OFDM は万能選手?

~等価伝送路モデルによる符号間干渉誤り解析~

唐沢好男

筆者等が構築してきた等価伝送路モデル (ETP モデル) は、周波数選択性フェージング環境を表すキーパラメータを組み込んだチャネルモデルであり、符号間干渉誤りや再生クロックのサイクルスリップの推定に力を発揮している。本技術レポートのシリーズでも、[1]においてその思想と具体的なモデリングの解説を、また、[2],[3]によりその補足を行っている。これらのレポートでは、シングルキャリア通信の伝送方式を対象としているので、本稿では、マルチキャリア通信の代表である OFDM (直交周波数分轄多重) への適用を示す。この内容については、筆者等の論文では[4],[5]で、解説は[6],[7]で行っているが、ここでは、その後の知見も含めて、体系的なまとめをしたい。

OFDM が地上デジタル放送や無線 LAN に華々しく登場してきたとき、我々、伝搬研究者に対して、「これで伝搬研究の役割が終わった」という声をよく耳にした。タイトルに疑問符 (?) をつけたのは、「No、そんなことは無い」と言いたいためである。事実、まだ、研究は続いているのである。

1. **OFDM** の仕組み[6]

PSK, QAM に代表されるディジタル変調方式は、広帯域信号を一つの搬送波に乗せる変調方式であるため、シングルキャリア変調と呼ばれる。これに対して OFDM は、多数の直交周波数 (サブキャリア) のそれぞれに、狭帯域に分割された信号を変調する方式で、マルチキャリア変調に分類される。サブキャリアごとの変調(一次変調)は従来の変調方式で行われるので、OFDM 自体はマルチキャリア化を行う二次変調である。

図1にOFDMの送受信系の構成を示す。複数(K個)の入力シンボルを一つのブロックとし、これを逆高速離散フーリエ変換(IFFT)し K個の出力に変換する。これに後述するガードインターバルを加え、このベースバンド信号列(時系列信号)を搬送波で変調してアンテナから送信する。(搬送波は一つ周波数であるが、信号自体がマルチキャリア化されているので、マルチキャリア変調である)。受信側では、逆の処理、すなわち、ブロック毎に切り出し、ガードインターバル時間分を切り落とし、そのブロック信号を高速離散フーリエ変換(FFT)して、元に戻し、一次変調信号の復調を行う。OFDMの本質的な部分は、送信側での、ブロック化+IFFT+ガードインターバル付加、受信側でのその逆の操作である(IFFTを先にするか FFT を先にするかは、本質的ではなく、どちらでもよい)。通常の変調方式(一次変調)に比べて、二次変調の部分が余分なものであり、通信方式としては、複雑になったわけであるが、この部分が、電波伝搬の問題(周波数選択性フェージングによる符号間干渉問題)と深く関連する。

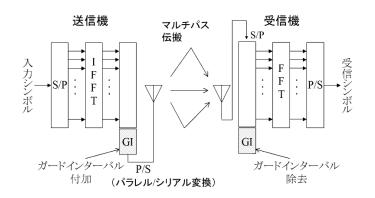


図1 OFDM の送受信系構成

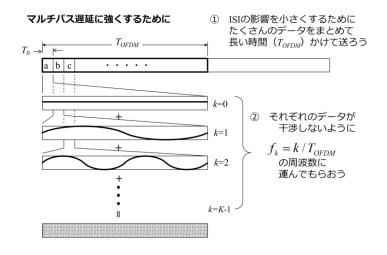


図2 OFDM の時間領域動作の説明図

図2のシンボル系列での伝送を考えてみたい。広帯域信号に対するシングルキャリア情報伝送では、シンボル周期(T_0)が短くなって遅延のばらつきによる符号間干渉が発生する。図の例では、伝搬路にシンボル a より大きな遅延広がりがあるとする。その遅延の影響を受けないようにするためには、シンボル時間を遅延スプレッドに比べて十分大きくすればよい。K個のシンボルの一つずつを KT_0 (T_{OFDM})の時間をかけて送るという発想である。しかし、シンボル a をそのようにして送ると、そのままでは、シンボル b を送ることができなくなる。そこで、a はそのままで、b は T_{OFDM} の時間で位相が一周するような係数 $\exp(j2\pi tl\ T_{OFDM})$ を掛けて送る。実効的に、a に対して搬送波の周波数が $1l\ T_{OFDM}$ 分だけずれた変調を受けたことになる。この二つの周波数は直交しているので、受信側で分離して取り出すことができる。シンボル k($\leq K$ -1)についても、 $\exp(j2\pi tl\ T_{OFDM})$ を掛けて送れば、これらについても全シンボルの周波数(サブキャリア)に対して直交している。図のシンボル a, b, c, …に対する操作はこのイメージである(図では実数の正弦波で描いているが、実際は上述の通り、複素数面での回転である)。

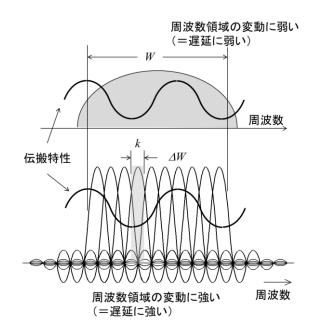


図3 OFDM の周波数領域の説明図

図3はこれを周波数領域で示している。OFDMにおいては、一つのサブキャリア信号のピーク周波数(=サブキャリア周波数)では、他の成分が0となっていて、この図からもサブキャリア間の直交性が読み取れる。図には、遅延の広がりによる伝搬路の伝達関数(=周波数特性)も例として示している。このような通信路をシングルキャリアの信号が通過すると周波数選択性フェージングによって波形歪が生じ、伝送誤りが発生する。一方、OFDMでは、それぞれのサブキャリアに対しては、信号が狭帯域であるので、マルチパスの影響は周波数フラットフェージングとなり、波形歪は非常に小さくなる。

