

## 電磁気学の奥深さ (17) : ローレンツ力の共変性

電磁気学は4つの法則を連立方程式にしたマクスウェルの方程式よりなる。法則は、電荷に働く力（電気力；クーロン力）や電流に働く力（磁気力；アンペアの力）から生まれており、電気と磁気の力学に関する理論である。しかしながら、現在、電磁気学教科書に出てくる4つの方程式は電界と磁界の関係、すなわち場（フィールド）の関係を表すものになっていて、力の作用（＝電磁力学）が陽には見えてこない。この力学を担う方程式が、ローレンツ力と呼ばれる式である。この式もマクスウェルの方程式同様、慣性系に対して不変、すなわち、共変性がある。本レポートは、ローレンツ力がローレンツ変換に対して不変であることを確認すると共に、電磁気学のパラドックスと言われる問題を考えてみたい。

### 1. 慣性系の座標変換と共変性

物理空間内において、直線方向に一定の速度で移動する系は**慣性系**と呼ばれる。図1はその中の二つの系の座標を示している。（注：本シリーズの他のレポートでは慣性系の移動速度を  $v$  で表してきたが、ここでは物質の移動速度に文字  $v$  を使いたないので、慣性系の移動速度には  $u$  を用いる）。慣性系の中では、全てが相対的でどの慣性系が基準であるということはない。便宜上 K 系を静止系、K' 系を移動系と呼ぶが、視点をどこに置かかによって、静止か移動かはいかようにも変わる。現代の物理学では、物理法則は慣性系に対して不変であること（＝共通の式で表されること；**共変性**と呼ばれる）が求められている。例えば、K 系で電磁誘導の法則が成立するならば K' 系でも同じように成立しなければならない。すなわち、

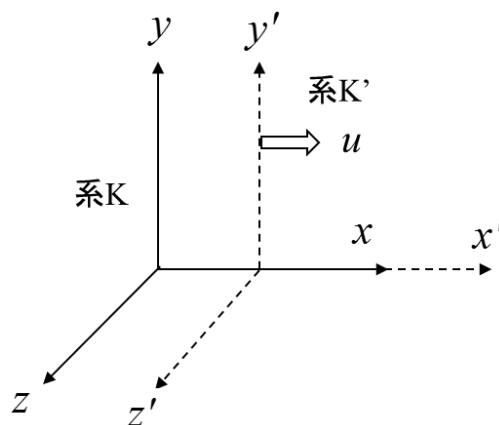


図1 座標系（系 K: 静止系；系 K': 移動系（観測系；本レポートでは系の速度を  $u$  としている））

$$\text{K系} : \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \leftrightarrow \quad \text{K'系} : \nabla' \times \mathbf{E}' = -\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'} \quad (1)$$

である。問題はどのような座標系の変換に対してかということである。ニュートン力学はガリレイ変換に対して共変性がある。ガリレイ変換とは、速度  $v$  で動いている電車の中でボールを進行方向に速度  $v_0$  で投げれば、外で見ている人にはボールの速度は  $v+v_0$  になる、と言ういたって合理的な結果を導き出す変換である。ところが、この変換ではマクスウェルの方程式には共変性がなく、Hendrik Lorentz がマイケルソン・モーリーの実験結果を説明しようとして編み出したローレンツ変換に対して共変性をもつのである。このローレンツ変換は、アインシュタインの相対性理論の時空間表現に用いられ、現代物理学における座標変換の規範になっている。

マクスウェルの方程式のローレンツ変換に対する共変性については、筆者も[1], [2]にまとめているので、ここではローレンツ力

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (2)$$

について、確認を行う。以下は、その準備のための変換の諸式をまとめる。導出等、詳しいことは、[1], [2]を見てほしい。

### (1) 座標系のローレンツ変換

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma u \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma u/c^2 & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \geq 1$$

この変換がローレンツ変換、 $\gamma$ はローレンツ因子と呼ばれる。動いているものに対しては、長さが縮み、時間がゆっくり進んでいるように見えるということになる。

2変数変換  $(x, t) \Leftrightarrow (x', t')$  の偏微分の関係は下記の公式より

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x'} &= \frac{\partial x}{\partial x'} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial t}{\partial x'} \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial t'} &= \frac{\partial t}{\partial t'} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial t'} \frac{\partial}{\partial x} \end{aligned}$$

