

# フリスの伝達公式

～その周辺の不思議を探る～

唐沢 好男

筆者は大学で学部生や院生に無線通信を教えてきた。その授業ではフリスの伝達公式からスタートするが、その折に、3節4節で取り上げたパラドックス的なことで、学生たちと議論するのは結構楽しかった。また、フリスの伝達公式の核になるアンテナ利得と実効面積の関係式は、それを説明しようとするといふと意外と手ごわい。教科書では一ページで説明されてしまうフリスの伝達公式の中にも、たくさんの不異議がある。本資料は、フリスの伝達公式の基本的なところを中心に、その周辺に漂う不思議なところにも焦点を当ててみたい。

## 1. アンテナ利得と実効面積

フリスの伝達公式では、アンテナ利得と実効面積の関係が核となるため、最初に、アンテナ利得と実効面積の定義をおさらいする。

### (1) アンテナ利得

アンテナは無線通信装置と空間とのインターフェースを担うハードウェアである。すなわち、機器から電波を空間に放射したり、空間に漂う電波を受けとめる働きをする。通常、アンテナはパッシブな装置なので、入力された電力以上にアンテナから電力が放射されることはないが、特定の角度方向に対して集中して放射される場合には、3次元空間に均一に放射されたときの遠方での電界強度を基準にして電力密度比をとると、その角度に対しては比の値が1以上になる。このため、この比を利得と呼んでいる。極座標表示で表される十分に遠方の地点 $(d, \theta, \phi)$ でのアンテナの放射電界を  $E(d, \theta, \phi)$  と表すと、アンテナ**指向性利得**が次式のように定義される。

$$D(\theta, \phi) = \lim_{d \rightarrow \infty} \left( \frac{|E(d, \theta, \phi)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E(d, \theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi} \right) \quad (1)$$

指向性利得  $D$  が距離  $d$  の関数でないのは、 $d$  が十分大きい地点、すなわち、アンテナからの電波が平面波として届く距離では、 $D$  は距離に依存しなくなるためである。この指向性利得の角度特性はアンテナ放射パターンとも呼ばれる。 $E$  が方向 $(\theta, \phi)$ に対して依存性がない場合、すなわち**無指向性** (isotropic) である場合には、式(1)の分母での正規化により、全方向に対して  $D=1$  となる。ある方向の利得が大きいということは、その方向に集中して電波が

放射されているということを意味している。

実際のアンテナは、入力した電力の全部が空間に出てゆくことはなく、内部で吸収されたり、入力ポートに反射されて戻ってくるものもある。そのため、効率 $\eta(\leq 1)$ を用いて、**アンテナ利得**  $G$  を次式のように定める。

$$G(\theta, \phi) = \eta D(\theta, \phi) \quad (2)$$

回線設計をする場合には、指向性利得  $D$  ではなくて、真の実力であるアンテナ利得  $G$  を用いる。アンテナの利得は、 $10 \log_{10} G$  で求められる dB (デシベル) に換算して表されることが普通である。この場合、無指向性アンテナを基準とする意味で dBi と表記される。

アンテナの利得に関しては、送信アンテナとして用いる場合のアンテナ利得  $G_t(\theta, \phi)$  と、受信アンテナとして用いる場合のアンテナ利得  $G_r(\theta, \phi)$  は等しい (その証明は[1]に)。この性質は、**アンテナの送受信の可逆性**と言われる。

## (2) 実効面積

アンテナには実効面積 (あるいは有効面積) の概念があり、受信アンテナとして、どのくらいのエリアの電波を受信しているかの目安になる。電力密度  $p$  [W/m<sup>2</sup>] の平面波の中にアンテナを置いたとき、受信電力が  $P_r$  [W] であったとする。このとき、実効面積  $A$  [m<sup>2</sup>] は

$$A = P_r / p \quad (3)$$

で定義される。

開口面アンテナのように受信面がイメージできるアンテナでは、それが実効面積の目安になるが、通常はアンテナの効率が 1 以下であるので、実開口面積よりは効率に応じて小さくなる。

アンテナ利得と同様に、受信アンテナとして用いる場合の実効面積  $A_r$  と、送信アンテナとして用いる場合の実効面積  $A_t$  は等しい。(1)、(2) をまとめると、 $G_t = G_r$ ,  $A_t = A_r$  である。

