージングの結合確率分布 f_p を(10)式で P_0 と組み合わせて用いる場合、変数 r を対数にすると P_0 が図４の様に正負で対象になるので、f_p も変数を r から対数値 x（ここでは dB 値：$x=20\log_{10}r$）に変えるほうが数値積分に好都合である。また、$f_p\,(r,\phi)$には変数ϕが含まれていない（＝ϕは $0\sim2\pi$の一様分布になっている）ので、確率分布 f_p を変数 x のみの分布 f_{px} に置きなおすと(10)式は次式のように書き改められる。

$$P_e\left(K,\tau_m,\sigma_{\tau,R}\right)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{f_{px}\left(x;K,\tau_m,\sigma_{\tau,R}\right)\times\int_0^{2\pi}P_0\left(10^{x/20},\phi;\Delta\tau/T_s\right)d\phi\right\}dx \tag{14}$$

このとき、

$$f_{px}(x;K,\tau_m,\sigma_{\tau,R})=\frac{2\pi}{b}\exp\left(\frac{x}{b}\right)f_p\left\{\exp\left(\frac{x}{b}\right),*;K,\tau_m,\sigma_{\tau,R}\right\} \tag{15}$$

$$(b\equiv 20\log_{10}e)$$

である（[15]式の係数 2πは結合確率分布 f_p の位相分が周辺積分されて、f_{px} が x だけの１変数の確率分布に置き換えられているためである）。

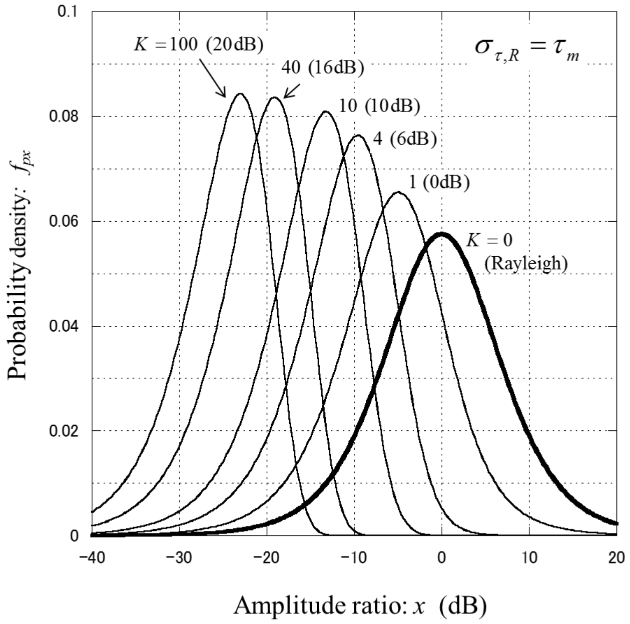


図８　ライスファクタ K に対する振幅比 x [dB]の確率密度関数 f_{px}（太線(K=0)はレイリーフェージング）

図８は、ライスファクタ K をパラメータに、$\tau_m=\sigma_{\tau,R}$ として、確率分布 f_{px} を描いている。太線で示した K=0 のカーブがレイリーフェージングである。図より、レイリーフェージングの場合には、x がおおよそ±5dB の範囲にあるものは f_{px} の値は、ほぼ一定値とみなしてよいことがわかる。このことから、レイリーフェージングの場合は、遅延スプレッドσ_τがシンボル長 T_s に比べてある程度小さい場合には、次式のように展開できる。

$$
\begin{aligned}
&P_e^{(\mathrm{Rayleigh})}(\sigma_\tau) = P_e(0,\sigma_\tau,\sigma_\tau) \\
&= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{ f_{px}(x;0,\sigma_\tau,\sigma_\tau)\int_0^{2\pi} P_0\left(10^{x/20},\phi;\varDelta\tau/T_s\right)d\phi\right\}dx \\
&\approx \frac{1}{2\pi} f_{px}(0;0,\sigma_\tau,\sigma_\tau)\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{2\pi} P_0\left(10^{x/20},\phi;\varDelta\tau/T_s\right)d\phi\, dx \\
&\approx k_\tau(\sigma_\tau/T_s)^2 \qquad (\sigma_\tau/T_s <<1)
\end{aligned}
\tag{16}
$$

