日本学術会議　URSI-F 635
20 June., 2019

有相関フェージング環境下でのマッシブMIMOの伝送能力について

唐沢　好男

発表の要旨

空間相関のあるマルチパス環境（レイリーフェージング環境と仲上・ライスフェージング環境）におけるマッシブMIMOの情報伝送能力を調べる。マッシブMIMOの構成として送受信の双方に大規模アレーアンテナを有する伝送システムを取り上げ、多数存在する直交ストリームのうちの上位20%以内の使用においては、空間相関はむしろメリットとして働く（＝通信路容量を上げる）ことを示す。解析は、無相関の場合には、ランダム行列の理論で求められている漸近固有値分布：マルチェンコ・パスツール則が適用できるが、相関環境ではそれが困難なので、計算機シミュレーションで行った。高い空間相関を許容すると言うことは、アンテナ間隔を狭めてよいと言うことであり、小型コンパクトなシステムの可能性を示している。

発表内容

１） 検討対象マッシブMIMO

２） 大規模ランダム行列の漸近固有値分布

（マルチェンコ・パスツール則）

３） チャネルモデル

４） 有相関環境における漸近固有値分布

５） 通信路容量

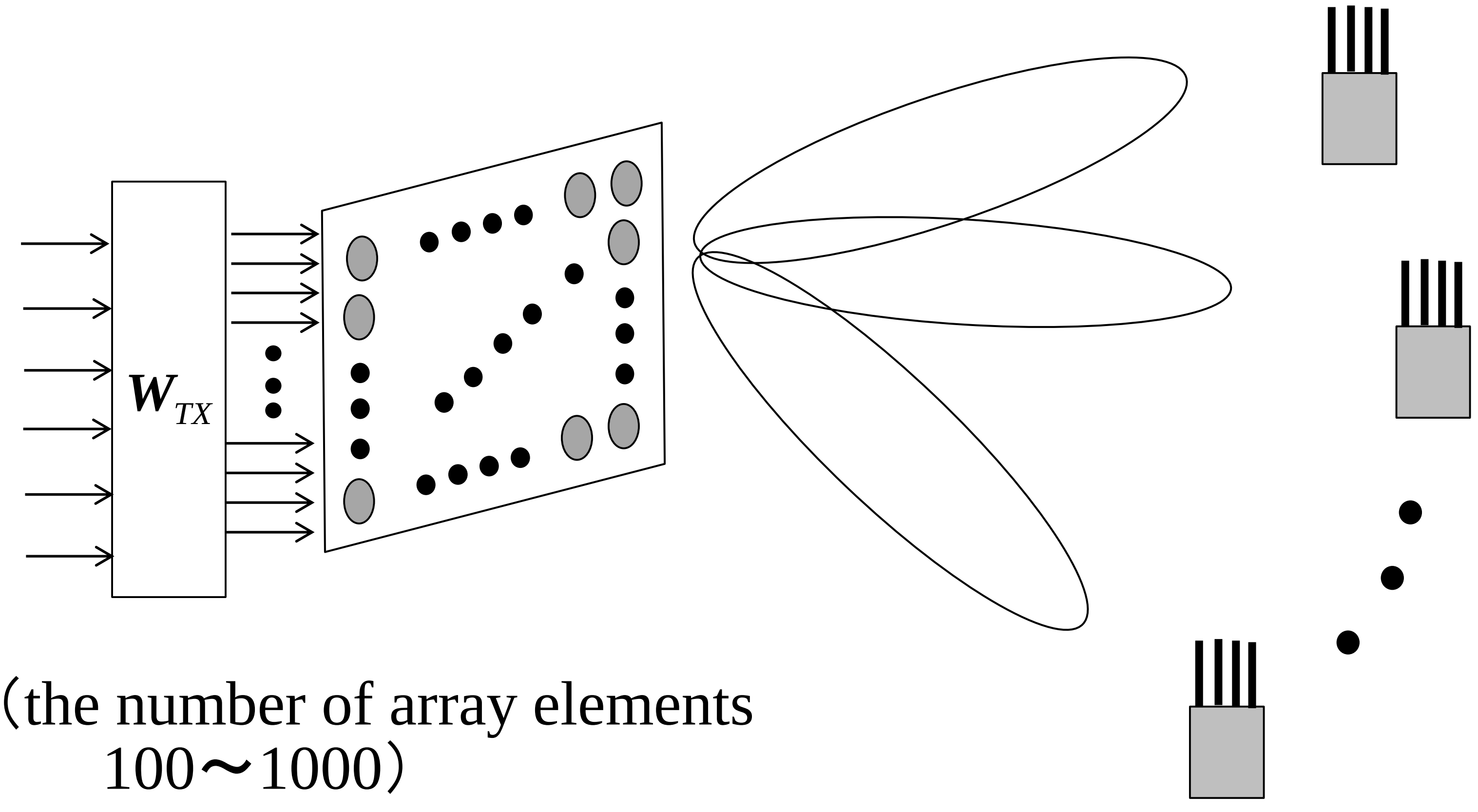
６） まとめ

このテーマでの発表

AP/RCS研　2018年11月、AP研　2019年1月