## 2. アンテナ利得と実効面積の関係

### 2. 1 アンテナ利得と実効面積の比は一定であって、アンテナのタイプによらない

電波の伝搬を妨害する媒質が何もない真空中の空間 (自由空間と呼ばれる) において、平面波とみなされる十分な距離  $d$  にある 2 地点間での伝送を考える。送信電力を  $P_t$ 、送信アンテナの利得を  $G_t$ 、受信アンテナの実効面積を  $A_r$  とする (図 1)。受信点において、送信アンテナから放射された電波の電力密度は  $P_t G_t / (4\pi d^2)$  であるので、実効面積  $A_r$  の受信アンテナで受信すると、受信電力  $P_r$  は、次式になる。

$$P_r = \frac{P_t G_t}{4\pi d^2} A_r \quad (4)$$

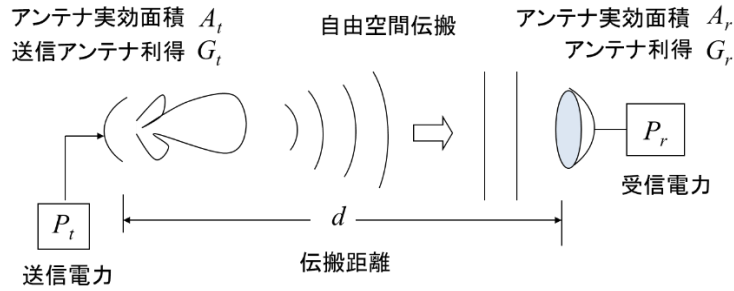


図1 無線通信の基本伝送系

図1では、左側を送信局としているが、符号を付け直し、左側のアンテナ特性を $G_1$ ,  $A_1$ 、右側を $G_2, A_2$ とする。左側を送信局として電力 $P_t$ を送ったときの右側の局の受信電力を $P_{r2}$ 、逆方向で、右側を送信局として電力 $P_t$ を送ったときの左側の局の受信電力を $P_{r1}$ とすると、相反定理より $P_{r1} = P_{r2}$ である。それゆえ、

$$\frac{P_t G_1 A_2}{4\pi d^2} = \frac{P_t G_2 A_1}{4\pi d^2} \rightarrow \frac{G_1}{A_1} = \frac{G_2}{A_2} \quad (5)$$

となる。この関係は、任意のアンテナについて、すなわち、アンテナがどのようなタイプであろうがそのことには関係なく成り立ち、アンテナ利得と実効面積の比は一定であるというを示している。では、この比の値は何であろうか。次節ではこれを求める。

## 2.2 その比の値は？

前節で、どんなアンテナでもアンテナ利得 $G$ と実効面積 $A$ の比は一定であることが分かった。以下その比を求めたいが、結論からすると、

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} G \quad (6)$$

の関係が導かれている。でも、これを導くのは一筋縄では行かない。本節は先人が編み出したいろいろの方法を紹介する。一つ言えることは、どんなアンテナでも $G/A$ =一定の関係が成立することが証明されているのだから、何か、解析出来るアンテナを一つ選んで答えが得られれば、それで良いということになる。さらに言えば、その選んだアンテナの何か一つの方向だけ（通常は最大利得の方向を考えるが、それに限らない）でよいのである。

### (1) 微小ダイポールアンテナ

微小ダイポールアンテナは、電磁界中の受信電力をマックスウェルの方程式から理論的に解析できるので、求め方としては正攻法である。式の導出の詳細はアンテナ・電波伝搬教科書（虫明）[1]に述べられているので、ここでは、その流れだけを追う。

長さ $l$ の微小ダイポールアンテナ（以下、微小ダイポールと呼ぶ）を角度 $\theta$ （ダイポール方向を $\theta=0$ ）方向から到来する平面波（電界の強さ $E_r$ ）内に置き、その受信電力からアンテナ利得や実効面積を以下の手順で求める。

- ① 微小ダイポール（長さ $l$ ）の端子電圧  $V_0$

$$V_0 = E_r l \sin \theta$$

- ② 微小ダイポールのアンテナ利得  $G$

アンテナパターンは①より  $\sin \theta$  である。(1)式に  $E \rightarrow \sin \theta$  として、アンテナ利得を求める（効率 $\eta=1$  ( $G=D$ )として）

$$G = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$$

- ③ 微小ダイポールの放射抵抗  $R$

マックスウェルの方程式より

$$R = \frac{2\pi}{3} Z \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \quad \left( Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \right) \quad (\text{空間のインピーダンス})$$