上式の最後の行への変換は、前節で述べた BER マップ(P_0)の形状相似性を利用している。係数 k_τは変復調方式に依存する比例定数であり、QPSK 系（CQPSK, DQPSK, π/4-DQPSK）では、およそ 0.8 である（文献[6]の図 10.14 の計算値より）。

本節で述べた一連のステップは、図９のようにまとめられる。

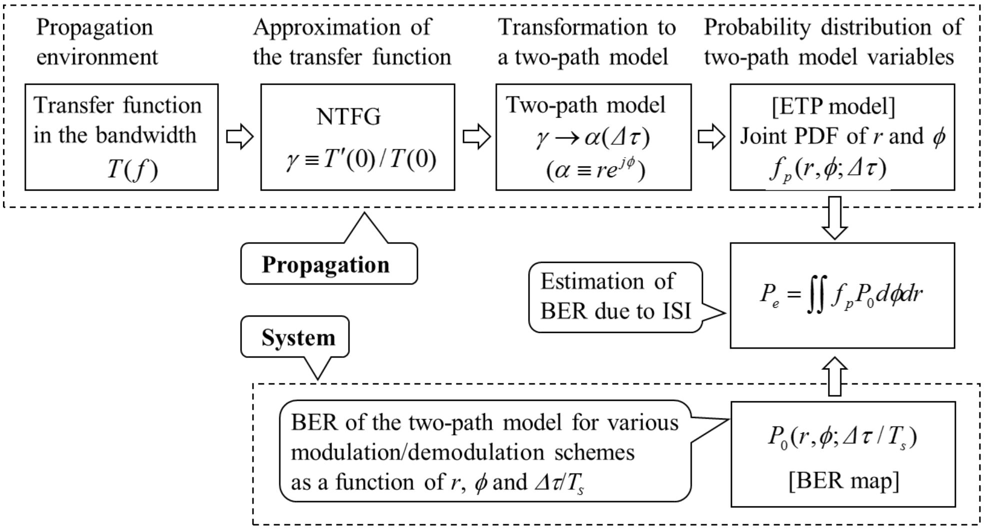


図９　符号間干渉による BER のフロア値解析手順のまとめ（レイリーフェージングに対する等価伝送路モデル）

３．二重選択性フェージング下での信号最適設計と BER フロア値

本節では、レイリーフェージングを対象にした二重選択性フェージング環境下で、BER のフロア値を最小とする信号設計法と、そのときの BER のフロア値特性を求める。誤りの発生は、ドップラー広がりに起因するファーストフェージング（信号点の位相変動によるもの：ランダム FM）と、遅延の広がりによる周波数選択性フェージング（符号間干渉によるもの）の二つがあり、BER が 10^{-1} 程度以下では、両現象が共に存在する場合は、両者の和で近似してよい。

ドップラー広がりによる BER フロア値 $P_{e,Doppler}$ は、変復調方式に依存するが、ドップラー広がりに強い遅延検波方式である DBPSK, DQPSK に対しては

$$P_{e,Doppler}(\sigma_\nu;T_s) \approx k_\nu(\sigma_\nu T_s)^2 \tag{17}$$

となる[6]。k_νは変復調方式に依存する比例定数であり、DBPSK ではπ^2、DQPSK では $2\pi^2$ である。

遅延広がりによる BER フロア値 $P_{e,delay}$ は、前節(16)式示したようにσ_τ^2 に比例し、以下の式で近似できる。

$$P_{e,delay}(\sigma_\tau;T_s) \approx k_\tau(\sigma_\tau/T_s)^2 \tag{18}$$

両者の和を最小にする最適なシンボル変換（シングルキャリア変調：T_s→マルチキャリア変調：T_e）を行う。それにより、総合 BER のフロア値は次式で近似できる。

$$P_{e,floor}(\sigma_\nu,\sigma_\tau;T_e) \approx k_\nu(\sigma_\nu T_e)^2 + k_\tau(\sigma_\tau/T_e)^2 \tag{19}$$