であるので、変化の無い方向 ( $y', z'$  軸方向) を含めてまとめると以下になる。(注: この変換をするためには(3)式について、K系の変数をK'系の変数で表す逆変換の式が必要になる。行列

部分の逆行列を求めて変換すればよいが、結果的には、その行列要素の  $u$  を  $-u$  に置き換えたものになる。(  $\mathbf{K}'$ 系から  $\mathbf{K}$ 系を見れば  $-u$  で動いていることに符合する。)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x'} \\ \frac{\partial}{\partial y'} \\ \frac{\partial}{\partial z'} \\ \frac{\partial}{\partial t'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \gamma u/c^2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \gamma u & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} \quad (4)$$

## (2) 電界と磁界のローレンツ変換

電界と磁界のローレンツ変換は、図1に示した系  $\mathbf{K}$  と  $\mathbf{K}'$  の関係において次式である。

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \\ E'_z \\ B'_x \\ B'_y \\ B'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 & 0 & -\gamma u \\ 0 & 0 & \gamma & 0 & \gamma u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma u/c^2 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & -\gamma u/c^2 & 0 & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \quad (5)$$

さらに、電荷密度  $\rho$  と電流密度  $\mathbf{i}$  のローレンツ変換は次式である。

$$\begin{pmatrix} \rho' \\ i'_x \\ i'_y \\ i'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma u/c^2 & 0 & 0 \\ -\gamma u & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix} \quad (6)$$

$\mathbf{E}$  と  $\mathbf{D}$  については、誘電率  $\epsilon_0$  を介して  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ 、また、 $\mathbf{B}$  と  $\mathbf{H}$  については、透磁率  $\mu_0$  を介して  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$  で結ばれる。この  $\epsilon_0$  及び  $\mu_0$  は、光速  $c$  と同様、座標系に依存しない絶対定数である。

## 2. ローレンツ力のローレンツ変換

### 2.1 ローレンツ力

電界  $\mathbf{E}$ 、磁束密度  $\mathbf{B}$  の中に速度  $\mathbf{v}$  で動いている電荷  $q$  がある。この電荷に働く力  $\mathbf{F}$  は次式で表される。

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \text{(2)式の再掲} \quad (7)$$

上式の右辺第1項が電気力（クーロン力）、第2項が磁気力（アンペアの力）であり、合わせた力はローレンツ力と呼ばれる。

ローレンツ力を表す(7)式はマクスウェルの方程式と同列に扱われる式であるので、マクスウェルの方程式がローレンツ変換に対して不変である（＝共変性を持つ）のと同様に、ローレンツ変換に対して不変であるはずである。すなわち、等速直線運動をするいかなる座標系（＝慣性系）に対しても(7)式は成立するはずである。では、マクスウェルの方程式に対して行ったと同じように変数の変換をして、共変性を確かめればよいのではという話になるが、ローレンツ力には力学でおなじみの物理量である力  $\mathbf{F}$  が入っていて、力のローレンツ変換はどうするのかと言う難題に突き当たる。ニュートン力学の基礎方程式  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$  が、ローレンツ変換に対して共変性が無いため、これをスタートにできないのである。相対論が生まれた当時、ポアンカレはローレンツ力のローレンツ変換に対する共変性（ $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{F}' = q\mathbf{E}' + q\mathbf{v}' \times \mathbf{B}'$ ）を前提に、力のローレンツ変換はどういう形で無ければならないかをローレンツ力の式から導いた。その結果が次式である[3]。（相対論的運動方程式の歴史的な経緯については[4]の解説が参考になる）

$$\mathbf{F}' = \frac{\mathbf{F}_\perp / \gamma + \mathbf{F}_\parallel - (\mathbf{F} \cdot \mathbf{v})\mathbf{u} / c^2}{1 - \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} / c^2} \quad (8)$$

この式は、その後、相対性理論に基づく力学（相対論的運動量、エネルギーと質量の関係（ $E = mc^2$ ）、相対論的質量（ $m = \gamma m_0$ （ $m_0$ : 静止質量））などの性質を用いた）により求められ、今では発生原因を問わない力の一般的なローレンツ変換の式として通用している（導出の具体的な手順は、例えば、[5]）。式(8)より、力のローレンツ変換には以下の性質が有る。