- ④ 最大受信電力 $P_r$ は、整合負荷条件より

$$P_r = \frac{|V_0|^2}{4R} = \frac{3|E_r|^2 \lambda^2 \sin^2 \theta}{8\pi Z} = \frac{|E_r|^2 \lambda^2}{4\pi Z} G$$

- ⑤ 到来波の電力密度  $p$

$$p = \frac{|E_r|^2}{Z}$$

- ⑥ 実効面積 $A$ と利得 $G$ の関係

$$A = \frac{P_r}{p} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

この方法の優れた点は、全方向（ $\theta$ の全範囲）に対して(6)式が示されているということである。（ただし、上述のとおり、それは必要条件ではない。）

## (2) 波長サイズに比べて十分大きい開口面アンテナ

この方法は、中嶋[2]により紹介されている。半径が波長に比べて十分大きい円形開口面（面積 $S$ ）を定めて放射源を置き、その放射パターンからアンテナ利得 $G$ を求め、 $S=A$ として $A$ と $G$ の関係を定める方法で、面積 $A$ が既知であることを利用する。（1）の方法に比べて、

電磁界解析部分が少なく簡易であることが特長。手順は

- ① 波長より十分大きい半径 $a$ の円形開口面 $S$ を考える。ここに波源が一様に分布するとする。
- ② この放射パターン $g(\theta)$ を求める ( $\theta$ は面に対して垂直方向を $z$ 軸とし、 $z$ 軸からの角度)。

$$g(\theta) = 2\pi a^2 \frac{J_1(u)}{u}, \quad u = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

- ③ 主ビーム中心方向 ( $\theta=0$ ) の絶対利得 $G$ を $E \rightarrow g$ として(1)式から求める。(半径 $a$ が波長に比べて十分大きいとして積分範囲を拡張し、数学公式集にある形に結びつけ)

$$G = \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^2$$

- ④  $A=\pi a^2$ を③に代入し(6)式を得る。

### (3) 開口面から遠方に放射される電磁界

開口面からの放射を電磁界理論で厳密に解き、開口面積と利得の関係を求める。文献[3] (IV章3.4.1(3)) より。

- ① 無限金属平板に空けられた面積 $A$ の開口 (方形開口でサイズは $a, b$ ;  $A=ab$ ) から、面に垂直な方向( $z$ 軸)に対して正の方向に放射される。開口面 $S$ 上の電界を $E_a(x,y)$ とするときの極座標点 $(d,\theta,\phi)$ での電界 $E$ は

$$E(d,\theta,\phi) \approx \frac{j \exp(-jkd)}{\lambda d} \iint_S E_a(x,y) \exp\{jk \sin \theta (x \cos \phi + y \sin \phi)\} dx dy$$

$E_a(x,y)=1$ とすると

$$E(d,\theta,\phi) \approx \frac{j \exp(-jkd)}{d} \frac{A}{\lambda} \left\{ \frac{\sin((\pi a / \lambda) \sin \theta \cos \phi)}{(\pi a / \lambda) \sin \theta \cos \phi} \right\} \left\{ \frac{\sin((\pi b / \lambda) \sin \theta \sin \phi)}{(\pi b / \lambda) \sin \theta \sin \phi} \right\} \quad (7)$$

- ② 単位立体角当たりの放射電力の最大値 $P(d,\theta,\phi)_{\max}$  ( $\theta=0$ 方向)は

$$P(d,\theta,\phi)_{\max} = \frac{d^2}{Z} |E(d,\theta,\phi)_{\max}|^2 = \frac{A^2}{Z\lambda^2}$$

- ③ 開口面からの放射電力 $P_t$ は

$$P_t = \frac{1}{Z} \iint_S |E_a(x,y)|^2 dx dy = \frac{A}{Z} \quad (\because E_a(x,y)=1)$$

- ④ 利得 $G$ は

$$G = \frac{4\pi P(d,\theta,\phi)_{\max}}{P_t} = \frac{4\pi A}{\lambda^2}$$

となり(6)式が導かれた。 $(P(d, \theta, \phi)_{max})$ の式に $d$ が見えないのは、単位立体角当たりの電力であり、 $d$ に依存しないためである。

#### (4) 無指向性アンテナ

2.1節で述べたように、何か一つのアンテナについて答えが見つければそれが使えるので、それでよいという意味においては、既に(6)式が得られているのだから、この問題は終わっている。しかし、上に述べた方法はどれもそれなりに結構複雑で、何かもっと直感的な方法があつてそれから答えが見つければ美しいと思うのは筆者ばかりではないと思う。