今回はそのときの間違い訂正を含む

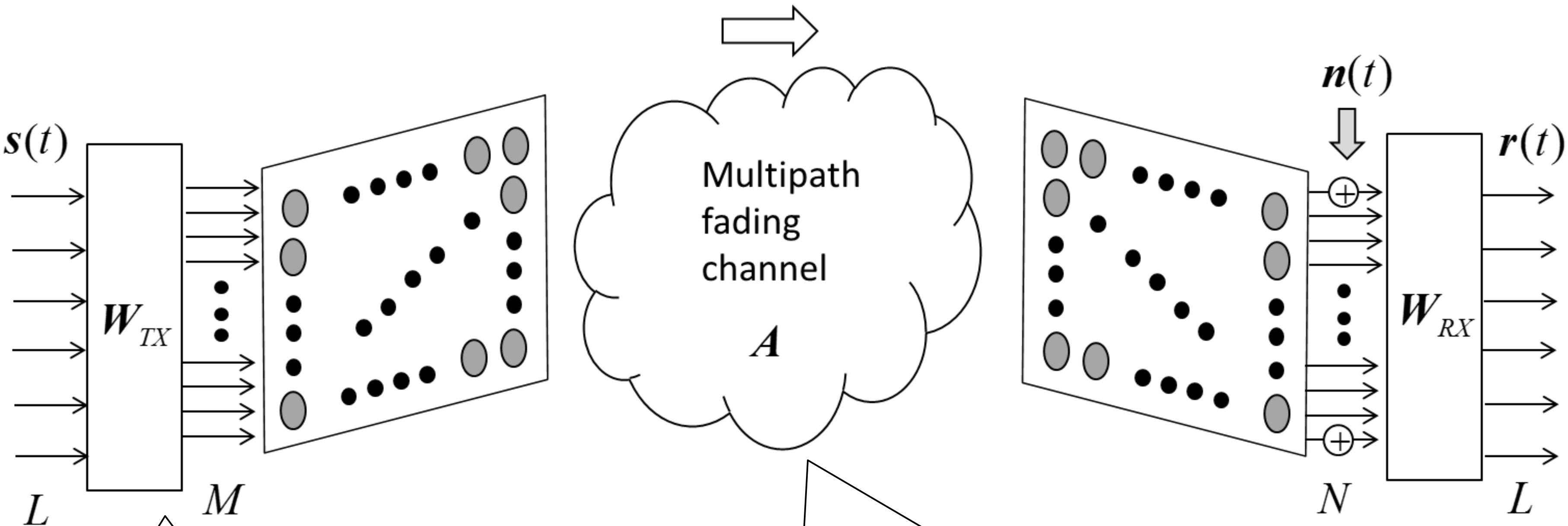
第5世代移動通信のマッシブMIMO情報伝送システム
（高機能マルチユーザシステム）



（the number of array elements
100～1000）

今回発表は、このタイプではなく

送受信の双方で大規模アレーを有するマッシブMIMO



伝送方式
・固有モード伝送
（マルチストリーム伝送）
・$M \geq N$として、
N ストリームから
上位 L ストリームを使う

アレー素子間に相関（空間相関）有り
・レイリーフェージング（NLOS）
・仲上ライスフェージング（LOS）

$$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{W}_{RX}^{\mathrm{H}} \left\{ \boldsymbol{A} \boldsymbol{W}_{TX} \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t) \right\}$$

大規模行列の漸近固有値分布

ランダム行列の固有値問題

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{e} = \lambda\boldsymbol{e}$$