このようにして、OFDM は遅延の広がりが無視できない環境において、すなわち広帯域の信号伝送において、伝送レートを落とすことなく、良好な伝送を実現する。

次にガードインターバルの働きを述べたい。OFDM は実質的な意味で、シンボル長を Toから TofdMに延ばすことによって、遅延広がりを吸収しており、それ自体で、遅延に耐性を有する通信方式である。しかし、図4(a)に示すように、遅延差があるマルチパス波が有れば、影響は小さくなったとは言え、符号間干渉は残留している(少し水が濁ったイメージ)。そこで、図(b)に示すように、シンボルとシンボルの間を遅延の広がり以上の間隔(ガードインターバル:GI)をとればよいという発想が生まれる。これにより、符号間干渉(ISI)がなくなり(澄んだ水になったイメージ)、問題が解決されたように見える。しかし、このようにして作られた信号であると、一方の信号(先行波)のタイミングで TofdM分の時間の信号が切り出された場合、もう一方の信号(遅延波)については、周期信号の一部が欠落しているので、FFT 時に直交性が崩れた信号となり、サブキャリア間の信号干渉が発生する。これは、周波数間干渉(Inter-Carrier Interference: ICI)と呼ばれる。そのため、図(b)のようなガードインターバルの入れ方では、ISI はなくなっているが ICI が残っているので不十分ということになる。

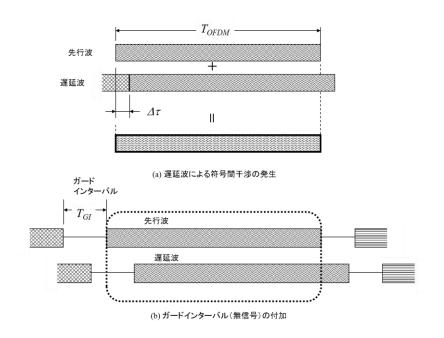


図4 遅延波による符号間干渉とガードインターバル

そこで、登場したのが、サイクリックプレフィックスという仕掛けである[8]。IFFT した後の 信号に対して、遅延の広がりより長い時間 Tar分について、送信信号の最後の部分をコピーして 信号の頭に付け、 $T_{OFDM}+T_{GI}$ の信号を作り、これを OFDM シンボル毎に連続で送信する方法で ある。図5はこの操作を示す。受信側では、図のように T_{OFDM} 時間分切り出したとすると、その 中に含まれる先行波と遅延波の両成分とも A~Z で構成されていることが分かる。この後、この ブロック信号を離散フーリエ変換(DFT, FFT)するが、離散フーリエ変換は Tofd 時間の波形 を前後に無限に加えて周期構造にしたもののフーリエ変換であるので、その信号は、先行波も遅 延波も、… ABC … XYZABC … XYZABC … の形で、どちらも同じ周期信号になる ため、図4(b)で問題となっていた直交性の崩れがなくなり、ISIも ICIも無い良好な信号(まさ に澄み切った信号)を受信できる。サイクリックプレフィックスは、非常に優れた仕掛けである。 図6は、図5の繰り返しになるが、視覚によるサイクリックプレフィックスの直感的な説明であ る。同図(a)は、サイクリックプレフィックスを行った OFDM シンボル信号、(b)はその信号が遅 延の異なる3つのパスから受信点に届いた状況である。これらの信号を先行波の自動車の先頭 部分からの1台分(OFDM の有効シンボル長)で切り出す。受信側で行う ${\sf FFT}$ は、一つの単位 を無限に繰り返す信号のフーリエ変換であるので、同図(c)のような系列になる。この系列は、遅 延があってもなくても、同じ系列に成り、違うのは位置のずれのみである。この成分は直交性が 保たれていて、ICIが消えているのである。

このようにして、遅延の広がりを十分に吸収できる長さのガードインターバルをとることができれば、マルチパス遅延による符号間干渉を受けることなく、いくらでも広帯域な信号を送ることができる。これゆえ、伝搬問題が克服され、伝搬研究の役割は終わった、という声がでてくるのである。本当にそうであろうか?

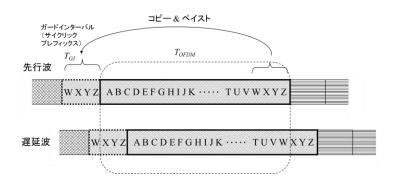
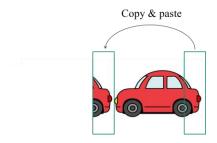
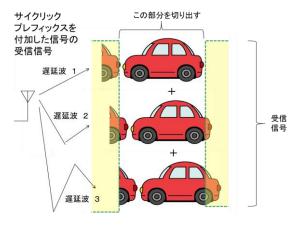


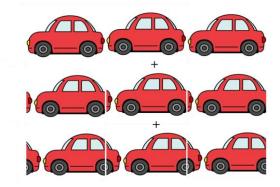
図5 サイクリックプレフィックスを組み入れたガードインターバル



(a) 車に見立てたサイクリックプレフィックス付き OFDM シンボル信号



(b) 遅れの異なる3台の車と先頭車に合わせた車一台分(Tofd)での切り出し



(c)無限に並ぶ同じ車の列(位置はずれているが FFT ではどの車列も同じ周波数成分に分けられる)

図6 サイクリックプレフィックス効果 (=直交性を失わない効果) の直感的な説明

2 電波伝搬問題

OFDM のシステムパラメータである有効シンボル長 T_{OFDM} 【脚注1】,ガードインターバル T_{GI} 、帯域幅 B、サブキャリア数 Kと、レイリーフェージングを想定した伝搬パラメータである 遅延スプレッド σ_r 、最大ドップラー周波数 f_D を考える。OFDM で良好な情報伝送を行うために は、システムパラメータと伝搬パラメータとで、以下の関係を満たさなければならない。

- (1) T_{GI} は、 σ_r に対して十分大きい(遅延の広がりを吸収するため: ISI 条件)
- (2) T_{OFDM} は T_{GI} にくらべて十分大きい(伝送効率をよくするため:効率条件)
- (3) T_{OFDM} は $1/f_D$ ($\equiv T_f$) に比べて十分小さい(シンボル内およびシンボル間の位相の時間 変化を抑えるため: 位相変動条件)【脚注2】

この関係は式(1)で表される。

$$\sigma_{\tau} \ll T_{GI} \ll T_{OFDM} \ll 1/f_{D}$$
 (1)

図 7 はこの関係をまとめている。屋内で運用される無線 LAN の場合は f_D が小さいので、 T_{GI} を小さくでき、設計上あまり問題ないが、次世代の移動通信環境(例えば、5GHz 帯での高速移動体通信)を想定すると、性格の異なる二つの電波伝搬現象(符号間干渉(ISI+ICI)を生み出す遅延の広がりと、シンボル内およびシンボル間の位相変動をもたらすドップラースペクトルの広がり)の挟み撃ちにあって、式(1)の条件を満たす設計が難しくなってしまう。例えば、屋外での運用として σ_r = 2μ s とすると、 $T_{GI} \geq 10\mu$ s としたい。周波数 5GHz,時速 100km/h では最大ドップラー周波数 f_D は 500Hz 、すなわち T_f = 2ms となるので、その 1/100 以下である $T_s \leq 20\mu$ s としたい。そうすると、 $T_{GI} << T_{OFDM}$ の効率条件が満たされなくなっていることに気づくであろう。そのため、伝送特性に影響が出ない範囲で、ガードインターバルの長さをできるだけ短くしたいという要求が出てくる。このことが、不十分なガードインターバル問題を引き起こし、本レポートの話になる。