(19)式の $P_{e,floor}$ 値を最小にする T_e の最適値 $T_{e,opt}$ を、$\partial P_{e,floor}/\partial T_e = 0$ より求めると、そのときの BER フロア値 $P_{e,floor,min}$ と $T_{e,opt}$ は次式となる。

$$P_{e,floor,\min} \approx 2\sqrt{k_\nu k_\tau}\sigma_\nu\sigma_\tau \quad \text{when } T_{e,opt} = \left(\frac{k_\tau}{k_\nu}\right)^{1/4}\sqrt{\frac{\sigma_\tau}{\sigma_\nu}} \tag{20}$$

上式から、BER のフロア値を最小にする信号設計を行った後の伝送特性では、ドップラースプレッドσ_νと遅延スプレッドσ_νの積：スプレッドファクタ$\sigma_\nu\sigma_\tau$が伝搬のキーパラメータとなっていることがわかる。

当然ながら、シンボル長 T_e が最適値からずれるとフロア値は上昇する。最適値からのズレのファクタを$\xi \equiv T_e/T_{e,opt}$とすると、(19)式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} P_{e,floor}(\xi) &\approx \xi^2 k_\nu \left(\sigma_\nu T_{e,opt}\right)^2 + \frac{k_\tau}{\xi^2}(\sigma_\tau / T_{e,opt})^2 \\ &= \left(\xi^2 + \frac{1}{\xi^2}\right)\sqrt{k_\nu k_\tau}\sigma_\nu\sigma_\tau \\ &= \frac{1}{2}\left(\xi^2 + \frac{1}{\xi^2}\right)P_{e,floor,\min} \end{aligned} \tag{21}$$

図１０は DQPSK を対象に、ξの値に対して、$P_{e,floor}$値が変化する様子を、スプレッドファクタ$\sigma_\nu\sigma_\tau$ =0.00001, 0.0001, 0.001 をパラメータとして示している。図には、計算機シミュレーションの結果も合わせてプロットしている。シミュレーションの条件については、付録で簡単にまとめている。図では、最適点ξ=1 を境に、BER 特性劣化は、ξ>1 領域はドップラー広がりが支配的（すなわちファーストフェージング）に、ξ<1 では遅延広がりが支配的（すなわち周波数選択性フェージング）である。図でξ<1 領域では、シミュレーション値が計算値（実線）よりやや大きくなる傾向が読み取れるが、これは、付録に述べているような計算機シミュレーション上の都合による（＝再生クロック位相のサイクルスリップの発生を防ぐためサンプルタイミングを固定している。このことによってわずかに BER 値が高くなるがその影響）。このようにした計算機シミュレーション設定での理論的予想値は点線であり、シミュレーション結果はこれとよく一致している。実線の理論値との乖離もそれほど大きいものではなく、(21)式でのシンボル設計や BER フロア値推定が妥当であると言える。同図より、BER フロアの上昇を２倍程度にとどめたいときは、それぞれの環境に適応させて 0.5< ξ<2 の範囲でシンボル設計をすると良いであろう。

市街地高速移動時に対するシンボル設計の一例を示す。周波数 5GHz、移動体スピード 30m/s(=108km/h)、遅延スプレッド 1μs とする。このとき、最大ドップラー周波数は 500Hz、ドップラースプレッドは 354Hz（水平面内一様の到来角を仮定）となる。ゆえにスプレッドファクタは 3.54×10^{-4} である。式(20)により BER フロア最小値は 2.81×10^{-3} と算定される。この特性を得るシンボル長 $T_{e,opt}$ は 24μs、帯域幅 W_e($\simeq 1/T_{e,opt}$)は 42kHz と定められる。実際の設計では、全体として必要な帯域幅 W_s を確保した上で、サブ帯域幅（＝サブキャリア間隔）を W_e とするようなマルチキャリア伝送（OFDM など）とすればよい。図１１は、この例での算定結果を図示したものである。

図１０のξ=1 はそれぞれのユーザとの伝搬条件に応じて適応的に制御する場合の BER フロアの最小値である。現実の制御においては、ユーザ毎に時々刻々制御するのは困難な場合もある。そのような場合には、その通信において想定される厳しめの伝搬環境に対しての信号設計を行

