

無線 OAM 伝送に関する覚書

～円形アレーOAM 伝送を MIMO 視点から見る～

唐沢 好男

次世代の大容量無線伝送技術として、OAM (Orbital Angular Momentum: 公転軌道角運動量) と呼ばれる技術がある。公転軌道角運動量という耳慣れない言葉から入ると、我々電波技術者にとっては、近寄りがたい気分になる。しかし、その原理の根本説明において、円形アレー (UCA: Uniform Circular Array) の位相制御問題であると分かれば、我々にも馴染みの MIMO 伝送の一形態であることが理解できる。本レポートでは、空間多重方式としての OAM 伝送と MIMO 伝送の関係について、UCA 対向の伝送システムを例として数値計算結果を示し、覚書とする。無線 OAM 伝送技術の有効性については、ここで提示するデータも参考にして、皆さんで考えて欲しい。

1. 無線 OAM 伝送とは

複数の情報を混信なく相手に伝送したい場合、直交するモードにそれぞれの情報を運んでもらえばよい。そのモードは、偏波であれば、水平偏波と垂直偏波 (あるいは左右の円偏波) の二つがモードである。搬送波周波数 f_c に対しては、 $\cos(2\pi f_c t)$ と $\sin(2\pi f_c t)$ が直交するモードになる。本レポートで取り上げる OAM (Orbital Angular Momentum: 公転軌道角運動量) も直交する複数のモードを持つ多重伝送方式の一つである。

無線 OAM の全体像については、その解説記事[1]～[3]などを見て欲しいが、ここでは、代表的な例として円形アレー (UCA: Uniform Circular Array) により説明する。図 1 に示すように、円周上に N 個 (図では 8 個の例) の素子アンテナがあり、円の軸方向を中心とした範囲に電波を放射する。このとき、各素子アンテナの給電位相を、一周全体に亘って、 $2n\pi$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) だけずらして行く。 $n=0$ では同相、 $n=\pm 1$ では時計方向と反時計方向にそれぞれ 1 回転、 $n=2$ では 2 回転と言った具合である。この整数値 n のそれぞれがモードとなり、最大 N 個の信号の多重化 (= 並列伝送) ができる。受信アンテナも円形アレーとして、同様の受信ウェイトにすれば、同一モードの信号のみを混信なく取り出すことができ、モード間の直交性が保たれている。

OAM 伝送は、そのオリジナルを訪ねるとわかるように、光ファイバーのような閉じられた空間 (ガイドされた線路) 内をモードの形を保ったまま伝送するものに対して多重化が有効に働く。これに対して、伝送路が開放系の無線伝送路では、各モードが空間のそれぞれの方向に散逸し、軸方向遠方においては、 $n=0$ の同相給電しか伝搬しないなどの弱点が有り、通信距離が限定されるものになる。それでも、アンテナ構成や素子配置の工夫により、特徴

を活かした伝送ができるので、その視点からの研究開発が進められている[2],[3]。(なお、OAM 伝送の原理説明において、空間に対する位相回転を表すために、ドリルの刃が進むような図で説明されるが、無線のような空間に広がる伝送路では、筆者には違和感がある)。

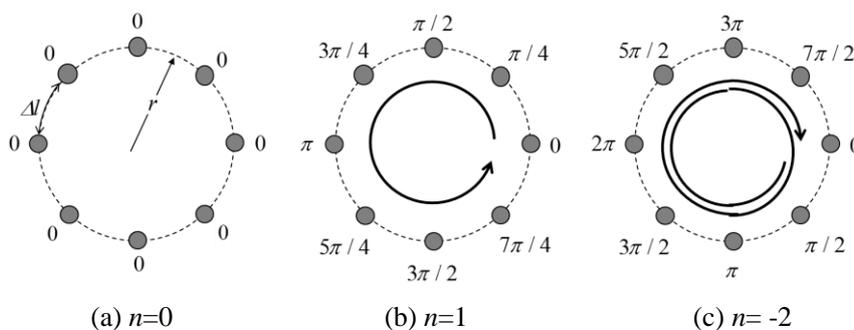
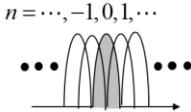
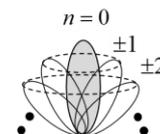