行列の次元が大きくなると、行列の固有値が、行列要素の分布とは関係なく、特定の確率分布に収斂する

⇨　漸近固有値分布

ランダム行列の理論から導かれている漸近固有値分布の３つの法則（行列要素がi.i.d.の場合）

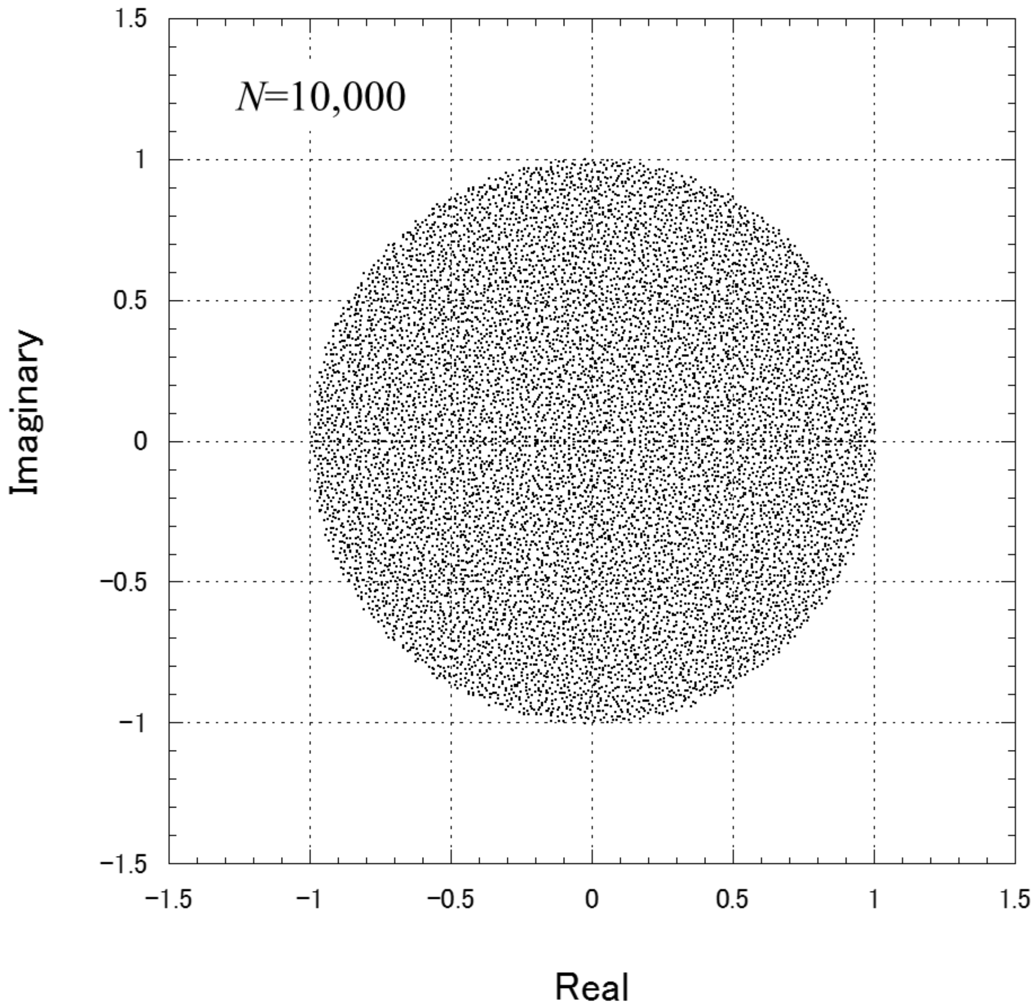
1）　ランダムな要素よりなる正方行列　→　円則

2）　実数対称行列　→ ウィグナーの半円則

3）　ウィシャート行列　→ マルチェンコ・パスツール則

ランダム行列の漸近固有値分布（その1）： 円則

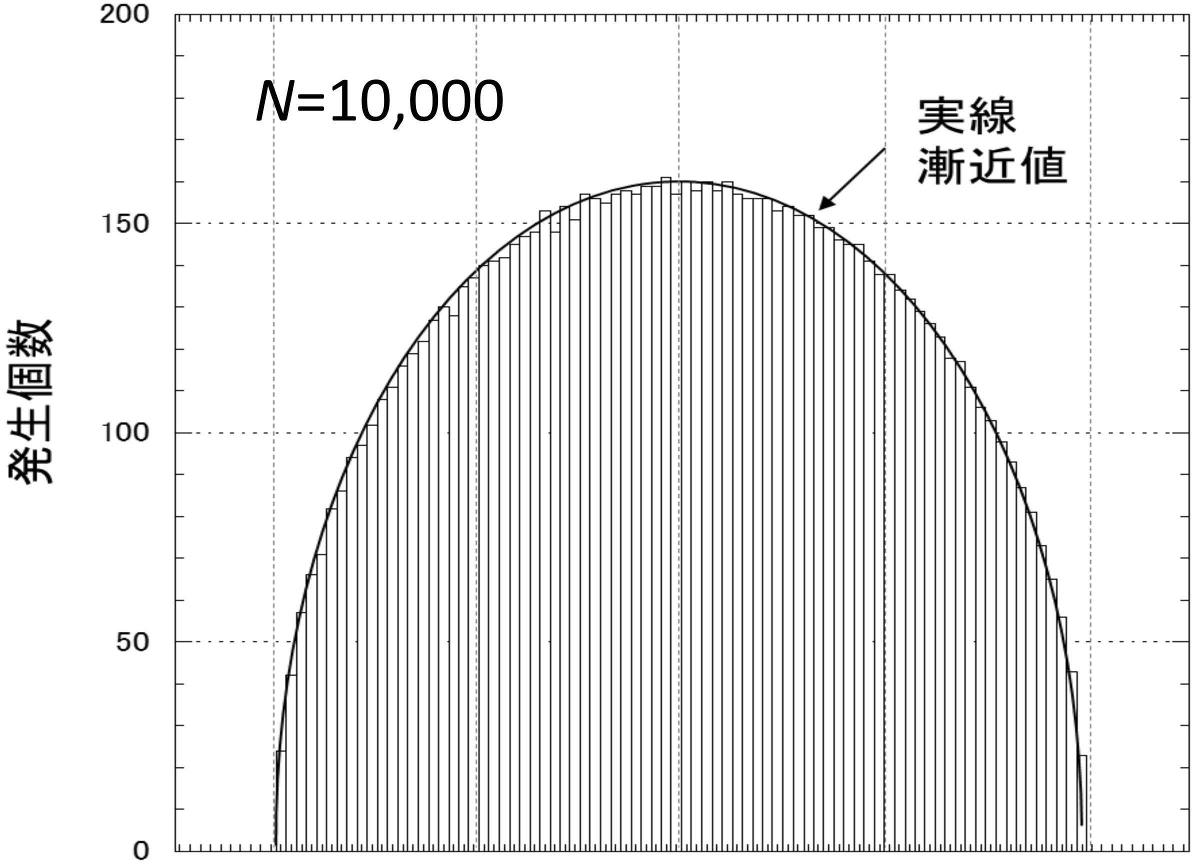
ランダムな要素（平均値0、分散1）でなる正方行列の正規化固有値



$$\hat{\lambda}\left(=\lambda/\sqrt{N}\right)$$

ランダム行列の漸近固有値分布（その2）：ウィグナーの半円則
要素（平均0、分散1）でなる実対称行列(*)の正規化固有値

（*：複素エルミートランダム行列でも成り立つ）



正規化固有値 $\hat{\lambda}\left(=\lambda/\sqrt{N}\right)$

ランダム行列の漸近固有値分布(その3):マルチェンコ・パスツール則
ウィシャート行列の正規化固有値

ランダム行列 $\boldsymbol{A}$ (行列サイズ: $N \times M$)

ウィシャート行列

$\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$ (行列サイズ: $N \times N$)