- (i)  $x$  軸方向に直線運動する物体に対しては、 $F'_x = F_x$  となり、力の進行方向成分は変わらない。
- (ii) 座標系  $K'$  と物体が同じ速度で  $x$  軸方向に動く場合（ $v_x = u$ ）には、 $F'_y = \gamma F_y$ 、 $F'_z = \gamma F_z$  となり、 $\gamma$  倍の力になる。

### 2.2 共変性の確認

ローレンツ力の共変性を確認してみたい。上述の歴史的経緯から、この確認はうまく行くのが当たり前なのであるが、実際に試してみることも大事である。

手順は、[1]でマクスウェルの方程式において行ったと同様に、

$$\mathbf{F}' - q\mathbf{E}' - q\mathbf{v}' \times \mathbf{B}' \rightarrow \mathbf{0} \quad (9)$$

を成分ごとに確認すればよい。なお、電荷  $q$  は、電荷保存則より両系で同じである。

(8)式で表される力のローレンツ変換を、 $x$  軸方向に速度  $u$  で動く  $K'$ 系に対して成分ごとに表すと以下になる。

$$F'_x = \frac{F_x - \frac{u}{c^2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}}{1 - \frac{u v_x}{c^2}}, F'_y = \frac{F_y}{\gamma \left(1 - \frac{u v_x}{c^2}\right)}, F'_z = \frac{F_z}{\gamma \left(1 - \frac{u v_x}{c^2}\right)} \quad (10)$$

速度  $\mathbf{v} (= (v_x, v_y, v_z))$  は

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}, v'_x = \frac{dx'}{dt'}, v'_y = \frac{dy'}{dt'}, v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

であり、これらの式より  $\mathbf{v}'$  は次式で変換される。

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma dx - \gamma u dt}{-\frac{\gamma u}{c^2} dx + \gamma dt} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u v_x}{c^2}} \quad (11a)$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{-\frac{\gamma u}{c^2} dx + \gamma dt} = \frac{v_y}{\gamma \left(1 - \frac{u v_x}{c^2}\right)} \quad (11b)$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z}{\gamma \left(1 - \frac{u v_x}{c^2}\right)} \quad (11c)$$

$\mathbf{E}'$ ,  $\mathbf{B}'$  の変換は式(5)で得ているので、これらを式(9)に代入してベクトルの成分ごとに整理すればよい。計算の途中では項の数が増えて多少煩雑な展開になるが、機械的にできることなので各自で確認してほしい（付録に略導出を示している）。力のローレンツ変換式(8)が、ポアンカレが行ったようにローレンツ力のローレンツ変換によって得たものとするれば、確認は当たり前になってしまうが、力の一般的な変換式であると考えれば、この確認の意味も出てこよう。

このようにして、マクスウェルの方程式と共に、電磁気学の力学を担うローレンツ力の式もローレンツ変換に対して共変性があり、真実の方程式であることが理解できよう。

### 3. 電磁気学のパラドックス

物理学者ファインマンは、電磁気学の教科書[6]の中で、「物理のパラドックスは我々の理解の迷いにすぎない」と言い切っているように、本当はパラドックなんて無いのだから、ここで取り上げる話も、パラドックスに見えること、と言ったほうが正確なのかもしれない。でも、至らない理解の中で、その不思議に翻弄されながら、それとの格闘を通じてより深い理解へと進んで行くことこそ、本来の学びであろう。

ここでは、電気と磁気の手、すなわち、ローレンツ力に関する二つの話題を提供する。二つ目の話は、アインシュタインが相対性理論を生み出すきっかけになった思考実験といわれ、ファインマンが電磁気学の教科書[6]で取り上げている。一つ目の話はその導入的なものである。

### ケース 1 : 電流が流れる平行導線に働く力

図 2 に示すように、間隔  $r$  で平行に置かれている 2 本の直線状導線に電流  $I$  が同じ方向に流れている。便宜上、電流を生み出す電荷を正にし、光速  $c$  で流れているとする。また、導線上にはこれ以外の電荷はないものとする (次のケース 2 では、電気的な中和状態を作り出すために、導線線上に正負同量の電荷を置いているが、ここではその一方のみ)。導線には電流  $I$  が光速で流れているので、その電荷密度  $\lambda$  は  $\lambda = I/c$  [A/m] である。下側の導線の位置で見た電界と磁界は以下になる。

$$E_y = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$B_z = -\frac{\mu_0 \lambda c}{2\pi r}$$