図1 円形アレー (N=8) と OAM モードの給電位相の例

OAM に用いるアンテナには、円形アレー以外にも、アンテナ構造自体で螺旋上の位相特性を持つものなどさまざまなものがあるが、位相特性を制御したい場合には、円形アレー (UCA) が最も扱いやすい。一方、円形アレーが対向する通信路であれば、それは MIMO 伝送そのものである。一般的な MIMO では、通信路特性に応じたウェイト制御を行ない、その制御に制約はないが、OAM では特定の固定ウェイトで実現することが特徴になる。

OAM の伝送原理を OFDM (直交周波数分割多重) と対比してみると理解が進むと思う。OFDM では、一定長の時間 T を一つの情報を運ぶシンボルとし、この時間内において、搬送波の周波数 f_c を $n\Delta f$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) だけずらして、 $t=0$ と $t=T$ のときの位相差が $2n\pi$ となるようにする。このためには $\Delta f=1/T$ と定められる。ここでは $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ がそれぞれのモードを構成し、効率的な多重伝送ができる。このように見ると、OFDM と OAM は利用する領域 (時間・周波数・空間) に違いは有るものの、考え方が同じであることが分かる。表 1 はこのまとめであり、OFDM と OAM を対比して示している。

表 1 直交モード伝送方式：OFDM と OAM の特徴比較

	OFDM	OAM
制御するもの(共通)	電氣的位相: $0 \sim 2n\pi$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)	
制御する空間	周期 T の時間上	角度範囲 360° の円周上
多重化によって広がる領域	周波数領域 $n = \dots, -1, 0, 1, \dots$ 	軸方向の角度空間領域 $n = 0, \pm 1, \pm 2$ 

2. UCA の通信路行列と固有値

ここでは、基本特性の把握を目的とするため、送受信同一の円形アレー (UCA) で、中心軸上に距離 d 離れて対向している。円の半径を r とし、円周上に N 個の無指向性アンテナを等間隔に配置する。また、送受信の各素子間はフリスの伝達公式に従う自由空間伝搬とする。

この通信路の特性 (通信路行列 \mathbf{A}) は以下のように表される。

$$\mathbf{A} \equiv \{a_{m'm}\} \quad (m, m' = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

$$a_{m'm} = \frac{\lambda}{4\pi d_{m'm}} \exp\left(-j \frac{2\pi d_{m'm}}{\lambda}\right)$$

$$d_{m'm} = \sqrt{r^2 \left(\cos \frac{2m'\pi}{N} - \cos \frac{2m\pi}{N}\right)^2 + r^2 \left(\sin \frac{2m'\pi}{N} - \sin \frac{2m\pi}{N}\right)^2 + d^2}$$

ここで、 m は送信側アンテナ素子の位置番号、 m' は受信素子の位置番号、 λ は電波の波長である。

長さ次元の $d, r, d_{m'm}$ を波長で正規化して無次元数 $\hat{d}, \hat{r}, \hat{d}_{m'm}$ で表すと

$$\hat{d} \equiv d / \lambda, \quad \hat{r} \equiv r / \lambda, \quad \hat{d}_{m'm} \equiv d_{m'm} / \lambda$$

$$a_{m'm} = \frac{1}{4\pi \hat{d}_{m'm}} \exp\left(-j 2\pi \hat{d}_{m'm}\right)$$

$$\hat{d}_{m'm} = \sqrt{\hat{r}^2 \left(\cos \frac{2m'\pi}{N} - \cos \frac{2m\pi}{N}\right)^2 + \hat{r}^2 \left(\sin \frac{2m'\pi}{N} - \sin \frac{2m\pi}{N}\right)^2 + \hat{d}^2}$$

となり、波長正規化長を用いて一般的な評価ができる。

この通信路行列 \mathbf{A} を以下のように特異値分解する (上付き文字 H は複素共役転置)。

$$\mathbf{A} = \mathbf{E}_r \mathbf{D} \mathbf{E}_t^{\text{H}} \quad (2)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}\left(\sqrt{\lambda_1} \quad \sqrt{\lambda_2} \quad \dots \quad \sqrt{\lambda_N}\right)$$

$$\mathbf{E}_t = (\mathbf{e}_{t1} \quad \mathbf{e}_{t2} \quad \dots \quad \mathbf{e}_{tN})$$

$$\mathbf{E}_r = (\mathbf{e}_{r1} \quad \mathbf{e}_{r2} \quad \dots \quad \mathbf{e}_{rN})$$