い、この状態で固定して運用する場合を考える。以下、図１１の例で考える。この伝搬環境を状態 A とする。スプレッドファクタを Q と置くとき、$Q=Q_A=3.54\times10^{-4}$, $\sigma_{\nu,A}=\sigma_{\nu,A}=354$Hz, $\sigma_\tau=\sigma_{\tau,A}=1$μs, $T_{e,opt}=24$μs であった。シンボル長 T_e を $T_{e,opt}$ に固定して設計したシステムにおいて、σ_ν, σ_τ が一方または同時に小さくなり、Q の値が小さくなる場合を考える。その小さくなる場合の σ_ν と σ_τ の配分として、

A-0: $\sigma_\nu/\sigma_{\nu,A}=\sigma_\tau/\sigma_{\tau,A}=(Q/Q_A)^{1/2}$

A-1: $\sigma_\nu/\sigma_{\nu,A}=(Q/Q_A)^{1/3}$ かつ $\sigma_\tau/\sigma_{\tau,A}=(Q/Q_A)^{2/3}$（$\sigma_\nu$ と σ_τ を入れ替えても結果は同じ）

A-2: $\sigma_\nu/\sigma_{\nu,A}=(Q/Q_A)^{1/4}$ かつ $\sigma_\tau/\sigma_{\tau,A}=(Q/Q_A)^{3/4}$（同上）

A-3: $\sigma_\nu=\sigma_{\nu,A}$ かつ $\sigma_\tau/\sigma_{\tau,A}=Q/Q_A$（同上）

の四つのケースを考える。図１２はこの結果を示している。A-0 はそれぞれの Q に対する BER フロア最小値: $P_{e,floor,min}$ を与えるものになっている。σ_ν および σ_τ の値の減り具合が、一方に偏る度合い（A-0→A-1→A-2→A-3 の順に度合いが大きい）に応じて、BER フロア値が上がってゆく様子がわかる。その場合でも、$Q<Q_A$ であれば、$Q=Q_A$ のときの BER フロア値よりは小さくなる。このため、電波環境が変動する状態において Q_A に固定する信号設計も現実的な方法である。

なお、この BER フロア値は、誤り制御を行わないときの値、すなわち、通信路上で発生するビット誤り率であり、誤り訂正の符号化対策が施されれば、その分軽減される。

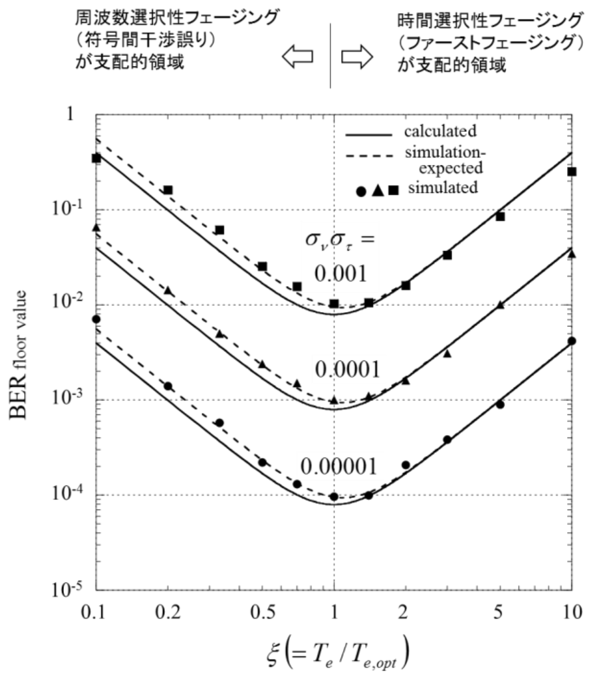


図１０　二重選択性フェージング下での BER フロア値特性（BER シミュレーションの方法および左半分で理論計算値とシミュレーションとのずれ（約 1.4 倍）の説明は付録で）