この電磁界によって下の導線が長さ  $dl$  あたりに受ける力  $dF$  は、電磁力  $dF_e$ 、磁気力  $dF_m$  共に  $y$  軸方向に向き、

$$dF_e = \lambda dl E_y = -\frac{\lambda^2 dl}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$dF_m = -B_z I dl = \frac{\mu_0 c^2 \lambda^2 dl}{2\pi r} = -\epsilon_0 \mu_0 c^2 dF_e = -dF_e$$

$$dF = dF_e + dF_m = 0$$

となり、二つの力はつりあって合力は 0 である。

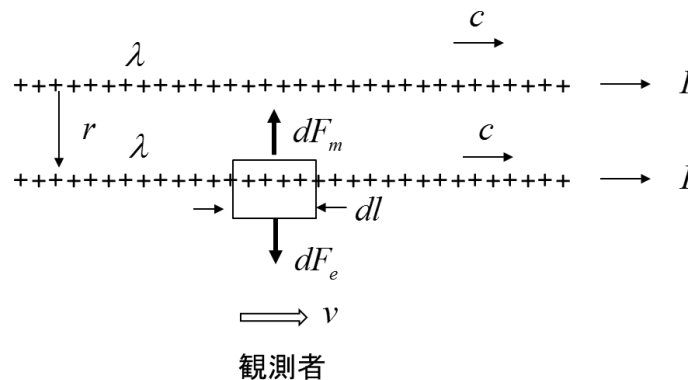


図 2 ケース 1 (電流が流れる方向を  $x$  軸, 力の向きを  $y$  軸)

これが、 $x$  軸方向に速度  $v$  で動く  $K'$  系の観測者にはどう見えるかである ( $K'$  系の速度の記号を  $u$  から  $v$  に戻している)。電流方向に動くので、電流の大きさが減少し、徐々に磁気力が弱くなると思うであろう。極端な場合、 $v=c$  であれば磁気力が消え、電気力と磁気力のバランスが崩れるであろう、すなわち、導線同士は反発力を受ける (= 押さえていなければ動き出す) と思うであろう。しかし、観測者は単に見ているだけで、物理現象に何も影響を与えていないのであるから、そのようなことになることは無いはずである。故に、これはパラドックスである。

では、実際はどうであろうか。力のローレンツ変換式(8)より、もともと  $F=0$  であれば、 $K'$  系においても  $F'=0$  であり、パラドックスはない。これはそのとおりなのであるが、何で、と言う部分が抜けていて、落ち着かない。

もう少し丁寧に見てみよう。 $K'$  系の観測者が下側の導線上の電界と磁界を見ると、式(5)より以下になる。

$$\begin{aligned} E'_y &= \gamma E_y - \gamma v B_z \\ &= -\frac{\gamma \lambda}{2\pi\epsilon_0 r} + \frac{\gamma\mu_0 \lambda c v}{2\pi r} \\ &= \gamma \left(1 - \frac{v}{c}\right) E_y \\ B'_z &= -\frac{\gamma v}{c^2} E_y + \gamma B_z \\ &= \frac{\gamma v \lambda}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} - \frac{\gamma\mu_0 \lambda c}{2\pi r} \\ &= \gamma \left(1 - \frac{v}{c}\right) B_z \end{aligned}$$

$K'$  系における電界と磁界の比が  $K$  系と同じであるので、 $K'$  系においても電気力と磁気力のバランスが保たれている (= パラドックスではない) ということになる。

もう一つ別の視点、電流や電荷密度のローレンツ変換について見てみよう。使う式は(6)式である。二本の導線 (断面積を 1 として正規化) の電荷密度は、 $K'$  系観測者が見ると

$$\lambda' = \gamma \lambda - \gamma \frac{v}{c^2} I = \gamma \lambda \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

となる。長さ  $dl'$  に働くクーロン力  $dF'_e$  は以下で算定される。

$$dF'_e = \lambda' dl' E'_y = -\frac{\gamma^2 \left(1 - \frac{v}{c}\right)^2 \lambda^2 dl'}{2\pi\epsilon_0 r}$$

さらに、観測者が見る電流  $I'$  も、速度は  $c$  で変わらず、式(6)より、

$$I' = \gamma I - \gamma v \lambda = \gamma(c - v)\lambda$$

となる。電流  $I'$  の長さ  $dl'$  当たりの力  $dF'_m$  は

$$dF'_m = \frac{\mu_0 I'^2 dl'}{2\pi r'} = \frac{\mu_0 \gamma^2 (c - v)^2 \lambda^2 dl'}{2\pi r} = -dF'_e \quad (\text{y方向の長さ } r \text{ は両系で変わらない})$$