ここで、行列 \mathbf{D} は、特異値 $\sqrt{\lambda_k}$ ($k=1, 2, \dots, N$) を要素とする対角行列であり、 λ_k は行列 $\mathbf{A}^{\text{H}}\mathbf{A}$ (あるいは $\mathbf{A}\mathbf{A}^{\text{H}}$) の固有値である。また、 \mathbf{E}_t は行列 $\mathbf{A}^{\text{H}}\mathbf{A}$ に対する、 \mathbf{E}_r は同 $\mathbf{A}\mathbf{A}^{\text{H}}$ に対する固

有ベクトル $\mathbf{e}_{tk}, \mathbf{e}_{rk}$ で構成されるユニタリ行列である。

(1)式で表される通信路行列に対して、固有値を閉形式で求めることは一般的に困難であるが、配置の対称性から、あるいは、直感的な理解からも、固有ベクトルは以下のようなになる（次節で示す数値解析結果から確認済み）。

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_r \quad (3a)$$

$$\mathbf{e}_t^{(n)} = \mathbf{e}_r^{(n)} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}}(1 \ 1 \ \dots \ 1)^T & (n=0) \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \left(1 \ \cos \frac{2n\pi}{N} \ \dots \ \cos \frac{2n(N-1)\pi}{N}\right)^T & (0 < n < N/2) \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \left(0 \ \sin \frac{2n\pi}{N} \ \dots \ \sin \frac{2n(N-1)\pi}{N}\right)^T & (-N/2 < n < 0) \\ \frac{1}{\sqrt{N}}(1 \ -1 \ \dots \ 1 \ -1)^T & (n = N/2; N \text{が偶数のとき}) \end{cases} \quad (3b)$$

3節の冒頭で整理して示すが、固有値の与え方として、値の大きいほうから順番に順位をつけた固有値（順序付き固有値）を λ_k のように順序数 k を用いて表す。一方、固有ベクトルで、モード n に対応する固有値（モード対応固有値）を言う場合には $\lambda^{(n)}$ で表す。次数 k と n との対応関係は、次節で述べるように複雑であり、ここでは別な量だと思って欲しい。

モード n に対する送信アレーのウェイトを $\mathbf{w}_t^{(n)}$ 、受信アレーのウェイトを $\mathbf{w}_r^{(n)}$ とする。送信信号を $s_n(t)$ 、受信アレー素子のそれぞれが受ける雑音を $\mathbf{z}(t)$ とすると、受信信号 y_m は次式である。

$$y_m(t) = (\mathbf{w}_r^{(n)})^H (\mathbf{A} \mathbf{w}_t^{(n)} s_n(t) + \mathbf{z}(t)) \quad (4)$$

MIMO の固有モード伝送では

$$\mathbf{w}_r^{(n)} = \mathbf{e}_r^{(n)}, \quad \mathbf{w}_t^{(n)} = \mathbf{e}_t^{(n)} \quad (5)$$

であるので、受信信号と信号成分の平均電力 P_s は次式で表される。

$$y_m(t) = \sqrt{\lambda^{(n)}} s_n(t) + (\mathbf{w}_r^{(n)})^H \mathbf{z}(t) \quad (\text{MIMO 固有モード伝送}) \quad (6a)$$

$$P_s^{(n)} = \lambda^{(n)} \langle |s_n|^2 \rangle \rightarrow \lambda^{(n)} \left(\text{when } \langle |s_n|^2 \rangle = 1 \right) \quad (6b)$$

異なるモード間では、例えば、モード n の送信信号に対して受信側がモード n' のウェイトとすれば、ウェイトの直交関係により

$$y_{n'n}(t) = 0 + (\mathbf{w}_r^{(n')})^H \mathbf{z}(t) \quad (n \neq n') \quad (7)$$

となり、モード間の信号漏れ込みはない。

以上より、各モードの伝送特性 (= 受信電力) は通信路行列の固有値を把握すればよいとすることになる。また、構造の対称性より、 n の大きさが同じ正負の値に対しては、固有値も等しいこと (すなわち重解) になる。