そこで、無指向性アンテナ ( $G=1$ ) という特徴を活かしてそこから $A=\lambda^2/4\pi$ がでてこないかと、筆者なりにいろいろ試みたが、なかなか難しい。式の中にある $4\pi$ は球面の立体角からでてくるだろうと予想がつくが、波長は電波特有の物理量であり、電磁気学の力を借りず、幾何学的な思考だけでは無理と言うのは理解できる。しかし、電波技術者には良く知られているように、「 $\lambda^2/4\pi$ が、円周が1波長の円の面積になる」というような天の恵みを考えると、何か直感的に説明できる方法があるはずだと、探求意欲を掻き立てられる。特性が単純である無指向性アンテナ (あるいは利得1のアンテナ) で考えることの難しさは、そのアンテナが空想上のアンテナであつて、具体的な形がないということにある。筆者が考えて行き着いた結論は、上記の(3)の方法を、無指向性アンテナに特化して説明するという方法である。このレポートを見て、もっと直感的な方法を考え付いた、あるいは、知っているという人がいたら是非教えて欲しい。以下は筆者が現時点で最も簡易にその比が得られると信じている方法 (導出手順) を示す。繰り返すが、方法(3)を無指向性アンテナに特化したただけなので、方法の新規性を主張するものではない。

図2のように、送信点に無指向性アンテナを代理する開口面積 $A_0$ のエリアがあり、送信電力 $P_t=1$ を満たす電界 $E_0$ がある。そのとき、距離 $d$ にあるP点の電界を $E_r$ 、電力密度を $p_r$ とすると、 $p_r=1/(4\pi d^2)$ である。これを条件を満たす $A_0$ を求める。

$$\textcircled{1} \text{ 送信電力 } P_t = \frac{|E_0|^2}{Z} A_0 = 1$$

$$\textcircled{2} \text{ P点での電力密度 } p_r = \frac{1}{4\pi d^2} \quad (\because P_t = 1)$$

③  $E_0, A_0$ と $E_r, p_r$ の関係 ((7)式で $E$ を残し、 $\theta=0$ とする)

$$|E_r| = \frac{|E_0| A_0}{\lambda d}$$

$$p_r = \frac{|E_r|^2}{Z} = \frac{|E_0|^2 A_0^2}{Z \lambda^2 d^2} = \frac{A_0}{\lambda^2 d^2}$$

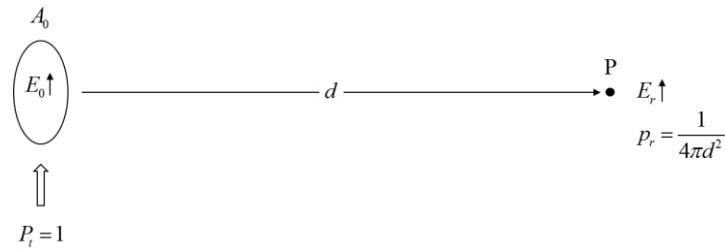


図2 無指向性アンテナ ( $G=1$ のアンテナ) からの送信

④ ③の $p_r$ を②の条件に代入し

$$A_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

⑤  $A/G=$ 一定の関係より

$$A = A_0 G = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

③の $E_r$ と $E_0$ の關係に電磁気学 ((7)式) が必要であるが、その他は自明である (空間インピーダンス $Z$ を使わず、 $P \propto |E|^2$ としても良い)。

### 3. フリスの伝達公式

上記で、フリスの伝達公式を示す準備ができたので、(4)式の続きから始めたい。

アンテナ実効面積とアンテナ利得の關係は式(6)であるので、これを(4)式に代入すると、次式で整理される。この式をフリス(Friis)の伝達公式という。

$$P_r = \frac{1}{L_p} G_r G_t P_t \quad L_p = \left( \frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 \quad (8)$$

ここで、 $L_p$ は自由空間伝搬損と呼ばれる。

準備を長々としたので、本番の公式の導出はこれで終わりである。フリスの伝達公式は、無線伝送における回線設計の基本式である。この公式からわかるように、異なる周波数において、同じ距離、同じ送信電力、同じ利得のアンテナである場合には、周波数の二乗に反比例して、高い周波数ほど受信電力が弱くなるのがわかる。

フリスは、原著論文[4]の中で冒頭に次式の形を示し、その導出を行っている (図3にその出だし部分を)。

$$P_r / P_t = A_r A_t / (d\lambda)^2 \quad (9)$$

ここで、 $A_t$ は送信アンテナの実効面積である。式(6)により送信アンテナ利得  $G_t$  を実効アンテナ面積  $A_t$  に変換して式(4)に代入すれば、式(8)と(9)が、同じことの別表現であることが分

fairly accurate calculation of the output wave shapes produced.