となる。これより、二つの力は観測者の速度の如何に関わらずバランスが取れていて、先のパラドックスが解消されたわけである。

以上のように、三つの視点でのローレンツ変換、すなわち、力  $F$ 、電磁界  $E, B$ 、電流及び電荷密度  $I, \lambda$  でローレンツ力の慣性系に対するバランスを調べたが、いずれの場合も、辻褃が合った答えが導き出された。このように、電磁気学は相対論的性質を内包し絶妙に組み立てられていることが分かる。

## ケース 2：電流と共に走る電荷に対する力

図3のケースで考える。アインシュタインが相対性理論を生み出すきっかけとなった思考実験と言われている（ファインマンの物理学[6]の図13.10）。1本の直線状導線（断面積  $A$ ）がありその中を負電荷（電荷密度： $\rho_-$  [C/m<sup>3</sup>]）が速度  $v$  で動いている（同図上）。導線内には負電荷と同量の正電荷（電荷密度： $\rho_+$ ；ただし、 $\rho_+ = -\rho_- \equiv \rho$ ）が静止していて電氣的に中和している。この導線に平行に距離  $r$  離れ、負の電荷  $q$  が導線内の電荷と同じ速度  $v$  で動いている。この電荷と同じ速度で動く観測者（同図下）に力はどう感じるかという問題である。静止系  $K$  の観測者には、

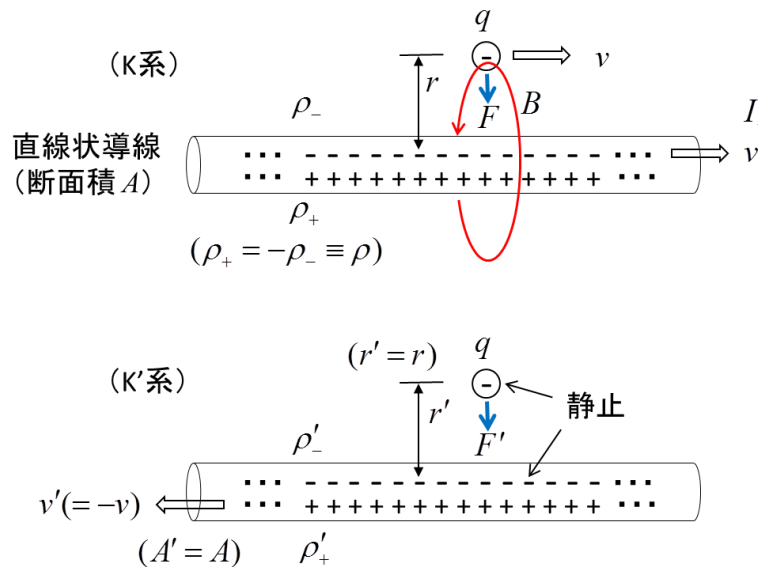


図3 ケース2 (上：静止している観測者が見る環境、下：移動する観測者が見る環境)



$$F = qvB = \frac{\mu_0 q v^2 \rho A}{2\pi r} \left( \because B = -\frac{\mu_0 I_-}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \rho v A}{2\pi r} \right)$$

の磁気力が導線に引かれる方向に働く。一方、 $K'$ 系の観測者にはその磁界が消えてしまうので、何の力も無い状態になっていると思うであろう。これがパラドックスである。でも、ケース1で学んできた読者には、待てよと思うところがあるであろう。

これも、ケース1と同様に三つの考え方をしてみたい。

① 力のローレンツ変換 (2.1 節末尾の(ii)) から、移動方向と直交する向きの力は  $F' = \gamma F$  であり、力の向きに変わりはない。大きさが  $\gamma$  倍違うのは、 $K$ 系と  $K'$ 系での時間の進み方の違いによる電荷密度の違いが現れている。

②  $K'$ 系では  $E'$ によるクーロン力のみであり、電界のローレンツ変換から

$$F' = qE' = \frac{q\gamma\mu_0 v^2 \rho A}{2\pi r} = \gamma F \left( \because E' = \gamma v B = \frac{\gamma\mu_0 v^2 \rho A}{2\pi r} \right)$$