次に OAM 伝送を考える。OAM のアンテナウェイトは次のように定められる。

$$\mathbf{w}_{r,\text{OAM}}^{(n)} = \mathbf{w}_{t,\text{OAM}}^{(n)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{pmatrix} 1 & e^{j2\pi n/N} & \dots & e^{j2\pi n(N-1)/N} \end{pmatrix} \quad (8)$$

(3b)式で与えた固有ベクトルが、MIMO のウェイト $\mathbf{w}^{(n)}$ (送受信同じなので r, t を省いている) になることを述べた。OAM のアンテナウェイト $\mathbf{w}_{\text{OAM}}^{(n)}$ と MIMO 固有モード伝送のウェイト $\mathbf{w}^{(n)}$ との関係を見てみよう。 $n=0$ と $n=N/2$ (N が偶数の場合) は、 $\mathbf{w}_{\text{OAM}}^{(n)} = \mathbf{w}^{(n)}$ である。 $|n|$ が同じ正負の二つのモードは同じ固有値をもつ (すなわち重解になる) ので、固有ベクトルの定め方には自由度が有る。(3b)式はその一つであったわけである。行列の固有値の理論から二つの固有ベクトルの線形結合で表される別のベクトル \mathbf{u} も固有ベクトルの資格、すなわち、固有モード伝送ウェイトの資格を持つ。

$$\mathbf{u}^{(n)} = \begin{cases} a_1 \mathbf{w}^{(n)} + b_1 \mathbf{w}^{(-n)} & (n > 0) \\ a_2 \mathbf{w}^{(n)} + b_2 \mathbf{w}^{(-n)} & (n < 0) \end{cases} \quad (9a)$$

この係数 (a_1, a_2, b_1, b_2) を、下記の条件

$$\|\mathbf{u}^{(n)}\| = 1, \quad (\mathbf{u}^{(n)})^H \mathbf{u}^{(-n)} = 0$$

の下で定めると、次式となる。

$$\mathbf{u}^{(n)} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{w}^{(n)} - \frac{j}{\sqrt{2}} \mathbf{w}^{(-n)} = \mathbf{w}_{\text{OAM}}^{(n)} & (n > 0) \\ \frac{j}{\sqrt{2}} \mathbf{w}^{(n)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{w}^{(-n)} = \mathbf{w}_{\text{OAM}}^{(n)} & (n < 0) \end{cases} \quad (9b)$$

これより、(8)式の OAM 伝送のウェイトも(3b)式の固有モード伝送のウェイトの別の表現であり、二つの伝送方式での受信電力は正負の n に対して同じであることが分かる。

結果をまとめると、

- 1) OAM 伝送は MIMO の固有モード伝送と同じである
- 2) モード n の正負の同じ値 (例えば ± 3 のような) では、固有値が同じ (重解)。すなわち、受信強度は同じである

ここでは、自由空間での伝送を対象に、送受信で同じ円形アレー (UCA) での定式化を行

ったが、軸上に対向するアレーであれば、円形アレーの直径や素子数が送受信で異なる場合でも上記結論は共通である。伝送路にマルチパスなどのモードの直交性が崩れる要因がある場合、MIMO では、その影響も含めたウェイト計算により新たな直交モードを形成できるが、OAM では何らかの対策が必要になる。

3. 固有値解析に見る伝送特性

式(6b)より、各モードでの受信強度は固有値を調べればよいが、閉形式でそれを求めることは難しい。そこで、以下では数値計算により、固有値の距離特性を示す。理論式は得られないが、数値計算によって得られた値は理論値である。(要は、乱数を用いる計算機シミュレーションではない)。

以下、円形直径と素子数に対する固有値 (=受信強度) の距離特性を求めて行く。設定パラメータは以下である。

- ・円形アレーの波長正規化半径： \hat{r}
- ・素子数： N (等間隔配置)
- ・アレー素子間の波長正規化円周上距離： $\hat{\Delta l}$ (直線距離ではなく円周に沿った曲線距離： $\hat{r} = N\hat{\Delta l} / 2\pi$)
- ・送受信アレー間波長正規化距離： \hat{d}

固有値については、二つの表記を用いる

- ・順序付き固有値：値の大きい順に番号をつけた k 番目の固有値： $\lambda_k; \lambda_1$ (最大固有値), $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_N$
- ・モード対応固有値：モード n に対応付けした固有値： $\lambda^{(n)}; n=0, 2, -3$ であれば、 $\lambda^{(0)}, \lambda^{(2)}, \lambda^{(-3)}$ 。(MIMO 固有モード伝送も OAM 伝送も受信強度が同じなので、以下では、伝送方式の区別はしない)