A comparison of typical laboratory wave shapes with similar field records of lightning surges is given in Fig. 12. By reconnecting the capacitors of the generator in

its terminals for making a comprehensive study of lightning hazards in relation to aircraft<sup>14</sup> and studies on means of protection to minimize such hazards.

<sup>14</sup>J. M. Bryant and M. Newman, "Lightning discharge investigation—I," University of Minnesota Eng. Exp. Sta., Technical Paper No. 38; April, 1942.

### A Note on a Simple Transmission Formula\*

HARALD T. FRIIS†, FELLOW, I.R.E.

**Summary**—A simple transmission formula for a radio circuit is derived. The utility of the formula is emphasized and its limitations are discussed.

#### INTRODUCTION

THIS NOTE emphasizes the utility of the following simple transmission formula for a radio circuit made up of a transmitting antenna and a receiving antenna in free space:

$$P_r/P_t = A_r A_t / d^2 \lambda^2 \quad (1)$$

where

\* Decimal classification: R120. Original manuscript received by the Institute, December 6, 1945.  
† Bell Telephone Laboratories, Holmdel, N. J.

$P_t$  = power fed into the transmitting antenna at its input terminals.

$P_r$  = power available at the output terminals of the receiving antenna.

$A_r$  = effective area of the receiving antenna.

$A_t$  = effective area of the transmitting antenna.

$d$  = distance between antennas.

$\lambda$  = wavelength.

The effective areas appearing in (1) are discussed in the next section and this is followed by a derivation of the formula and a discussion of its limitations.

Same units of power

Same units of length

図3 フリスの原著論文[4] (最初に式(9)が提示され、これをほぐして行くスタイル)

かる。式(9)では、4つの基本パラメータ ( $A_t, A_r, d, \lambda$ ) が数値係数を含まず結ばれていて、美しい形になっている (フリス自身もそれを強調している)。

式(9)からは式(8)とは別の景色が見えてくる。式(9)では、アンテナ実効面積  $A_t, A_r$  が周波数によらないなら、受信強度は周波数が高いほど強くなると言っている。式(8)で述べた結論と一見矛盾するよう感じられる。これは、式(6)からも分かるように、アンテナの特性である利得と実効面積の関係そのものが周波数に依存していて、両方の特性が周波数に依存しないと言うアンテナは存在しない。すなわち、問題設定の仕方の違いであり、受信電力の周波数特性としてはどちらも正しいのである。これは、図4(a)に示すダイポールアンテナ対向での回線 (利得一定) と(b)のパラボラアンテナ対向の回線 (面積一定) の違いであり、例えば、同図(c)のように、一方をパラボラアンテナ、一方をダイポールアンテナで対向させれば、この回線では周波数特性はなくなっている。

自由空間の伝搬損は(8)式で定義される。周波数と関係なさそうな自由空間の伝搬に周波数特性が入ることに違和感を持たないだろうか。これは、アンテナ特性から利得を引き出して式を作った(8)式の表現に起因する。周波数に対して利得が同じアンテナは、周波数の増加と共にサイズが小さくなる。すなわち電波を受信する面積が小さくなるわけで、その分が自由空間伝搬損に組み入れられ、アンテナの都合を伝搬特性に押し付けているとも解釈できる。もし、先人が(9)式をフリスの伝達公式として使い続けていれば、自由空間伝搬損は  $(d\lambda)^2$  と定義されていたのではないだろうか。

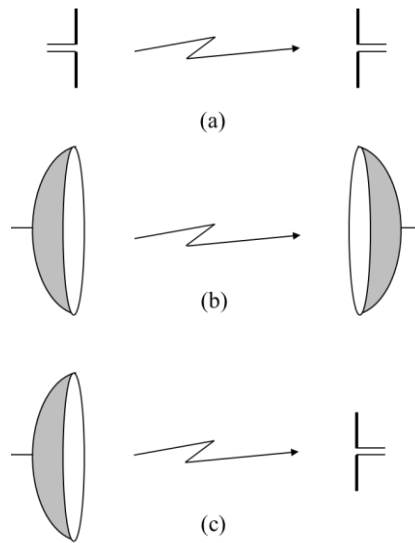


図4 使うアンテナのタイプによって、周波数特性が違って見えてくる ((a): 周波数の増加と共に受信強度は弱くなる、(b): 逆に強くなる、(c): 変わらない)