となり、①と同じ結論になる。

③ (6)式を使って正負の電荷密度を  $K'$ 系で見ると

$$\rho'_- = \gamma\rho_- - \frac{\gamma v I / A}{c^2} = -\gamma\rho \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = -\frac{\rho}{\gamma}$$

$$\rho'_+ = \gamma\rho_+ = \gamma\rho$$

$$\rho' = \rho'_+ + \rho'_- = \frac{\gamma\rho v^2}{c^2}$$

であるので、 $K'$ 系において電荷  $q$  に働くクーロン力は

$$F' = qE' = \frac{q\rho' A'}{2\pi\epsilon_0 r'} = \frac{q\gamma v^2 \rho A}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} = \gamma F \quad (\because r' = r, A' = A)$$

となる。 $K$ 系では、電気力が、 $K'$ 系では磁気力が働かないが、力としてのバランスは①～③とも同じになり矛盾が無い。③より、 $K$ 系でバランスが取れていた正負の電荷密度が、 $K'$ 系ではバランスが崩れ、その結果として  $K$ 系には無かった電気力が生まれていると解釈できる。

付録  $\mathbf{F}' - q\mathbf{E}' - q\mathbf{v}' \times \mathbf{B}' \rightarrow \mathbf{0}$  の確認

$x$  成分  $F'_x - q(E'_x + v'_y B'_z - v'_z B'_y)$  を、それぞれの部分部分について調べてゆく。

$$\begin{aligned} v'_y B'_z - v'_z B'_y &= \frac{v_y}{\gamma \left(1 - \frac{uv_x}{c^2}\right)} \left(-\frac{\gamma u}{c^2} E_y + \gamma B_z\right) - \frac{v_z}{\gamma \left(1 - \frac{uv_x}{c^2}\right)} \left(\frac{\gamma u}{c^2} E_z + \gamma B_y\right) \\ &= \frac{1}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \left\{ (v_y B_z - v_z B_y) - \frac{u}{c^2} (v_y E_y + v_z E_z) \right\} \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} q(E'_x + v'_y B'_z - v'_z B'_y) \\ &= q \left[ E_x + \frac{1}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \left\{ (v_y B_z - v_z B_y) - \frac{u}{c^2} (v_y E_y + v_z E_z) \right\} \right] \end{aligned}$$

一方、

$$\begin{aligned} F'_x &= \frac{F_x - \frac{u}{c^2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\ &= \frac{F_x - \frac{u}{c^2} q \left\{ (E_x + v_y B_z - v_z B_y) v_x + (E_y + v_z B_x - v_x B_z) v_y + (E_z + v_x B_y - v_y B_x) v_z \right\}}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\ &= \frac{q \left\{ E_x + v_y B_z - v_z B_y - \frac{u}{c^2} (E_x v_x + E_y v_y + E_z v_z) \right\}}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \end{aligned}$$

これらを、以下の式に代入し整理すると

$$F'_x - q(E'_x + v'_y B'_z - v'_z B'_y) = 0$$

となる。他の成分も同様に 0 となり、ローレンツ力のローレンツ変換に対する共変性を確認することができた（証明したわけではないことに注意）。

## 参考文献

- [1] 唐沢好男, 電磁気学のからくり, Open Access Book, 2021.  
[http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR-YK-061\\_EM\\_Wonderland.pdf](http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/TR-YK-061_EM_Wonderland.pdf)
- [2] 唐沢好男, 無線通信物理層技術へのアプローチ, コロナ社, 2021.
- [3] 太田浩一, 電磁気学の基礎 II (§15.6), 東京大学出版会, 2012.
- [4] URL: 運動方程式のローレンツ変換不変性 :  
[http://fnorio.com/0173Lorentz\\_transformation\\_invariantly/Lorentz\\_transformation\\_invariantly.html](http://fnorio.com/0173Lorentz_transformation_invariantly/Lorentz_transformation_invariantly.html)  
(FN の高校物理 : <http://fnorio.com/index.htm> の中の 1 項目)
- [5] 戸田昭彦, “電磁気力と特殊相対性理論,”  
<https://home.hiroshima-u.ac.jp/atoda/Electromagnetism/23EM-Relative.pdf>
- [6] R.P.ファインマン, R.B.レイトン, M.L.サンズ: (宮島龍興訳), ファインマン物理学 III 電磁気学, 岩波書店, 1969.