図 2 は、(a) $N=128, \hat{\Delta l}=0.5$ と (b) $N=32, \hat{\Delta l}=2$ について、順序付き固有値を大きい順に上位 11 番目 ($\lambda_1 \sim \lambda_{11}$) までを色別に、全固有値の和を点線で示している。この場合は、円の波長正規化半径 \hat{r} が共に $\hat{r}=10.19$ となり、アレーの空間サイズを同じにしている。筆者は最初この結果を見て不思議な感じを持った。なぜなら、 $n=0$ の同相励振モードが、大部分、第 1 固有値になるだろうと思っていたのに、 $\lambda_1=\lambda_2$ になる (=重解になっている) と言うのは、そうではないからである。ちなみに、図 2 (a) の $\hat{d}=300$ のときの固有値の上位部分を見ると、上位 6 個が二つずつ同じ (重解) で、 $n=0$ と予想される単独解は上位の 7 番目に位置していたのである。このことも含めて、図 2 より、以下に述べるようないろいろの特徴が読み取れる。

- i) アレー利得が N^2 に比例して大きくなる (送受信とも N なので、利得は N^2 に比例) ので、 $N=32$ では $N=128$ に比べて固有値の値が約 $1/16$ になっているが、特性の傾向は同じである。すなわち、各固有値の距離特性の形は円形サイズ (r) で決まる。

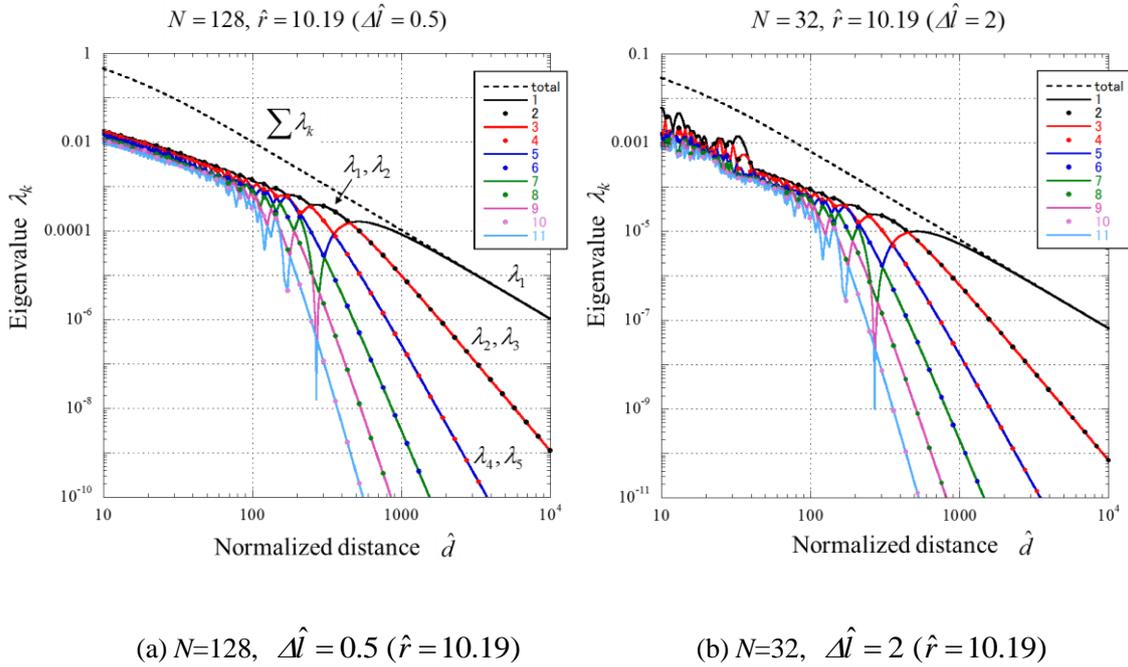
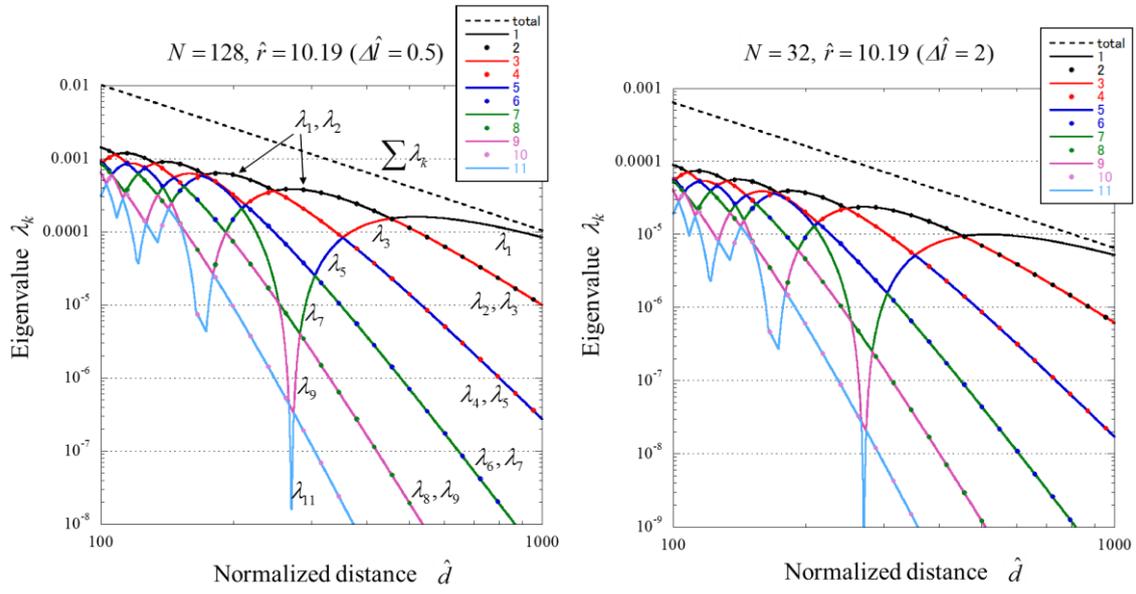