$\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}$ (行列サイズ: $M \times M$)

ランダム行列 $\boldsymbol{A}$ の要素が i.i.d. ⇨ マルチェンコ・パスツール則

(マッシブMIMOの特性評価では、
ウィシャート行列の漸近固有値分布が重要)

漸近固有値分布(マルチェンコ・パスツール(MP)則に基づく)

MとNの比をβとし、そのもとでの$N\to\infty$での順序無正規化固有値の漸近固有値分布を考える

$$\beta \equiv M / N$$

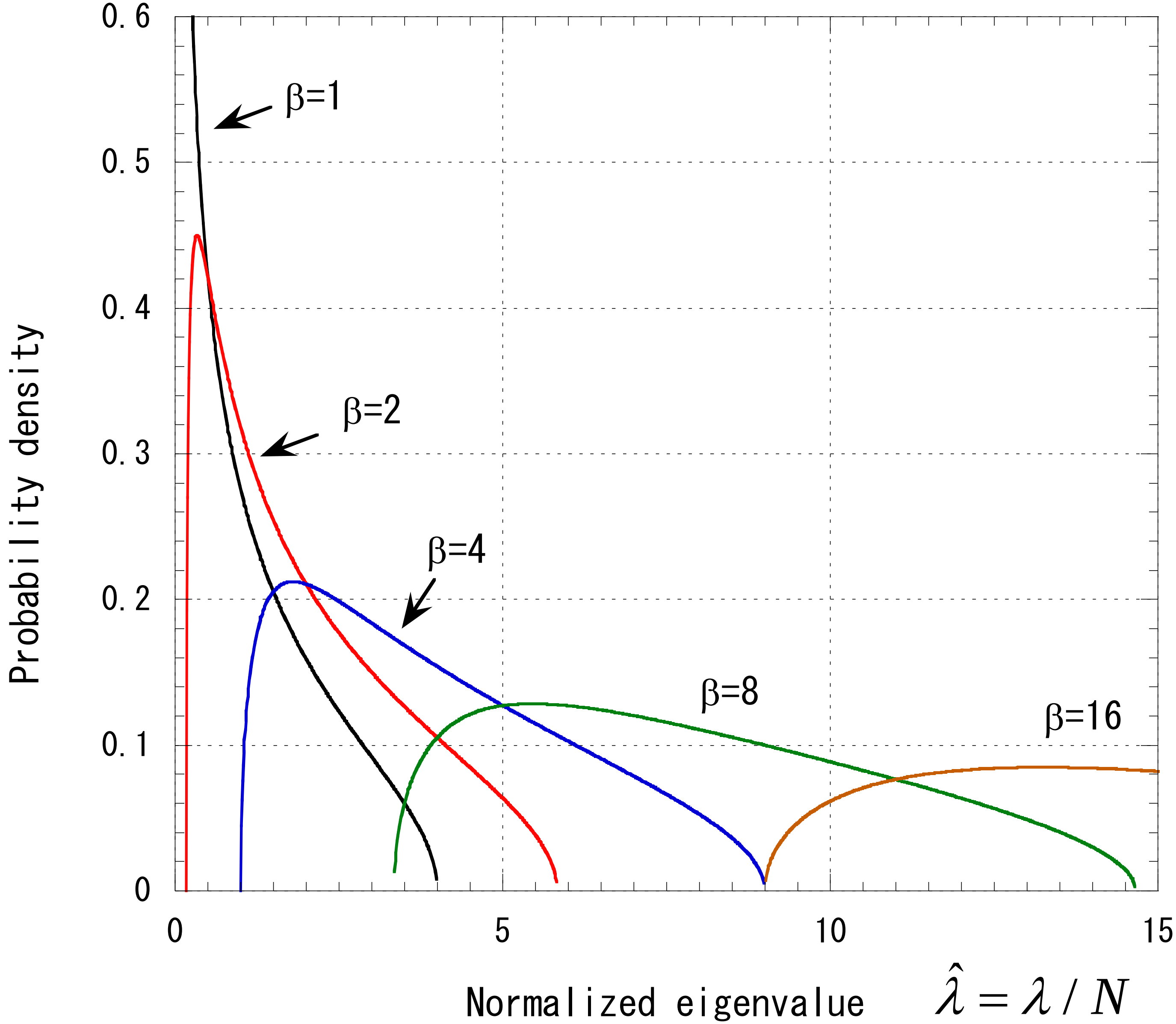
$$\hat{\lambda} = \lambda / N \quad \longleftarrow \quad \text{順序無正規化固有値}$$

$$f(\hat{\lambda}, \beta) = \lim_{N\to\infty} f_i^{unord}(\hat{\lambda}; N, \beta) \quad \longleftarrow \quad \text{漸近固有値分布}$$