#### 4. 壊れたアンテナの性能

筆者は、フリスの伝達公式の説明をするついでに、この話を多くのところで語ってきたので ([5], [6]など)、また、あの話かと食傷気味かとは思ふ。以下、そのときより、少し考察を深めたい。

図5に示すように、パラボラアンテナで電波受信をしているとき、パラボラ面の半分を電波吸収シートで覆ってしまう場合を考える。運用中に、パラボラの半分が外れて落ちたと考えてもよい。この時、アンテナの性能(利得)はどれだけ低下したのだろうか？

これに対しては、以下の答えが、典型的であろう。

- i) アンテナの開口面積が半分になったのだから、式(6)より、利得も半分低下する(すなわち利得低下は3dBである)
- ii) 本来、左右のそれぞれの半分からの電界強度が合成されるわけであるから、半分覆われれば、受信電圧が半分になり、利得では1/4すなわち6dB低下する。

どちらも正しそうに見える。しかしそれでは、矛盾している。

この答えは、次のような説明をすれば、どちらが正しいかは明瞭になる。アンテナの利得は送受信で可逆であり、受信アンテナ利得は送信アンテナ利得に等しい。送信系で考えれば、送り出した電力の半分が吸収シートに吸収される。それで、まず、性能は3dB落ちる。次に、遠方から見たアンテナの面積は、半分になっているのだからさらに3dB下がる。合計6dBの低下になってii)が正しい。それでも、送受の可逆性を使わず、受信アンテナの動作として、i)の間違いを納得できるように説明するのは、結構骨が折れると思う。

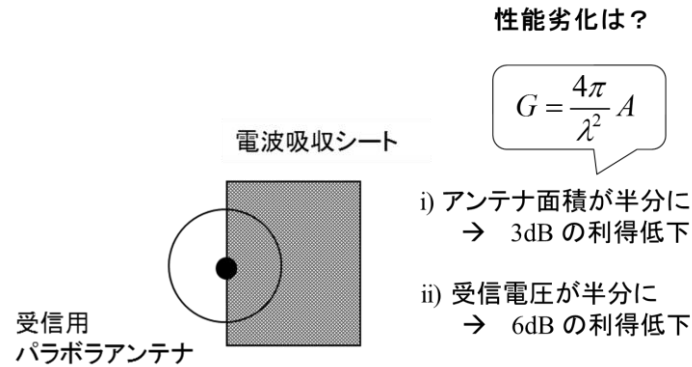


図5 開口面の半分を電波吸収シートで覆ったアンテナの性能

以下その説明を試みる。これには、直交モードと言う考え方が必要になる。正常に働いているパラボラアンテナがあったとする。これに、図6に示すように、一様な電波（モード1）と、半分ずつ位相が180°違う電波（モード2）が入射したとき、モード1では正常受信、モード2では打ち消されて出力が0である。これを踏まえて、この問題を図7で考える。半分遮へい時の状態は、正常のアンテナに、モード1とモード2の電波が強度（振幅）1/2ずつで入射したのと等価である。モード2は受信できないため、受信アンテナ出力は、電圧で1/2、電力で1/4、すなわち、6dBの低下である。

さらに、電波吸収体で覆う部分を多くしてアンテナが1/4しか残らなかった場合（中心角90°の扇形）でも、

$$(+,0,0,0) = \{(+,+,+,+) + (+,+,-,-) + (+,-,-,+) + (+,-,+,+)\} / 4 = (+,+,+,+) / 4$$

(モード1) (モード2) (モード3) (モード4) (モード1)

となって、4つの直交モードのうち、モード1だけが残りに、電圧で1/4、電力で1/16、すなわち12dBの低下になる。どんなに遮へい率が上がっても基本的な考え方は同じである。

この遮へいの例のように、壊れたアンテナの性能は壊れた分だけ性能が落ちるのではなく、せっかく入射できた波もその一部は受信できないモード（基本モード以外の直交モード）に変わり、さらに大きな劣化になるのである。この劣化を、壊れた分だけに食い止めるには、パラボラアンテナであれば、一次放射器の放射特性を動作している面だけに放射するように作り直せばよい。その状態で(6)式で与えられる利得（図5では3dBの低下）を得ることができる。