 T_{OFDM} は、帯域幅 B、サブキャリア数 Kを用いて、 T_{OFDM} =KBと表される。これを式(1)に代入すると、次式のように整理される(T_{GI} の項は省いている)。

$$B\sigma_{\tau} \ll K \ll B/f_D \tag{2}$$

注1) GI を付加したブロック長(ブロック周期)全体を OFDM シンボル長(シンボル周期)と呼ぶ場合があり、その場合は、GI 時間を加えないシンボル長は有効シンボル長/実効シンボル長と呼ばれる。本レポートでは、シンボル長 *Torpm* を有効シンボル長の意味で使っている。

注2)シンボル周期内での時間変動が無視できないと直交性の崩れが起きる。また、fast fading によって、シングルキャリア伝送で発生するシンボル間での位相変動による劣化も起きる。ゆえに、OFDM の場合のドップラー広がり起因の誤りは、遅延広がりの場合と同様に複合的である。

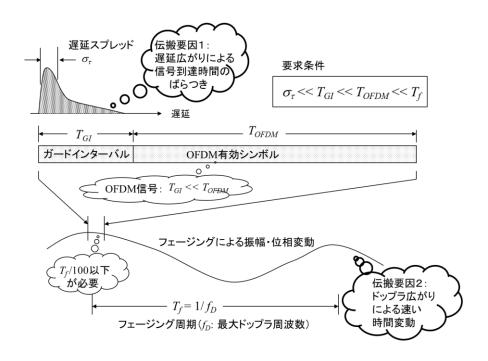


図7 OFDM の伝搬劣化要因:遅延広がりとドップラー周波数広がり

この式から、通信方式に依存しない伝搬環境に関する条件: $f_D\sigma_r$ <<1 が満たされれば、信号帯域 B は、サブキャリア数 K を増やすことによっていくらでも大きくすることが可能になり、 OFDM が広帯域伝送にきわめて優れた伝送方式であることがわかる。では、OFDM は電波伝搬問題を克服したのであろうか。答えは NO である。 $f_D\sigma_r$ <<1 の条件そのものは超えられないためである。

3 不十分なガードインターバルでの OFDM 伝送特性

OFDM は条件式(1)で示したように、遅延の広がりを吸収できるくらいの十分長いガードインターバルを取ることができれば、周波数選択性フェージングに起因する符号間干渉問題を回避できる。しかし、前項でも述べたように、この条件を満たすことが難しくなる場合には、不十分な長さでのガードインターバル設定を余儀なくされる。本項では、これを定量的に評価できるモデル(等価伝送路モデル)とそれに基づく伝送特性を示す[4]。

図8は、不十分なガードインターバルによって、前シンボル(*i*-1)の情報が着目するシンボルに漏れこむケースを示している。図の例では、最初の2波はガードインターバル以内の遅延、3波目はガードインターバルを超える遅延を表わしており、受信側では、それらの合成信号を図のタイミングで切り出し、ブロック処理を行うものとする。切り出された受信信号を見ると、その一部に、すなわち3番目の波の先頭部に、前のシンボル(ブロック *i*-1)のデータが含まれていることが分かる。この信号が、受信信号抽出に干渉を与えることになり、符号間干渉(ISI)になる。また、前述のとおり、ガードインターバル以内の遅延であれば、その切り出された信号は、

遅延の大きさによらず丁度データ 1 周期分の信号を含むのに対して、ガードインターバルを超えた波は、周期の途中でブロック i の信号が消えてしまうので、受信信号に対して行われるフーリエ変換時に直交性の劣化として現れる。キャリア間干渉(ICI)である。このように、ガードインターバルを超えた遅延を有する波が含まれると、シンボル間干渉(ISI)ばかりではなく、直交性の崩れによるキャリア間干渉(ICI)も発生し、この複合的な要因によって伝送特性が劣化する。

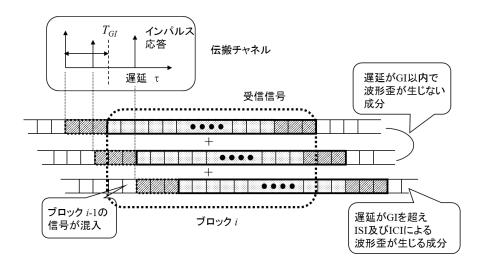


図8 ガードインターバルを超えた信号に対する符号間干渉の発生

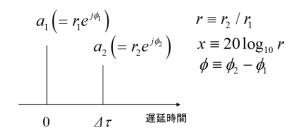


図 9 OFDM 伝送特性評価シミュレーションのための 2 波モデル $(\langle |a_1|^2 \rangle = \langle |a_2|^2 \rangle$ に設定し、遅延スプレッドは $\sigma_r = \Delta \tau/2$)

図9の2波モデル伝搬環境で、ガードインターバルが無い場合の OFDM 伝送特性を計算機シミュレーションにより求める。雑音を加えず、純粋に遅延の影響のみを調べる。2波モデルは、遅延差 $\Delta\tau$ の独立な複素ガウス分布(振幅がレイリー分布)2波で、平均電力は等しいものとする。故に、遅延スプレッド σ_{τ} は $\Delta\tau$ /2である。OFDM の一次変調は DQPSK(差動符号化-遅延検波 QPSK)、サブキャリア数 K を 128 とする。受信側での OFDM シンボル切り出しは、先行波のタイミングに同期させる、すなわち、遅延波に対する時間ずれの分が符号間干渉成分になる(図 4(a): ケース1)。遅延差に伴う OFDM の誤りの原因には、符号間干渉による誤りと共に、サ