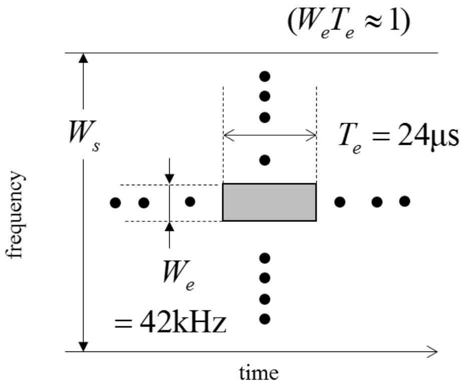


図１１　BER フロア値を最小とするシンボル設計例（f=5GHz, v=108km/h, σ_τ=1μs の場合）

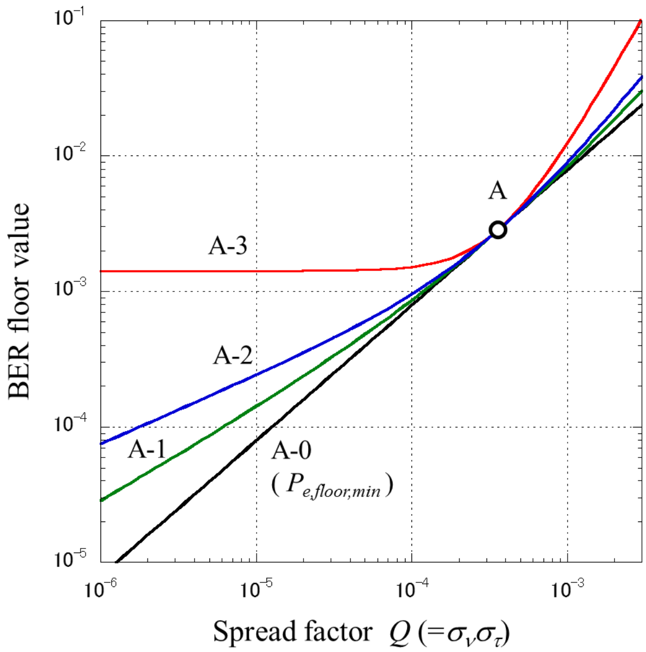


図１２　信号設計を A 点で最適化した場合（図１１の設定）の遅延スプレッドおよびドップラースプレッドの変化（A-0～A-3：詳細説明は本文に）に対する BER フロア特性

５．むすび

遅延の広がりやドップラー広がりの大きい二重選択性フェージングチャネルの環境表現のキーパラメータであるスプレッドファクタに着目し、伝送時の BER のフロア値とそれを最小化する信号の設計法について議論した。その前段として、第２節では、周波数選択性フェージングによる符号干渉誤りに視点を当て、原因（伝搬）と結果（伝送誤り）の微視的構造を掘り下げた。その上に立って、等価伝送路モデルからの帰結：平均 BER フロア値∝$(\sigma_\tau/T_s)^2$ を導いた。第３節では、時間選択性フェージングでの帰結：平均 BER フロア値∝$(\sigma_v T_s)^2$ とあわせて、二重選択性フェージング下での BER フロア推定を行った。また、この論理組み立ての妥当性を、計算機シミュレーションにより実証した。

文献[9]では、同様な視点から通信路容量解析を行って、電波伝搬との関係を明らかにしたが、その結論は、本稿の解析結果とも共通することが多い。すなわち、信号設計には、i) 遅延広がりの壁(σ_τ)とドップラー広がりの壁（$1/\sigma_\nu$）が存在し、その間の時間領域が符号設計に開かれた窓であること、ii) シンボル長が$\sqrt{\sigma_\tau/\sigma_\nu}$付近に最適値が存在すること、iii) その伝送性能はスプレッドファクタ：$\sigma_\nu\sigma_\tau$に依存すること、である。図１３はこのイメージをまとめており、情報伝送に立ちはだかる電波伝搬の二つの壁とシンボル設計に開かれた窓を概念的に示している。図より、当然ながら、移動体スピードが一定であれば、ドップラースプレッドが大きくなって窓が狭くなる高い周波数において、設計が苦しくなってゆくことがわかる。