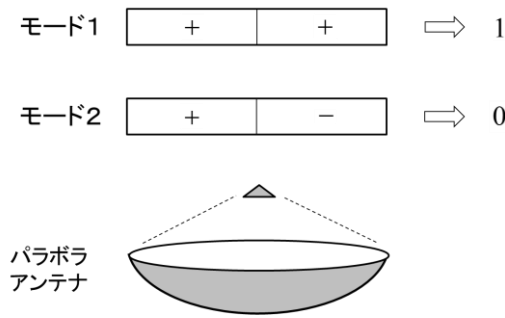


図6 正常アンテナが受信できるモードとできないモード

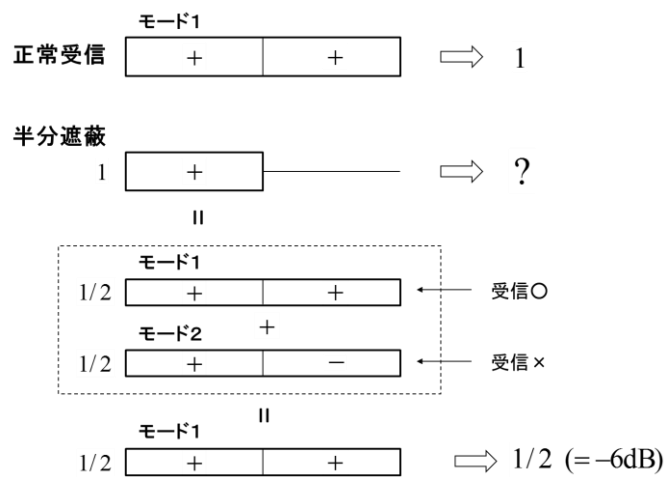


図7 半分遮へい時の受信等価モデル

### 5. 低損失伝送条件

この節の本題に入る前に、実効面積を用いて表される伝達公式 (式(9)) から見えてくる一つのイメージを紹介したい (物理的な意味を説明しようとしているわけではない)。公式を忘れてしまったときに思い出手段に使ってもらえればよいと思う。

波長 $\lambda$ の電波を距離 $d$ 伝送するシステムを考える。そのとき、送信点と受信点の間に幅1波長のレッドカーペットが敷かれている、と言う場面を想定して欲しい。その上で、図8に示す手順で話を進めて行く。

- ① レッドカーペット上 (底面積が波長( $\lambda$ ) $\times$ 伝搬距離( $d$ ) ( $=S_0$ )) に、高さが1mの容器を用意する。これに、水を満タンにする。
- ② 底面積が $A_r$ となる場所に仕切り板を入れ、残りの水を全部こぼす。
- ③ 仕切り板を外し、下がった水の高さを $a$ とする ( $a=A_r/S_0$ となる)
- ④ 次に底面積が $A_r$ となる場所に仕切り板をいれ、残りの水を全部こぼす。
- ⑤ 仕切り板を外し、さらに下がった水の高さを $b$ とする ( $b=(A_r/S_0)a$ となる)