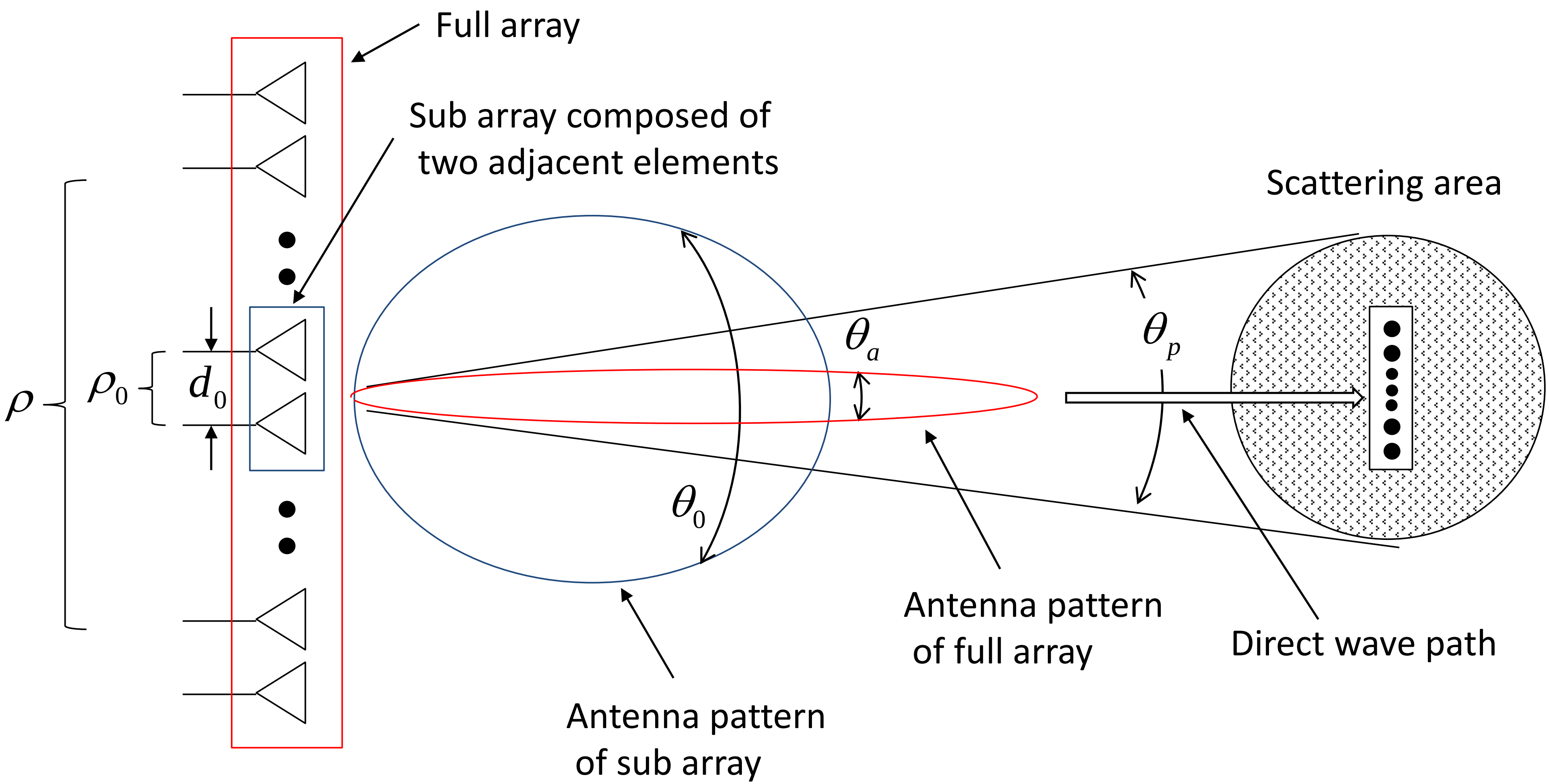
⇓ $N \leq M$、すなわち$\beta \geq 1$の$\boldsymbol{AA}^{\mathrm{H}}$の漸近固有値に対して

$$f(\hat{\lambda}) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{4\beta - (\hat{\lambda} - 1 - \beta)^2}}{2\pi\hat{\lambda}} & \text{for} \left(1-\sqrt{\beta}\right)^2 \leq \hat{\lambda} \leq \left(1+\sqrt{\beta}\right)^2 \\ 0 & \text{for others} \end{cases}$$

MP則に従う漸近固有値分布



チャネルモデル（仲上・ライスフェージング）



$\theta_p \leq \theta_0$ ⟶ 空間相関の影響を受ける

$\theta_a << \theta_p$ ⟶ 空間多重効果が働く

チャネルモデル（仲上・ライスフェージング）

K; ライスファクタ

パスの角度プロファイル

$$\Omega_{NR}(\theta) \propto \frac{K}{(K+1)}\delta(\theta-\theta_m) + \frac{1}{(K+1)\sqrt{2\pi}\sigma_\theta}\exp\left(-\frac{(\theta-\theta_m)^2}{2\sigma_\sigma^2}\right)$$

空間相関

$$\rho(\Delta x) \approx \exp\left\{-jk\Delta x \sin\theta_m - \frac{\left(k\Delta x \sigma_\theta \cos\theta_m\right)^2}{2}\right\}$$