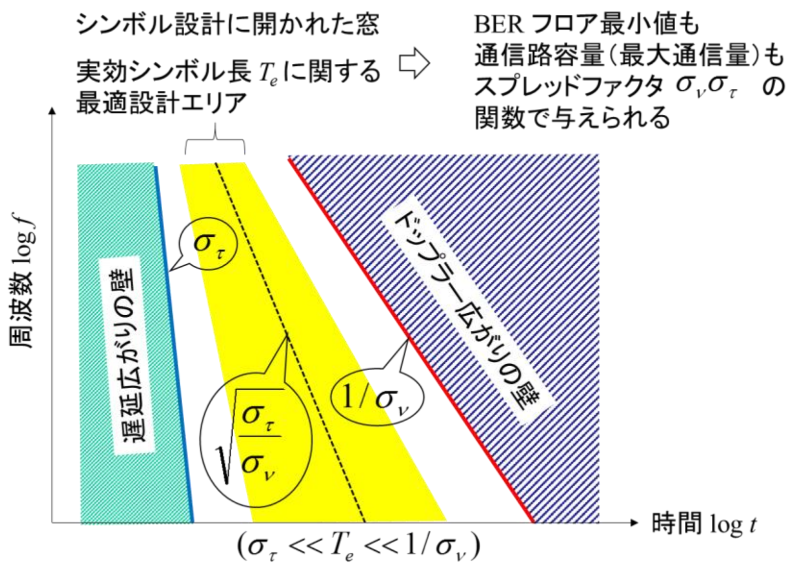


図１３　情報伝送に立ちふさがる電波伝搬の二つの壁とシンボル設計に開かれた窓（イメージ）

【付録】図１０の計算機シミュレーションの方法

シミュレーションの方法（基本的な考え方と設定環境）を以下、簡単にまとめる。

シミュレーションは、遅延検波 QPSK（DQPSK）のシンボル長 T_e を 1 に規格化して行う。そのため、遅延スプレッドもドップラースプレッドも正規化している。すなわち、$\sigma_\tau/T_e \rightarrow \sigma_\tau$（正規化遅延スプレッド）、$\sigma_\nu T_e \rightarrow \sigma_\nu$（正規化ドップラースプレッド）である。スプレッドファクタ Q は正規化の有無に関わらず $Q=\sigma_\nu\sigma_\tau$の無次元量である。

伝搬チャネルは以下のインパルス応答で与える。

$$h(\tau,t)=\frac{1}{\sqrt{L}}\sum_{l=1}^{L}\exp\left\{j\left(2\pi f_D t\cos\theta_l\right)+\phi_l\right\}\delta\left(\tau-\tau_l\right) \tag{A1}$$

L: パス数=100 に設定

θ_l: パス l の到来角度；0~2πの一様分布乱数で決定

ϕ_l: パス l の初期位相；0~2πの一様分布乱数で決定

τ_l: パス l の遅延量: 一様型遅延プロファイル：
±τ_{max} の範囲に均等配置、すなわち、

$$\tau_l = \{2(l-1)/(L-1)-1\}\tau_{\max}$$

付図１は、この設定環境を表している。この設定により、最大遅延量 τ_{max} と遅延スプレッド σ_τ、最大ドップラー周波数 f_D とドップラースプレッド σ_ν は、それぞれ以下の関係で結ばれる。

$$\tau_{max} = \sqrt{3}\sigma_\tau \ , \qquad f_D = \sqrt{2}\sigma_\nu$$

シミュレーションでは、σ_ν, σ_τ の値を個別に与えるのではなく、スプレッドファクタ $Q\ (\equiv\sigma_\tau\sigma_\tau)$ と、

$$T_e = \xi\left(k_\tau / k_\nu\right)^{1/4}\sqrt{\sigma_\tau / \sigma_\nu} = 1$$

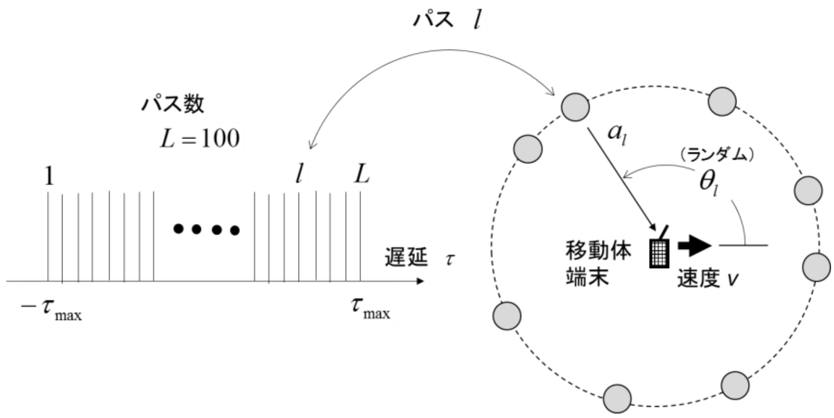
によるシンボル長の正規化から、次式のように定める。

$$\sigma_\tau = \sqrt{Q}\left(k_\nu / k_\tau\right)^{1/4} / \xi = 2.23\sqrt{Q} / \xi$$