図2 順序付き固有値の距離特性（上位11番目までを表示）

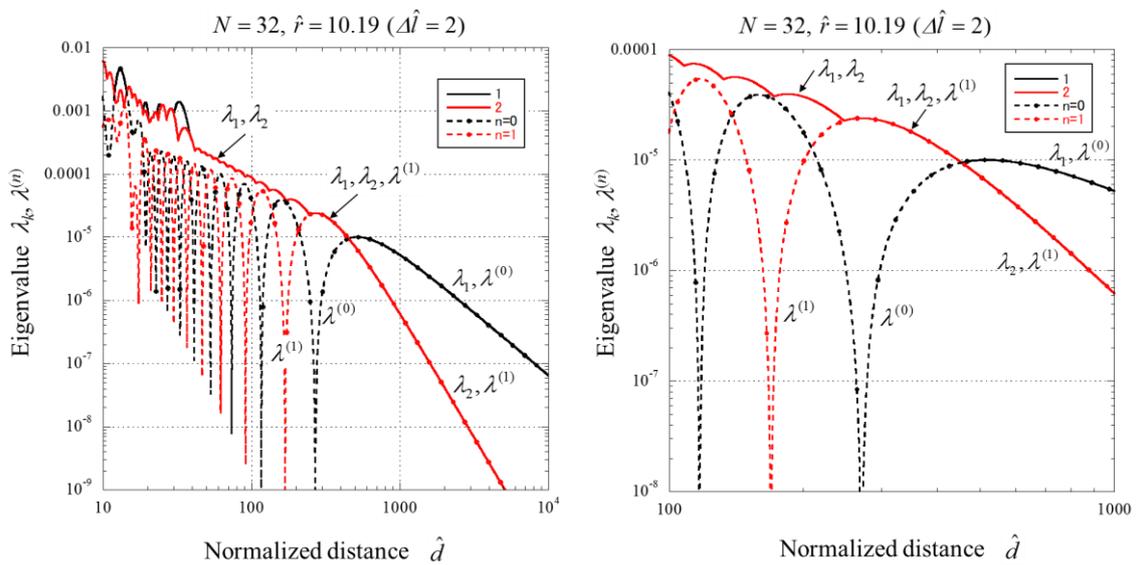
- ii) $\hat{d} < 100$ (およそ $\hat{d} < 10\hat{r}$) ではどの固有値も大きな差がなく、 $1/\hat{d}$ の傾向を示す。（なお、ここでは上位の固有値のみを選んでいることに注意）
 - iii) $\hat{d} > 1000$ ($\hat{d} > 100\hat{r}$) では、最大固有値が $1/\hat{d}^2$ で減衰する（自由空間伝搬と同じ）。 k を偶数番目 ($k=2, 4, \dots$) とするとき、 k と $k+1$ 番目の固有値は同じ値で、距離に対して $1/\hat{d}^{k+2}$ で急速に減衰する。
 - iv) $100 < \hat{d} < 1000$ ($10\hat{r} < \hat{d} < 100\hat{r}$) は上記 ii) と iii) の切り替わり領域。図3はこの部分の拡大。
図3より
 - v) $100 < \hat{d} < 1000$ ($10\hat{r} < \hat{d} < 100\hat{r}$) では、第1固有値と第2固有値が同じ値となって、最大固有値になっている領域 ($\hat{d} < 500$ の部分) が見られる
 - vi) 固有値の対応は変わって行くものの、連続するカーブを形成する特性がみられる。これは何だろう。その答えは vii) で。
- 図4は、図2(b)の $N=32, \hat{\Delta l} = 2 (\hat{r} = 10.19)$ の λ_1, λ_2 と共に、モード対応固有値の $n=0$ と $n=1$ ($n=-1$ も同じ) を示している。これより、
- vii) vi) での問（連続的に変化するカーブが見える）の答えは、各モード n に対するカーブを見ていたということである。
 - viii) モードを固定して距離を変えてゆくと $\hat{d} < 100$ ($\hat{d} < 10\hat{r}$) の距離においても、受信強度の大きな落ち込みが発生する。順序付き固有値の上位順位のモードを選んで行う固有モード伝送では $\hat{d} < 100$ (およそ $\hat{d} < 10\hat{r}$) の領域で安定した受信電力を得るが、OAMの固定モード伝送では、ヌル点に落ち込む危険があり、注意が必要である。