ブキャリア間干渉がある。これは、遅延波に対しては、各サブキャリアの整数周期分の一部が欠けるために、それが直交性の崩れとして現われるためである。そこで、この影響も調べるために、隣接シンボルを除いた信号での評価も行う(図 4 (b): ケース 2)。シミュレーション際しては、100 シンボル分を同じ伝搬環境で、これを 1000 回乱数により伝搬環境を変えて、平均 BER を求めた(伝送ビット数: 100×2×1000=200,000 ビット)。送信側での差動符号化と受信側での遅延検波は、OFDM の同一サブキャリアの信号に対して行った。

ケース 1 , 2 に対する BER のシミュレーション結果を図 1 0 に示す。横軸は、シンボル周期で正規化した遅延スプレッド $\sigma_{\rm r}/T_{\rm OFDM}$ (= $(1/2)\Delta\tau/T_{\rm OFDM}$)である。また、参考のため、シングルキャリアでの符号間干渉誤り(横軸:シンボル周期 $T_{\rm s}$ で正規化; $BER_{\rm ISI}$ = $0.8\sigma_{\rm r}/T_{\rm s}$ [3])を一点鎖線で示している。これより、以下のことが分かる。

- ① ケース 1 (ISI+ICI) に対して、ケース 2 (ICI) は誤り率が半分程度あり、ケース 1 には両方の影響が同程度現われていることがわかる。 (注:図の範囲を超えて $\Delta \tau$ (=2 σ_{τ}) が T_{OFDM} に近づくと ICI による BER (ケース 2) は再び 0 に戻る。)
- ② ケース1、ケース2共に、BER < 0.1 の範囲で、誤り率は遅延スプレッドに比例する。
- ③ シングルキャリア (SC) の場合は、誤り率は遅延スプレッドの二乗に比例し、OFDM とは傾向が大きく異なる。

OFDM と SC の場合の BER を比べてみると、例えば、SC では σ_r/T_s =0.1 付近で誤り率が 0.008 程度であるが、OFDM 方式に替えてシンボル長を 10 倍長くしても(σ_r/T_{OFDM} =0.01)、誤り率はあまり変わらず、100 倍にして、ようやく一桁よくなる程度である。故に、OFDM によるシンボル周期引き伸ばし効果は意外に小さい。では、OFDM に耐マルチパス遅延効果が弱いのかと言うとそうではなく、先に示したサイクリックプレフィックスが大きな働きを示してくれる。このケースで、ガードインターバル T_{GI} を $\Delta \tau$ より大きくとれば、誤りは発生しないからである。指数関数型遅延プロファイルのように遅延が長く尾を引く環境では、符号間干渉を完全にとりきることはできないが、それでも、後述するように、OFDM の遅延広がりに対する効果は抜群である。

ここでは、ガードインターバルを入れない OFDM 伝送を対象にするが、SC の場合との差の大きな違いは、受信信号に対する同期タイミング違いによる。SC では、先行波と遅延波の振幅 r_1, r_2 に対して、 $r_1>> r_2$ では、受信サンプルタイミングは、先行波の最適点に入り、 $r_1<< r_2$ では遅延波の最適点に入る。このようにして受信機は適応的に動作する。一方、OFDM では、サブキャリア毎にサンプルタイミングを決めるのではなく、OFDM シンボル全体を見て、先行波が入った時点をシンボル切り出しのタイミングにする(図 4 (a))。故に、シンボルの中のどこかのサブキャリアでは $r_1<< r_2$ になっていても、 r_1 の最適点でサンプルされることになるので、 r_2 信号に対して、符号間干渉が必ず発生する。このようにして、全サブキャリアの平均で見れば、SC に比べて特性が劣化すると言うことになる。この説明では、誤り率が σ_{r_1} T_{OFDM} に比例するということまでは言えないが、SC σ_{r_1} σ_{r_2} σ_{r_3} σ_{r_4} σ_{r_5} $\sigma_{$

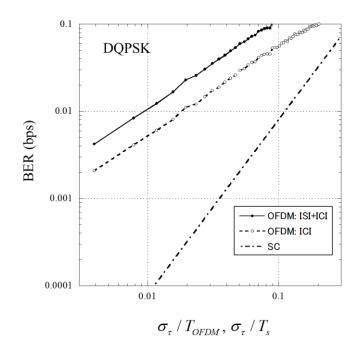


図 1 0 2波モデルによる OFDM-DQPSK 伝送の誤り分析(実線:ケース 1 (OFDM: ISI+ICI)、 点線:ケース 2 (OFDM: ICI)、一点鎖線:シングルキャリア伝送)

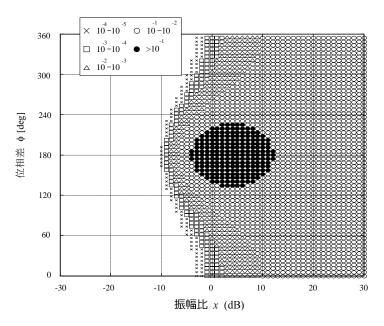
4. BER マップ

図 9 の 2 波モデルの x (=20 $\log_{10}r$), ϕ に対する誤りの発生状態をシミュレーションによって見てみよう。一次変調 DQPSK、K=128 のガードインターバルをつけない OFDM 信号に対して、(a) $\Delta \tau$ =(10/128) T_{OFDM} 、(b) (3/128) T_{OFDM} の場合を図 1 1 に示す。筆者等はこのように表したものをBER マップと呼んでいるが、シングルキャリア伝送のときの BER マップ[1],[2]と、次の 2 点が異なる。

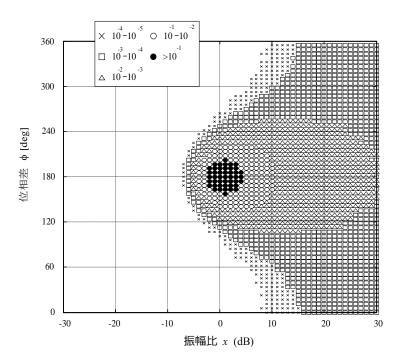
- ① 変数 x の正負の部分が対称でない。
- ② 異なる遅延差のマップ間に形状の相似性がない。

①は前節で述べたシンボルの切り出し方による。x の正の大きな値の部分では、遅延波が卓越する環境になるが、その場合でもシンボルの切り出しは先行波の最適位置(=先頭)にあわせており、ここに見られる誤りは遅延波に含まれる隣接シンボルとの符号間干渉(と ICI の和)である。②を説明するのは簡単ではないが、筆者は、図 1 2 に示す SC と OFDM の遅延差と誤り率の関係から、以下のように捉えている。