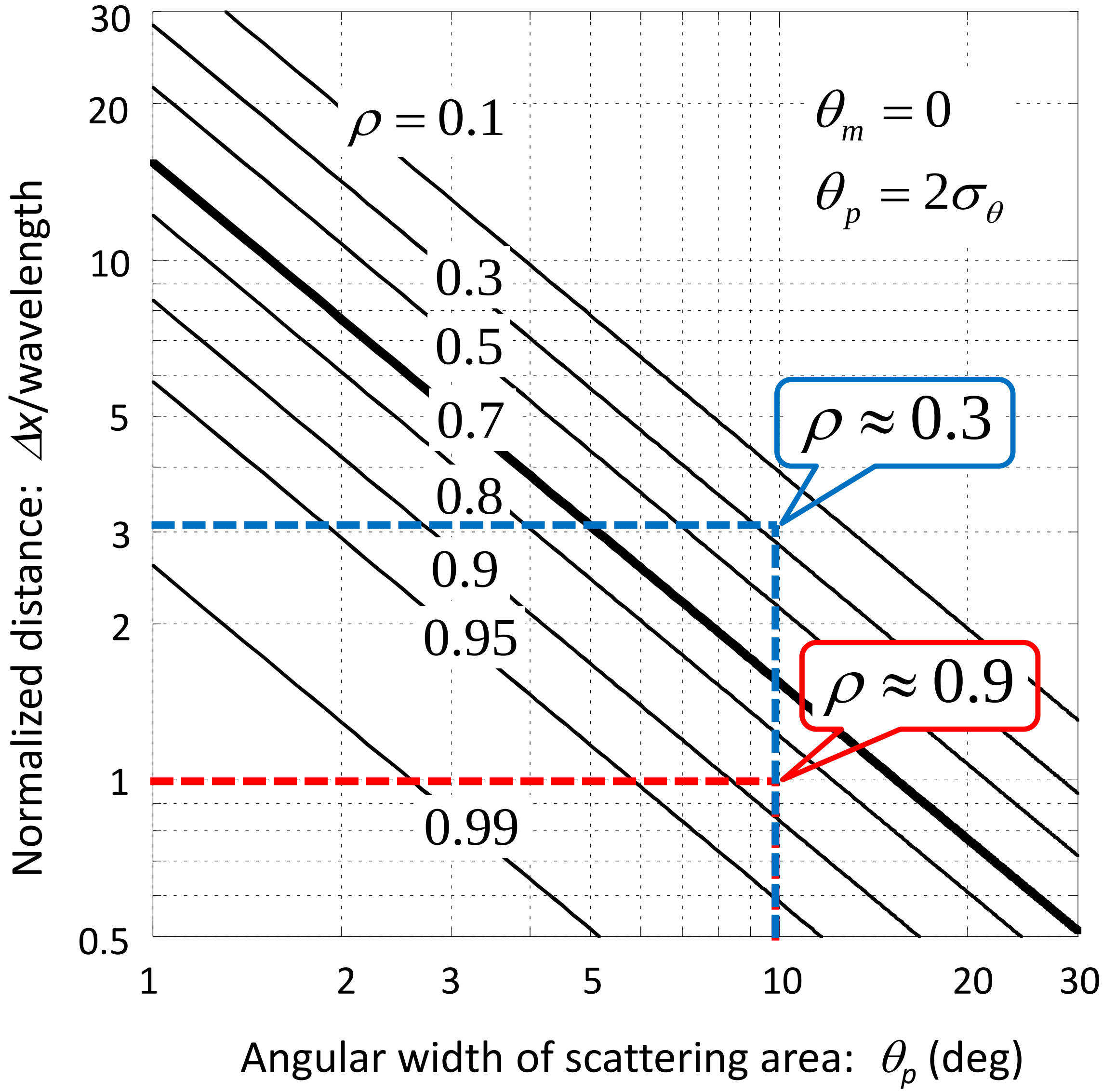
チャネル行列 ($N \times M$)

$$\boldsymbol{A} = \sqrt{\frac{K}{K+1}}\boldsymbol{A}_D + \sqrt{\frac{1}{K+1}}\boldsymbol{A}_R$$

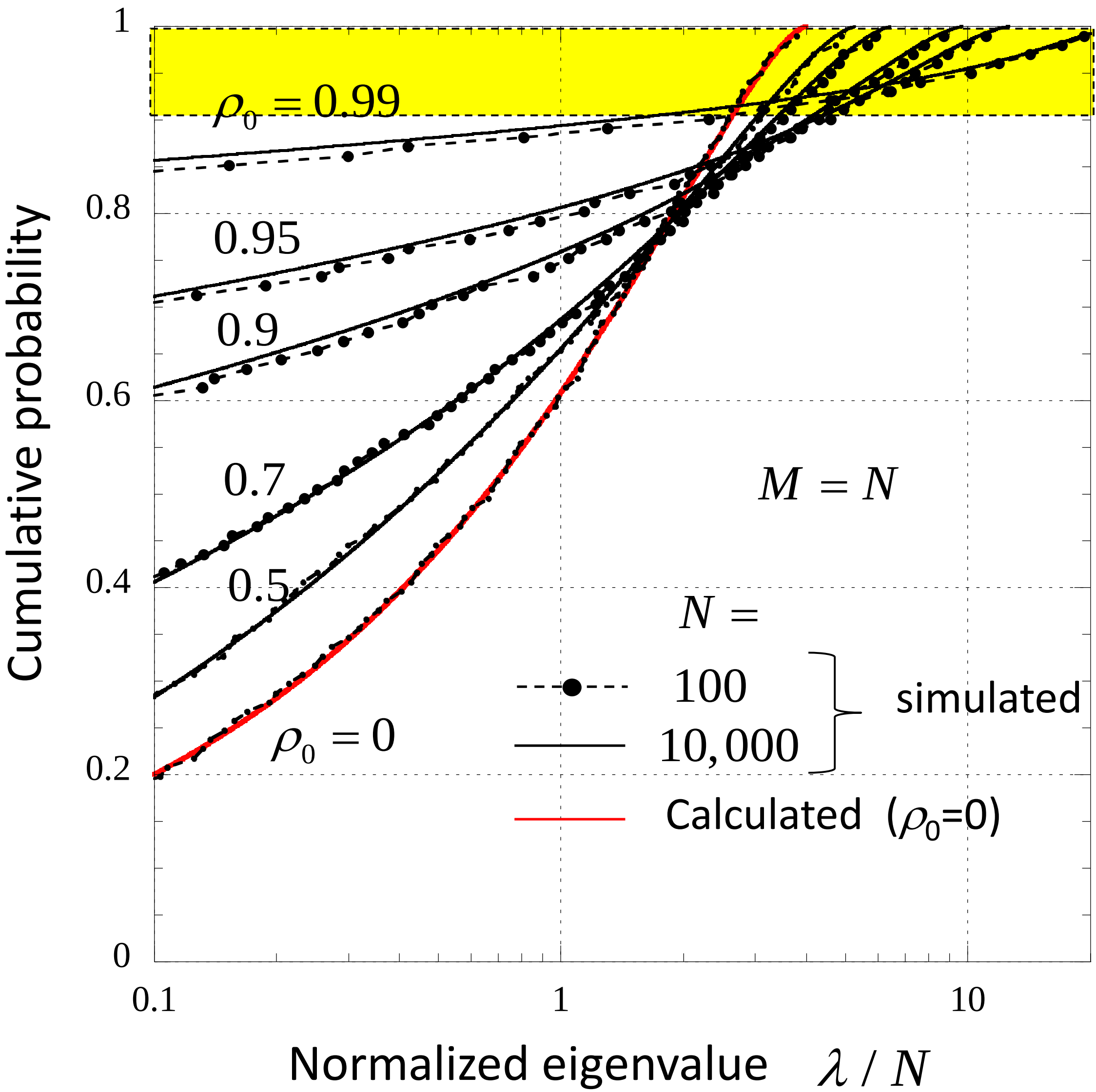
$$\boldsymbol{A}_R = \sqrt{\boldsymbol{\Pi}_{RX}}\,\mathbf{A}_0\sqrt{\boldsymbol{\Pi}_{TX}}^{\mathrm{H}}$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{TX} = \left\{\rho\left(d_0(m-m')\right)\right\} \quad \left(m, m' = 1, 2, \cdots, M\right), \qquad \boldsymbol{\Pi}_{RX} = \boldsymbol{I}_N$$