$$\sigma_\nu = \xi\sqrt{Q}\left(k_\tau / k_\nu\right)^{1/4} = 0.449\xi\sqrt{Q}$$

ここで、k_τ=0.8, k_ν=2π^2（DQPSK 対応値）を与えている。このようにして式(A1)で与えた伝搬環境が定められる。

次に、差動符号化後の送信信号を $s(i)$、受信信号を $r(i)$（i はシンボル長で正規化した離散時刻）とするとき、符号間干渉の影響を着目シンボルの前後３シンボル分を考慮して、$r(i)$を以下で求めている。



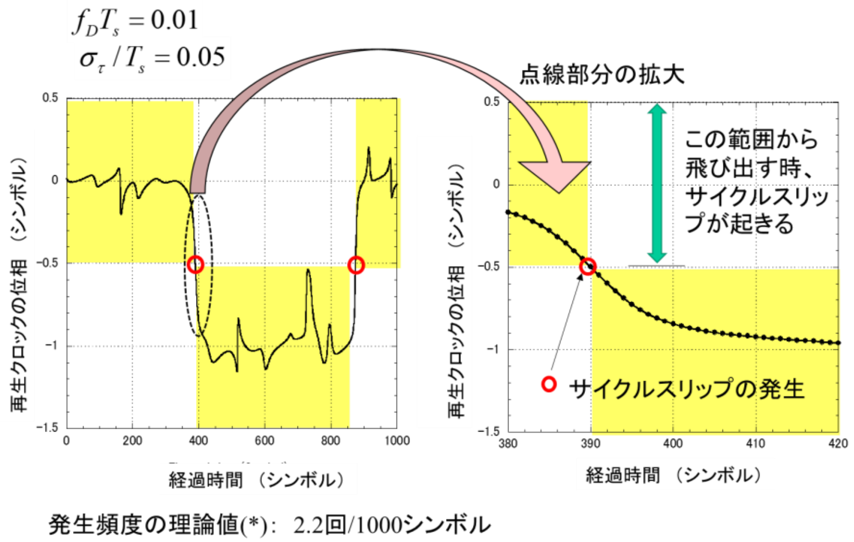
付図１　二重選択性フェージング環境の生成（シミュレーションのための）

$$r(i)=\frac{1}{\sqrt{L}}\sum_{k=-3}^{3}\sum_{l=1}^{L}\exp\left\{j\left(2\pi f_D(i+k-\tau_l+t_{samp})\cos\theta_l\right)+\phi_l\right\}$$
$$\times s(i+k)u(k-\tau_l+t_{samp}) \tag{A2}$$

ここで、関数 u は、ナイキストフィルタ(raised cosine filter)の特性を持ち、ロールオフファクタを 0.5 に設定した。また、t_{samp} は、受信機の正規化サンプルタイミング（再生クロックの位相）である。この後の遅延検波や復号は従来の方法に従っている。

受信機が定めるサンプルタイミング t_{samp} は、本来は文献[1]の式(5)で与えられるようにフェージング状態の関数になる。しかし、そのようにして二重選択性フェージング環境での連続シミュレーションを行うと、頻繁にサイクルスリップ（シンボル位置のタイミングとサンプリングのタイミングが 1 シンボル以上に亘ってずれてゆく現象[1],[6]）が発生し、純粋な意味での符号間干渉による BER 評価ができなくなる。付図２は、f_DT_s=0.01, σ_τ/T_s=0.05 のときのクロック位相の時間推移である。この推移が n±0.5（n:整数）の範囲で変化している間は、再生クロックとシンボルデータの間で同期がとれているが、この範囲を超えた瞬間（図の赤丸印）にクロックとシンボルで周期が 1 サイクルずれ、ここに、サイクルスリップが起きる。一旦サイクルスリップが起きると同期外れになるため、BER 特性として評価するのが難しい。