このようにして得た水の高さ $b$ が総合減衰量 ( $P_r/P_t$ ) を与える。

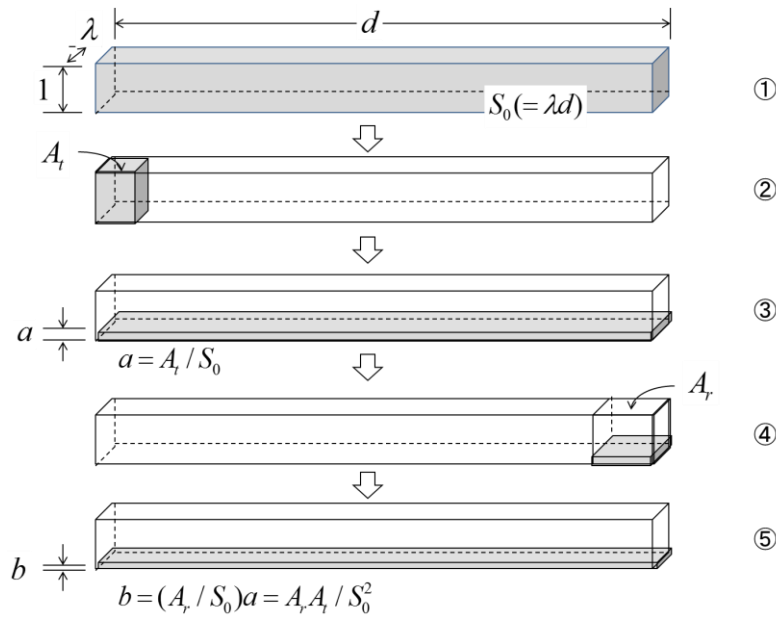


図8 フリスの伝達公式：一つのイメージ

ここからが、本題である。空間的な広がりを持った面から放射であっても、十分遠方であれば、送信点から角度指向性を持った球面波が伝搬している（＝放射パターンが距離によって変化しない）ように見える。また、遠方に有る受信点には平面波がきているように見える。このような領域は、**フラウンホーファー領域**（遠方界）と呼ばれる。フラウンホーファー領域は  $d > 2S/\lambda$  ( $S$ は送信アンテナ面積)が目安とされている。フリスの伝達公式はこのフラウンホーファー領域に適用できる公式である。

一方、伝送距離がフラウンホーファー領域より短いところでは、開口面から出た平面波は、その面形状を保持したままビーム状に伝送される。この領域内に同じサイズの開口面アンテナを対向させて受信すれば、原理上の伝送損失はない（実際には、回折による漏れもあるので、ある程度の損失はあるが、ここでは大雑把な話として）。このような伝送ができる距離範囲は**フレネル領域**と呼ばれる。

実効面積で表したフリスの伝達公式で、 $P_r/P_t=1$ 、 $A_t=A_r=S$ としてみると、 $d=S/\lambda$ を得る。係数2の違いは有るが、フラウンホーファー領域の境界付近と言う意味でオーダー的には合っている。フリスの伝達公式は、 $P_r/P_t \ll 1$ で使うべきだが、距離を小さくしてきて1以上になったら、それより短い距離では $P_r/P_t \approx 1$ のフレネル領域であると理解してよい。 $P_r/P_t=1$ を実現する $S=\lambda d$ は、図8においては、 $A_t, A_r$ ともレッドカーペットの面積 $S_0$ になって、水位が下がらず $b=1$ のままと言うことである。

このフラウンホーファー領域とフレネル領域の境界当たりの利用は、大電力を宇宙から地球上に低損失に伝送したい太陽光発電衛星システム（SPS）での電力伝送に適している。周波数を2.5GHz、距離を40,000kmとして、 $P_r/P_t=1$ 、 $A_t=A_r$ の条件で、双方のアンテナの大きさを求めると、直径2.5kmの円形サイズ規模になる。米国NASA/DoSが1981年に検討したSPS

では、宇宙側を直径1kmの、地上側を直径10kmのアンテナアレー（受信側はレクテナ）となっていて[7]、送受アンテナの面積は、受信側許容電力密度条件（地上での電磁波防御ガイドライン）からアンバランスではあるが、アンテナ面積の積 $A_t A_r$ で見ればオーダー的には合っている。

## 参考文献

- [1] 虫明康人, アンテナ・電波伝搬, 電子通信学会編, コロナ社, 1961.
- [2] 中嶋信生, “微小アンテナ実効面積の分かり易い求め方,”信学会 AP 研第2種研究会（楽しく学ぶ電波教室）, A.P85-S8, pp. 47-50, 1986.01.
- [3] 後藤尚久, 中川正雄, 伊藤清彦（編）, アンテナ・無線ハンドブック, オーム社, 2006.（引用部分は、IV-3.4.1, pp. 347-348（鈴木康夫））
- [4] H. T. Friis, “A note on a simple transmission formula,” Proc. IRE and Waves and Electronics, pp. 254-256, May, 1946.
- [5] 唐沢好男, “フリスの伝達公式への温故知新,”信学技報, A.P2015-173, pp. 33-36, 2016.01.
- [6] 唐沢好男, “アンテナ・伝搬の七不思議,” 技術レポート（私報）, YK-015, 2018.11.  
[http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/Seven\\_Wonders\\_TR-YK-015.pdf](http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/Seven_Wonders_TR-YK-015.pdf)
- [7] 松木英敏、高橋俊輔、ワイヤレス給電技術がわかる本、オーム社、2011。（本文引用情報は p. 75 に）

### 読者の皆さんへ

本レポートと別レポート（YK-072：電波の送受信の仕組み）の内容をマージし、整理して書き直したフリスの伝達公式のまとめがOpen Access Book [謎解き電磁気学の第11章](#)にあります。是非そちらもご覧ください。