パスの角度幅(θ_p)、アンテナ間隔(Δx)と空間相関(ρ)の関係



有相関レイリーフェージング環境での漸近固有値分布



上位10%の固有値は、相関が有る方が大きい

→その部分だけ使うマルチストリーム伝送を行えば、有相関時のほうが通信路容量が大きくなる

N=100と10,000が良く一致

→ 有相関時にも漸近固有値分布が存在する

通信路容量

受信信号 $\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{W}_{RX}^{\mathrm{H}} \left\{ \boldsymbol{A}\boldsymbol{W}_{TX}\boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t) \right\}$

送受信ウェイトは、固有ベクトル行列を用いた固有モード伝送
送信電力配分は、等電力配分と注水定理による最適配分

有相関時の通信路容量

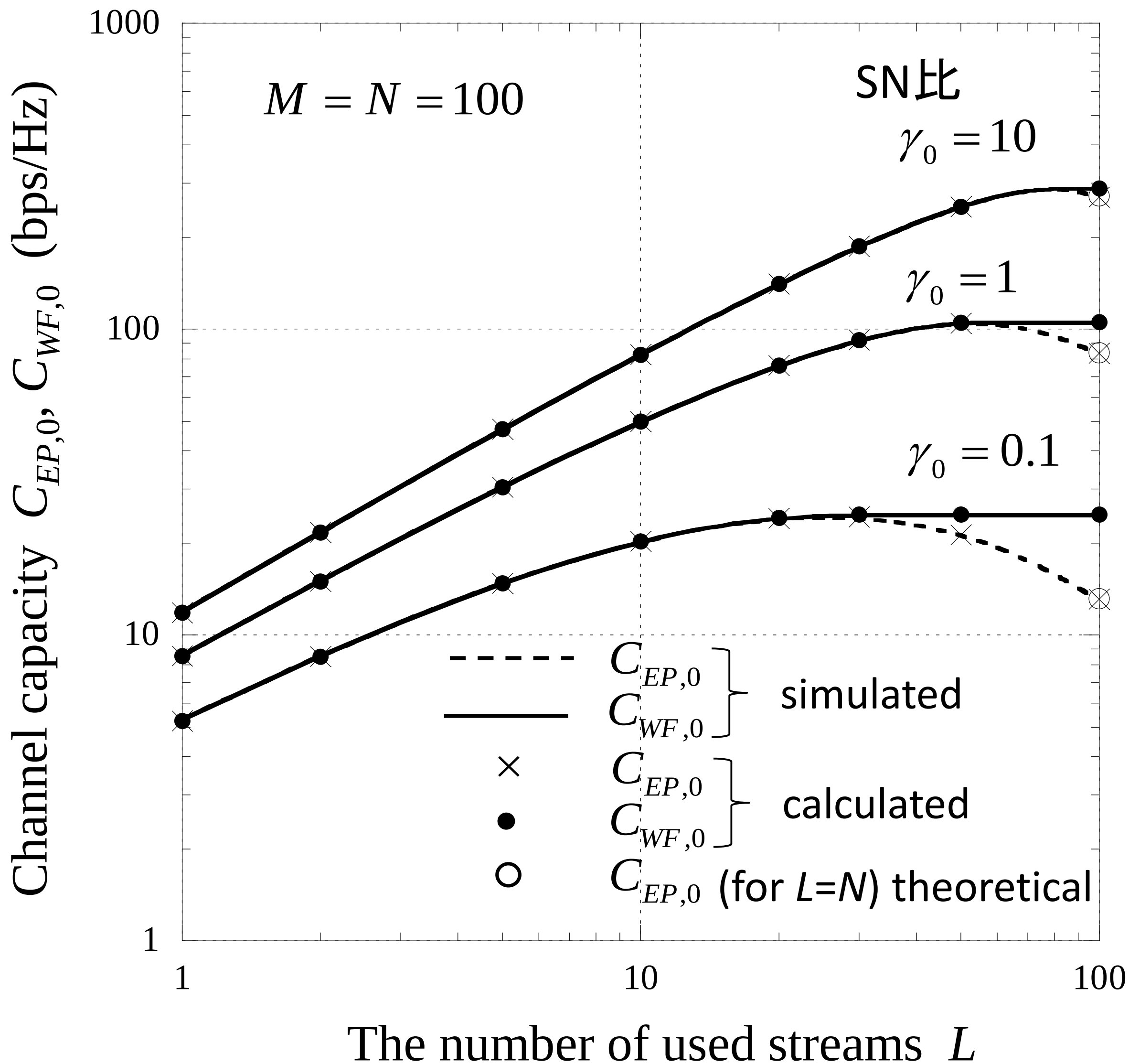
等電力配分 $$C_{EP} = \sum_{i=1}^{L} \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_0 \lambda_i}{L} \right)$$