そのため、今回のシミュレーション評価では、サイクルスリップの発生を防ぐために t_{samp}=0（すなわちマルチパス遅延の中央位置）に固定している。ただしそのようにすると符号間干渉誤りが若干増えることになり、事前の評価で、その増え方は 1.4 倍、すなわち、DQPSK では k_τ=0.8 が 1.12 になる。図 9 においては、実線のカーブが理論式(24)で求めたもの、点線のカーブがサイクルスリップの発生を止めるように t_{samp}=0 としたときの理論カーブ（＝シミュレーション値に対応するカーブ）になる。



付図２　二重選択性フェージング時の再生クロックの位相変化とサイクルスリップの発生

（シミュレーション評価では t_{samp}=0 に固定）（*: [6]の式(10.46)）

参考文献

[1] Y. Karasawa, T. Kuroda and H. Iwai, "Cycle slip in clock recovery on frequency-selective fading channels," IEEE Trans. Commun., vol. 45, 3, pp. 376-383, 1997.

[2] Y. Karasawa, T. Kuroda and H. Iwai, "Analysis of cycle slip in clock recovery on frequency-selective Nakagami-Rice fading channels based on the equivalent transmission-path model," IEICE Trans. Commun., vol. E79-B, 12, pp. 1900-1910, 1996.

[3] Y. Karasawa, T. Kuroda and H. Iwai, "The equivalent transmission-path model," IEEE Trans. Vehicul. Tech., vol. 47, no. 1, pp. 194-202, 1997.

[4] Y. Karasawa and H. Iwai, "Enhancement of the ETP model: How to calculate BER due to ISI for wideband digital transmission in Nakagami-Rice fading environments," IEEE Trans. Vehicul. Tech., vol. 49, no. 6, pp. 2113-2120, 2000.

[5] Y. Karasawa, N. Gejoh, and T. Izumi, "Modeling and analysis of OFDM transmission characteristics in Rayleigh fading environment in which the delay profile exceeds the guard interval," IEICE, Trans. Commun., vol. E88-B, no. 7, pp. 3020-3027, 2005.

[6] 唐沢好男，改訂 ディジタル移動通信の電波伝搬基礎，コロナ社, 2016.03.

[7] 唐沢好男, “等価伝送路モデル: その思想と実践,” Tech. Rep. YK-001（私報）, pp. 1-35, 2017. http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/ETP%20model.pdf

[8] Y. Karasawa, “On physical limit of wireless digital transmission from radio wave propagation perspective,” Radio Science, vol. 51, no. 9, pp. 1600-1612, Sept. 2016.

[9] Y. Karasawa, “A simple formula for noncoherent capacity in highly underspread WSSUS channels,” IEICE Trans. Commun., vol. E101-B, no. 5, 2018. (to be published in May, 2018). 【内容は、以下の二つの研究会発表をまとめている：唐沢好男、信学技報，AP2016-136, pp. 39-44, 2017.01.と信学技報，AP2016-166, pp. 55-60, 2017.02.】

[10] T. Kailath, “Sampling models for linear time-variant filters,” M.I.T Research Lab. of Electronics, Tech. Rep., no. 352, pp. 1-47, 1959.

[11] P. A. Bello, “Measurement of random time-varying linear channels,” IEEE Trans. Inf. Theory, vol. IT-15, no. 4, pp. 469-475, 1969.

[12] J. G. Proakis, Digital Communications, McGraw-Hill, New York, NY, U.S.A., fourth edition, 2001.

[13] G. Durisi, U. G. Schuster, H. Bölcskei, and S. Shamai (Shitz), “ Noncoherent capacity of underspread fading channels,” IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 56, no. 1, pp. 367–395, 2010.

[14] 唐沢好男, “伝搬パラメータ「スプレッドファクタ」について,” 信学技報, AP2017-95, pp. 7-10, 2017.10.

[15] P. A. Bello, “Characterization of randomly time-variant linear channels,” IEEE Trans. Commun. Syst., vol. CS-11, no. 4, pp. 360–393, 1963.

[16] P. A. Bello, B. D. Nelin, “The effect of frequency selective fading on the binary error probabilities of incoherent and differentially coherent matched filter receivers,” IEEE Trans. Commun. Syst., vol. CS-11, pp. 170-186, 1963.

[17] 唐沢好男，黒田知紀，岩井誠人, “周波数選択性フェージングとサイクルスリップ [II],” 信学技報, AP92-57/RCS92-45, 1992.