SC の場合の BER マップと BER の関係をおさらいする[2]。平均電力が等しい 2 波で構成されるレイリーフェージング環境では、 $\Delta \tau = \Delta \tau_{ref}$ のときの BER を $P_{e,ref}$ とすると、 $\Delta \tau = \gamma \Delta \tau_{ref}$ の等平均電力 2 波モデル環境での BER は $\gamma P_{e,ref}$ となる。このとき、 $\Delta \tau = \gamma \Delta \tau_{ref}$ の BER マップの点 a_{ref} (= $a_{ref,2}/a_{ref,1}$)は $\Delta \tau = \gamma \Delta \tau_{ref}$ の BER マップから、 $\Delta \tau = \gamma \Delta \tau_{wanted}$ のマップの a_{wanted} 点に以下の式でスケーリング変換される[2]。



(a) $\Delta \tau / T_{OFDM} = 10/128$



(b) $\Delta \tau / T_{OFDM} = 3/128$

図11 OFDM-DQPSK の BER マップ

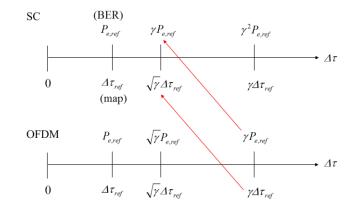


図12 SCとOFDMでの遅延差ATと誤り率との関係

$$a_{wanted} = \frac{a_{ref}}{\gamma + a_{ref} (\gamma - 1)} \quad \left(\gamma \equiv \frac{\Delta \tau_{wanted}}{\Delta \tau_{ref}} \right)$$
 (3)

(SC の場合 BER マップ同誤り率の関係)

この式は、伝送路の伝達関数を T(f)、その導関数を T'(f)とするとき、T'(0)/T(0)が同じ環境では同じ誤り率になると言う規範、すなわち、

$$\frac{T_{wanted}'(0)}{T_{wanted}(0)} = \frac{T_{ref}'(0)}{T_{ref}(0)}$$
 ((3)式が成立するための規範) (4)

に基づいている。

一方、OFDM では、シンボルの切り出しを先行波の最適位置(=先頭位置)にあわせる人為的なルールが働いているため、(4)式の規範が成立せず、ゆえに、BER マップのスケーリングルールである(3)式の関係も満たされない。上記の②はこのためである。では、 $\Delta \tau$ が異なる BER マップの間に何か関連は無いのであろうか。図 1 2 で、同じ誤り率(BER 値そのものではなく $\Delta \tau_{ref}$ との比において)になるには、遅延差比率 γ に対して OFDM での比率 γ では、SC では $\Delta \tau$ が $\sqrt{\gamma}$ 倍になっている。もしかしたら、(3)式の γ を $\sqrt{\gamma}$ に置き換えたら、うまくスケーリングができるかもしれないと言う期待が持てる。すなわち、

$$a_{wanted} = \frac{a_{ref}}{\sqrt{\gamma} + a_{ref} \left(\sqrt{\gamma} - 1\right)} \qquad \text{(OFDM } \mathcal{O} \text{ BER } \forall \, y \, \mathcal{T} \, \mathcal{T} \, \mathcal{T} \, \mathcal{T}) \qquad (5)$$

実際にこれで、図11(a)の $\Delta \tau/T_{OFDM}$ =10/128のBER マップから同図(b)に対応する 3/128のBER マップに変換すると、図13になる。図11(b)と極めて近い形になっており、(5)式のスケーリング変換が妥当であること、すなわち、OFDM の場合も、一つの変復調方式に対して一つのBER マップがあればよいということになる。OFDM でのBER マップ変換の規範を(5)式とすることに

は、ここで述べたことだけでは根拠が弱いが、異なる比率や他の変調方式についても、(5)式の変換ルールが適用できることが明らかにされている[9]。 (ただし、(5)式の理論的根拠を固めることは宿題としてまだ残っている)。

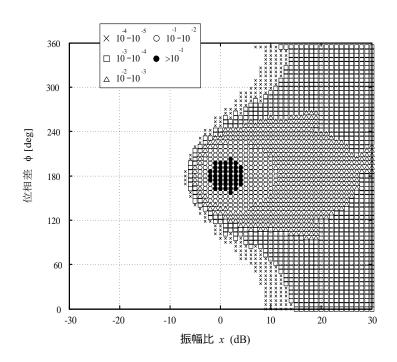


図 1 3 $\Delta\tau/T_{OFDM}$ =10/128 の BER マップからスケーリング変換の式(5)により変換した $\Delta\tau/T_{OFDM}$ =3/128 の BER マップ (図 1 1 (b)に対応)

5. 等価伝送路モデルによる符号間干渉誤り推定[4]

この理論的な解析も、シングルキャリア伝送の場合に対して示した等価伝送路モデル[1],[10] を適用することができる。ここでは、レイリーフェージング環境の場合について、その基本的な考え方を述べる。なお、ここで提示する推定式は、前節で述べた BER マップを使う方法であり、BER マップがないと実際の計算ができない。(SCの BER マップについては、形状相似性を生かした近似式を示していて[3]、数値計算上の問題は小さいが、こちらはそうは行かない)。このため、ここで提案する方法は、推定の考え方(電波伝搬とシステムを結び付ける)を示すものと理解して欲しい。(実際に計算をしてみたい読者のために、BER マップの作り方を付録に示す)。

図14に、遅延プロファイル $p(\tau)$ で表されるレイリーフェージング環境を対象とする OFDM 伝送評価のための等価伝送路モデルの構築過程を示す。OFDM はマルチキャリア伝送であり、図は、各サブキャリア(k=1,2,...,K)ごとに表されるが、統計的性質はどのサブキャリア(k)でも同じなので、図ではそれを区別していない。同図(a)はガードインターバルを超える遅延波を有するマルチパス環境の遅延プロファイルを表している。OFDM の場合には、ガードインターバル内の遅延波は、ISI を生じないので、図(b)の遅延0のところにひとつの平均電力インパルス P_{Rin}