(a) $N=128, \Delta \hat{l} = 0.5 (\hat{r} = 10.19)$

(b) $N=32, \Delta \hat{l} = 2 (\hat{r} = 10.19)$

図3 図2のグラフの $100 < \hat{d} < 1000$ の部分を拡大



(a) 全体図

(b) 横軸の部分拡大図

図4 モード別固有値の距離特性 ($N=32, \Delta \hat{l} = 2 (\hat{r} = 10.19)$)

4. おわりに

円形アレー (UCA) を例に、OAM 伝送を MIMO 伝送の視点から調べてその特徴を明らかにした。その結果は、3 節の i)~viii) にまとめているので、ここでそれは繰り返さない。

本レポートでは、一つの円の周上に素子を均等に配置するアンテナで検討したが、円内の面上に素子を配置する方法も有る。線からの放射と面からの放射では、距離特性や周波数特性の傾向も変わってくるので、本稿内容は、あくまでも円形アレー間の伝送であることに留意して欲しい。いずれにしても、アレー対向の構成に対して本レポートで行った固有モード伝送を考える限り、OAM 伝送特性が MIMO の特性を越えることはないであろう。ただ、別の捕らえ方によって、OAM の優位性を主張する論文もあり (例えば[4])、幅広く検討して欲しい。

OAM には、アンテナの構成を含めていろいろ面白いところがあるのだと思う。本レポートでまとめたような MIMO の固有モード伝送の切り口からは、あまりその面白さが見えてこず、OAM 研究者には不満なことと思う。無線 OAM 多重伝送の有効性については皆さんの判断にお任せしたい。

参考文献

- [1] 荒木純道、李斗煥, “空間多重化としての OAM 伝送,” 信学誌, vol.100m no.8, pp. 854-858, 2017.
- [2] 李斗煥他, “OAM 無線多重伝送の基本的な仕組みと実験評価,” RF ワールド (CQ 出版社), no. 47, pp. 48-57, 2019.
- [3] 平部正司他, “OAM モード多重による大容量無線伝送技術,” 信学通ソマガジン, no. 51, pp. 195-204, 2019.
- [4] L. Wang, et al., “Capacity analysis of orbital angular momentum wireless channels,” IEEE Access, vol. 5, pp.23069-23077, 2017. (Open access 論文).