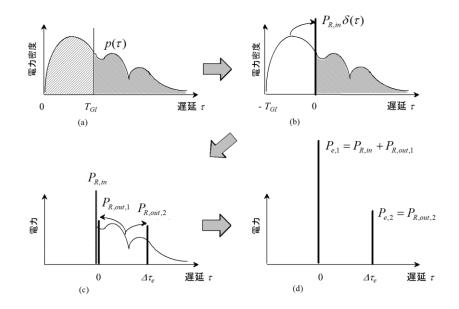


図14 レイリーフェージング環境における OFDM 評価用等価伝送路モデルの説明図

としておくことができる。 $P_{R,in}$ は遅延プロファイル $p(\tau)$ の0から T_{GI} までの積分値である。次に、図(c)のように T_{GI} を越えた部分の遅延プロファイルを[1]で述べた等価伝送路モデルで2波モデルを作った方法により、 $\tau=0$ と $\tau=\Delta\tau_e$ に、電力配分を行い、それぞれ、 $P_{R,out,1},P_{R,out,2}$ とする。レイリーフェージング環境における $\Delta\tau_e,P_{R,out,1},P_{R,out,2}$ は[4]の式[11)~[13]により、次式で定める。

$$P_{R,out,1} = \frac{\sigma_{\tau,out}^2}{\tau_{m,out}^2 + \sigma_{\tau,out}^2} P_{R,out}$$
(6a)

$$P_{R,out,2} = \frac{\tau_{m,out}^2}{\tau_{m,out}^2 + \sigma_{\tau,out}^2} P_{R,out}$$
 (6b)

$$\Delta \tau_e = \frac{\tau_{m,out}^2 + \sigma_{\tau,out}^2}{\tau_{m,out}} \tag{6c}$$

ここで、電力関係は

$$P_{R} = \int_{0}^{\infty} p(\tau)d\tau$$
 (マルチパス波の全平均電力) (7a)

$$P_{R,in} = \int_0^{T_{GI}} p(\tau) d\tau$$
 (遅延 0~ T_{GI} 部分の平均電力) (7b)

$$P_{R,out} = \int_{T_{cl}}^{\infty} p(\tau) d\tau$$
 (遅延 T_{Gl} 以上の部分の平均電力) (7c)

伝搬パラメータは

$$\tau_{m,out} = \frac{1}{P_{P_{out}}} \int_{T_{GI}}^{\infty} (\tau - T_{GI}) p(\tau) d\tau \tag{8a}$$

(遅延プロファイルの $\tau > T_{GI}$ 部分の T_{GI} 位置を0とする平均遅延)

$$\sigma_{\tau,out} = \sqrt{\frac{1}{P_{R,out}}} \int_{T_{GI}}^{\infty} \left(\tau - T_{GI} - \tau_{m,out}\right)^2 p(\tau) d\tau$$
(8b)

(遅延プロファイルの $\tau > T_{GI}$ 部分の遅延スプレッド)

OFDM 信号で見た等価遅延プロファイルは

$$p_{OFDM}(\tau, T_{GI}) = P_{R,in}\delta(\tau) + p(\tau + T_{GI})u(\tau)$$

$$u(\tau) = \begin{cases} 1 & (\tau > 0) \\ 0 & (\tau \le 0) \end{cases}$$

$$(9)$$

結局、OFDM 信号に対する2波モデル遅延プロファイルは

$$p_{e}(\tau) = P_{e,1}\delta(\tau) + P_{e,2}\delta(\tau - \Delta\tau_{e})$$

$$P_{e,1} = P_{R,in} + P_{R,out,1}$$

$$P_{e,2} = P_{R,out,2}$$
(10)

遅延プロファイル $p(\tau)$ をスタートに、上式の手順を経て、図(d)に示す電力 $P_{e,1}$ と $P_{e,2}$ を得る。瞬時瞬時には、平均電力 $P_{e,1}$ と $P_{e,2}$ である独立な 2 波の複素ガウス分布する(=振幅がレイリー分布する)インパルス応答となる。

SC の場合の解析と同じように、2波の振幅比をr、位相差を ϕ として、レイリーフェージングの場合の結合確率密度関数 $f(r,\phi)$ は、確率変数に比の公式を使って以下の式になる[4]。

$$f(r,\phi;P_{e,1},P_{e,2}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty f_1(z) f_2(zr) z dz$$

$$= \frac{2r}{\pi P_{e,1} P_{e,2}} \int_0^\infty z^3 \exp\left\{-\left(\frac{1}{P_{e,1}} + \frac{r^2}{P_{e,2}}\right) z^2\right\} dz$$

$$= \frac{P_{e,1} P_{e,2} r}{\pi \left(P_{e,1} r^2 + P_{e,2}\right)^2}$$
(11)

ここで

$$f_i(r_i; P_{e,i}) = \frac{2r_i}{P_{e,i}} \exp\left(-\frac{r_i^2}{P_{e,i}}\right) \quad (i = 1, 2)$$

移動通信の代表的な遅延プロファイルは次式で与えられる指数関数型遅延プロファイルである。

$$p(\tau; \sigma_{\tau}) = \frac{P_R}{\sigma_{\tau}} \exp\left(-\frac{\tau}{\sigma_{\tau}}\right) \quad (\tau \ge 0)$$
(12)

ガードインターバル T_{GI} の OFDM のプロファイル (式(9)) では

$$p_{OFDM}(\tau; T_{GI}) = \left[\left\{ 1 - \exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right) \right\} \delta(\tau) + \frac{1}{\sigma_{\tau}} \exp\left(-\frac{\tau + T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right) u(\tau) \right] P_{R}$$
 (13)

指数関数型プロファイルでは、

$$\tau_{m,out} = \sigma_{\tau,out} = \sigma_{\tau} \tag{14}$$

であるので、結合確率密度関数は次式になる。

$$f\left(r,\phi;T_{GI}\right) = \frac{\left\{1 - \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right)\right\}\exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right)r}{2\pi\left[\left\{1 - \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right)\right\}r^{2} + \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right)\right]^{2}}$$
(15)

後の計算で、変数 r を dB 値に変えて x=20 log10 r に変換した分布が、BER マップと整合して扱いやすいので、この分布を f_x とすると、

$$f(r,\phi) = f_{\phi}(\phi)f_{r}(r) = \frac{1}{2\pi}f_{r}(r) \rightarrow f_{r}(r) = 2\pi f(r,\phi)$$

$$f_{x}(x;T_{GI}) = \frac{1}{b}\exp\left(\frac{x}{b}\right)f_{r}\left\{\exp\left(\frac{x}{b}\right);T_{GI}\right\} \quad (b \equiv 20\log_{10}e \approx 8.686)$$

$$= \frac{1}{b}\exp\left(\frac{x}{b}\right) \frac{\left\{1 - \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right)\right\}\exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}} + \frac{x}{b}\right)}{\left[\left\{1 - \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right)\right\}\exp\left(\frac{2x}{b}\right) + \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{T_{GI}}{\sigma_{\tau}}\right)\right]^{2}}$$

$$(16a)$$

図 1.5 は、(16b)式を T_{Gl}/σ_r をパラメータにして示している。ガードインターバルを遅延スプレッドに比べて大きくとればとるほど、カーブが左にシフトして行く様子が分かる。この後の計算

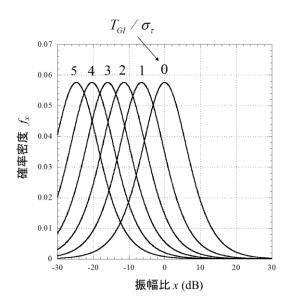


図 1 5 fx の T_{Gl}/σ_{τ} 依存性 (BER マップ上の照射領域が GI の増加と共に左にずれて行く)

法で示すように、平均誤り率は BER マップ上の誤り率を f_x で重み付け積分する操作になる。そのため、GIを大きくすると、x 座標に対する着目領域が誤りが少ない BER マップの左側に移り、誤りが軽減されると言う仕組みが定性的に理解できる。

フェージング下での平均誤り率は、SCのときの基本式と同じで、以下の式により求められる。

$$BER_{ISI}\left(\sigma_{\tau}; T_{OFDM}, T_{GI}\right) = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} f\left(r, \phi; T_{GI}\right) E_{0}\left\{r, \phi; \Delta \tau_{e} / T_{OFDM}\right\} d\phi dr$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_{x}\left(x; \sigma_{\tau}, T_{GI}\right) \left[\int_{0}^{2\pi} E_{0}\left\{x, \phi; \Delta \tau_{e} / T_{OFDM}\right\} d\phi\right] dx \tag{17}$$

4節で述べた BER マップのスケーリングを適用すれば、1 枚の BER マップからの推定が可能である。この推定法の妥当性については[9]で検証されている。SC の場合がそうであったように、OFDM の場合も、BER マップの事前作成が必要になるため、実際の計算には利便性が悪い(SCでは近似式を提示した[3]が OFDM ではそれができておらず BER マップの将来の数式化に期待)。しかし、このモデルでは電波伝搬パラメータと OFDM パラメータの働きが陽に分離されていて、電波伝搬とシステムのかかわりがよく見えている。

移動通信で一般的に用いられる指数関数型遅延プロファイルをもつレイリーフェージング下での OFDM 伝送特性(不十分なガードインターバルに対する)に関しては、次の二つのパラメータがキーパラメータになる。

- (1) ガードインターバル長と OFDM の有効シンボル長の比: T_{GI}/T_{OFDM}
- (2) 遅延スプレッドと OFDM 有効シンボル長の比: σ_{τ}/T_{OFDM}

キーパラメータ値が同じ環境では、同じディジタル伝送特性推定値を得る。図16はこの関係 を示している。

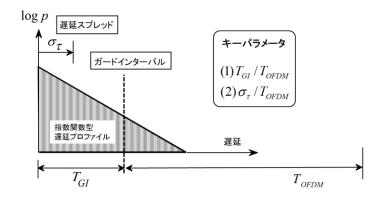


図16 指数関数型遅延プロファイルを有するレイリーフェージング環境とキーパラメータ

図17は DQPSK と 16QAM 変調方式に対する BER フロア値を上記2つのキーパラメータに対して示している。この図から、次のことが読み取れる。

- ① 遅延スプレッドが有効シンボル長の5%以上になると、ガードインターバルを大きくとって も、その効果が顕著には現れてこない。
- ② 逆の意味で、遅延スプレッドが有効シンボル長の3%以下になると、ガードインターバルを大きくとることの効果が顕著に現れてくる。

ここでは、レイリーフェージングについて、BER のフロア値特性を調べたが、他のフェージング環境でも、結合確率密度関数 $f(r,\phi)$ を置き換えれば同じように推定できる。見通し内の伝搬環境を代表する仲上・ライスフェージング環境での評価式は[5]で与えられている。

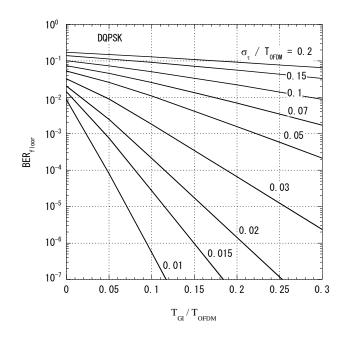
6. 他の劣化要因とあわせた総合 BER 特性

図17では不十分なガードインターバルに対するBERのフロア値を示したが、熱雑音やドップラー周波数広がりによる位相変動を含めた総合BERを得たい場合には、一般的に、それらによるBERの和として近似できる。

$$BER_{total}(SNR, \sigma_{\tau}, f_D, T_{OFDM}, T_{GI}) \approx BER_{TN}(SNR) + BER_{ISI+ICI}(\sigma_{\tau}, T_{OFDM}, T_{GI}) + BER_{FF}(f_D, T_{OFDM})$$

$$(18)$$

ここで、 BER_{TN} は熱雑音による誤り、 $BER_{ISI+ICI}$ は本レポートで対象とした遅延広がりによる誤り、 BER_{FF} はドップラー周波数広がり(高速フェージング、最大ドップラー周波数 f_D)である。遅延広がりとドップラー周波数広がりでは、誤りの発生がシンボル周期 T_{OFDM} の長短で逆の特性を示す。そのため、システム全体の最適化を目指した信号設計では(18)式に基づく検討が大事になる。図 1 8 は、一例として、DQPSK 変調方式に対する $\sigma_{\tau}/T_{OFDM}=5/128$ のときの $BER_{TN}+BER_{ISI+ICI}$ の計算値(実線)と計算機シミュレーション値(プロット)を示している。



(a) DQPSK

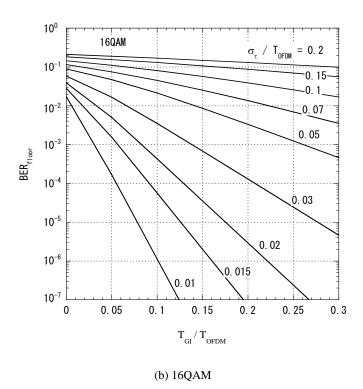


図17 不十分なガードインターバルでの OFDM 伝送特性とキーパラメータの関係

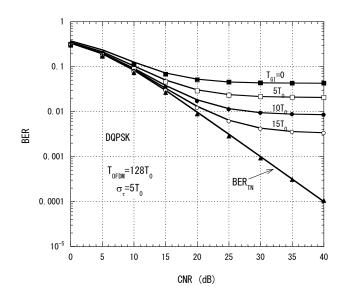


図18 熱雑音と遅延広がりが共に存在する環境での OFDM-DQPSK の BER 特性

付録 BERマップの作り方

1. 基準 BER マップ

変復調方式毎に 1 枚の BER マップを作る。特性は $\Delta\tau/T_{OFDM}$ で決まるので、 T_{OFDM} については適当なものを一つ決めればよい。ここでは $\Delta\tau$ =10, T_{OFDM} =128(図 1 1 (a))で説明する。BER マップの作成手順は以下のとおりである。

- (i) 先行波と遅延波の2波を用意する。
- (ii) 送信信号はガードインターバルを付加しない。
- (iii) 受信のシンボル切り出しタイミングは先行波の先頭に合わせる
- (iv) 2波の振幅比 (dB値x) を-30dB~30dBまで、適当な刻み幅 (例えば 1dB) を決めて設定。 そのときの搬送波 (f=0) の位相差は 0 (同相) とする。 (x>30[dB]のときは x=30[dB]のとき の BER 値を使う)
- (v) 受信側ではサブチャネル毎に復調して BER を求める。遅延検波の場合は、同一サブチャネルの時系列信号に対して復調する。

このように設定すると、サブチャネル k (k=0~K-1; K=128)に対しては、 2 波の位相差は $2\pi k \Delta \tau / T_{OFDM}$ を与えたことになる。 K=128, k=0, 1, 2, …に対しては ϕ =0°, 28.125°, 56.25°, …と続いて行く。この値を全部の k についてまとめると付表 1 のようになる。表の赤線で示した縦方向に見ると、k=0 から 63 のサブキャリヤ(全体の半分:太線枠部分)が、5.625°間隔で 360°を当分割していることが分かる。後半のサブキャリアは前半の繰り返しになっている。このことより、OFDM信号一回のシミュレーションで、位相差分については 5.625°間隔のデータを一度に求められる。図 1 1 (a)はこのようにして求めたマップであり、位相差間隔は実用上これで十分であるが、さらに間隔をつめたい場合には、搬送波位相差を 5.625°の半分(=2.8125°)に設定して再度シミュレーションすればよい。

付図 1 $\Delta\tau/T_{OFDM}=10/128$, K=128 のときの各サブチャネルの位相差 ϕ (一回のシミュレーションで 5.625° 間隔の 64 個の位相差データが得られる)

k
Phase (deg)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	 28.125 <mark>∧</mark>	56.25	<u>-</u>		<u>-</u>	<u>-</u>		} <u>-</u>	} <u>-</u>		├ ``	337.5
		15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
13			16 	'/		19	20	21			24	
5.625	33.75	61.875										343.125
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
11.25	39,375											348.75
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
16.875	45.0							[[354.375
52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	
22.5	50.625 ¹										331.875	
64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
0	28.125	56.25										337.5
				Repe	ated	•						
116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	
22.5											331.875	

2. BER マップのスケーリング

実際に必要になる場面は、 $\Delta \tau$ が定まり、そのときの、式(17)中の $E_0(x,\phi,\Delta \tau/T_{OFDM})$ を基本 BER マップ $E_{0,ref}(x,\phi,\Delta \tau_{ref}/T_{OFDM})$ から読み取りたいということである。改めて、 $\Delta \tau_{ref}/T_{OFDM}$ の BER マップをスケーリングして作り直す必要は無く、目的とする座標位置 (x,ϕ) が基本 BER マップのどの位置にあるかがわかればよいわけである。変数 x を r に戻し、目的とする r, ϕ を

$$a_{wanted} \equiv r_{wanted} e^{j\phi_{wanted}}$$

基準 BER マップでの対応する r, ϕ を

$$a_{ref} \equiv r_{ref} e^{j\phi_{ref}}$$

とすると、(5)式を逆に解き

$$a_{ref} = \frac{a_{wanted} \sqrt{\gamma}}{1 - a_{wanted} \left(\sqrt{\gamma} - 1\right)} \tag{A1}$$

の関係にある。故に必要な BER: E_0 は、基準 BER マップの(A1)式で定まる a_{ref} の場所を読めばよい。

参考文献

- [1] 唐沢好男, "等価伝送路モデル: その思想と実践," Tech. Rep. YK-001 (私報), Aug. 2017. http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/ETP%20model.pdf
- [2] 唐沢好男, "等価伝送路モデル(ETPmodel)の土台を固める," Tech. Rep. YK-053(私報), Oct. 2020. http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR YK 053 ETP Fundamental.pdf
- [3] 唐沢好男, "等価伝送路モデルによる符号間干渉誤りの完備な計算法," Tech. Rep. YK-054(私報), Oct. 2020. http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR YK 054 ETP Calculation Formula.pdf
- [4] Y. Karasawa, N. Gejoh, and T. Izumi, "Modeling and analysis of OFDM transmission characteristics in Rayleigh fading environment in which the delay profile exceeds the guard interval," IEICE, Trans. Commun.,vol.E88-B, no.7, pp.3020-3027, 2005.
- [5] Y. Karasawa, C. Vanmani, "OFDM transmission characteristics where the delay profile exceeds the guard interval in Nakagami-Rice fading environment," IEICE Trans. Commun., vol. E91-B, no. 10, pp.3262-3271, 2008.
- [6] 唐沢好男, 改訂 ディジタル移動通信の電波伝搬基礎, コロナ社, 2016.
- [7] 唐沢好男、"伝搬モデルの作り方-OFDM 伝送特性評価用広帯域伝搬モデルを例として-," 信学会通信 ソサイエティマガジン (B-plus), 2007 夏号 No. 1, pp. 67-75, 2007.06.
- [8] A. Peled and A. Ruiz, "Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms," Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Proc. (ICASSP'80), pp. 964-967, 1980.
- [9] 和泉隆亮、下条則之、唐沢好男、" OFDM 伝送特性評価用等価伝送路モデルに用いる BER マップの簡易作成法," 信学論(B), vol.J87-B, no.9, pp.1514-1523, 2004.
- [10] Y. Karasawa, T. Kuroda and H. Iwai, "The equivalent transmission-path model," IEEE Trans. Vehicul. Tech., vol. 47, no. 1, pp. 194-202, 1997.