最適配分 $$C_{WF} = \sum_{i=1}^{L_0} \log_2 \left(1 + \alpha_i^2 \gamma_0 \lambda_i \right) \quad (L_0 \le L)$$

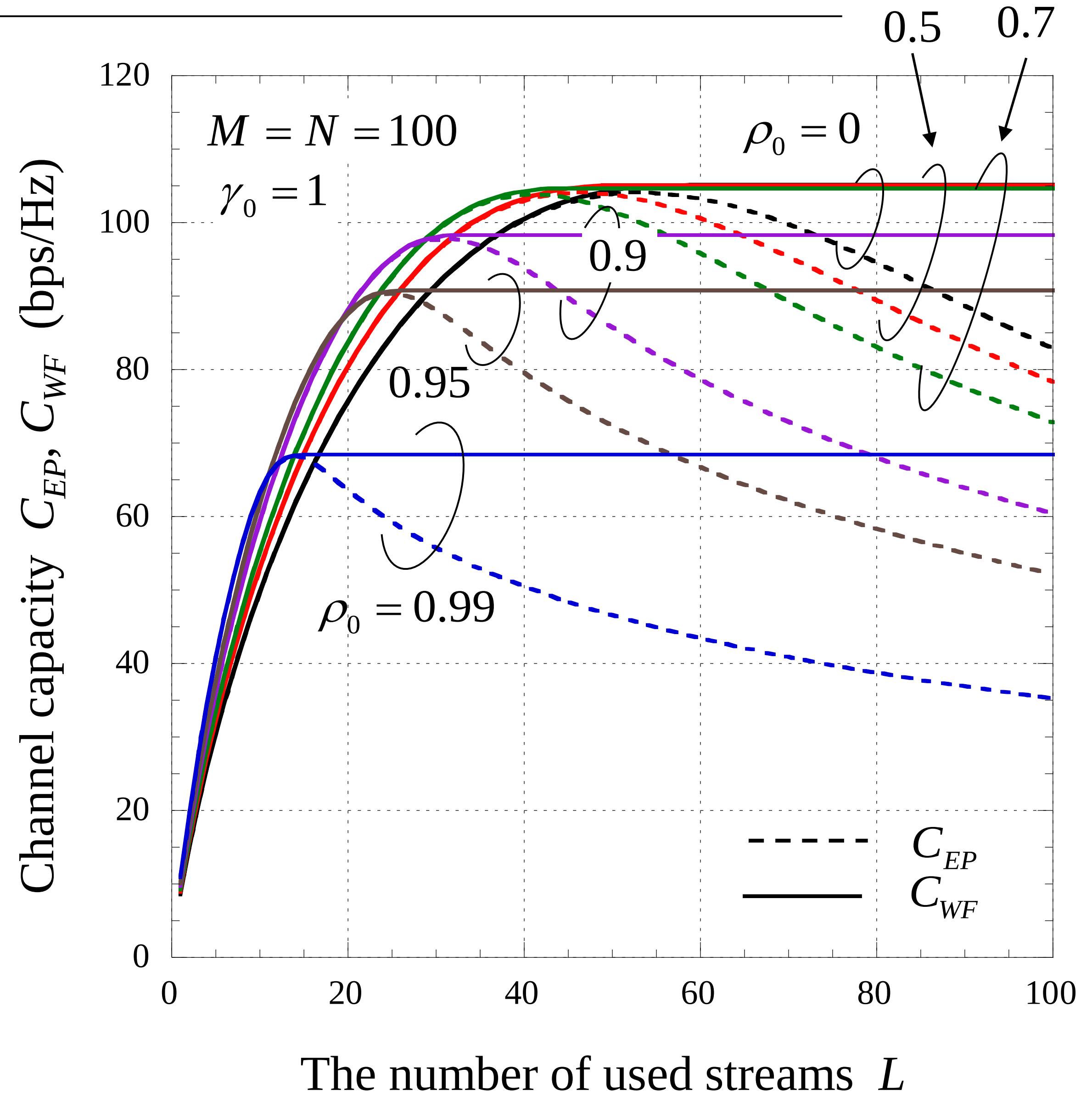
無相関時の通信路容量

漸近固有値の理論分布を用いて計算で求められる

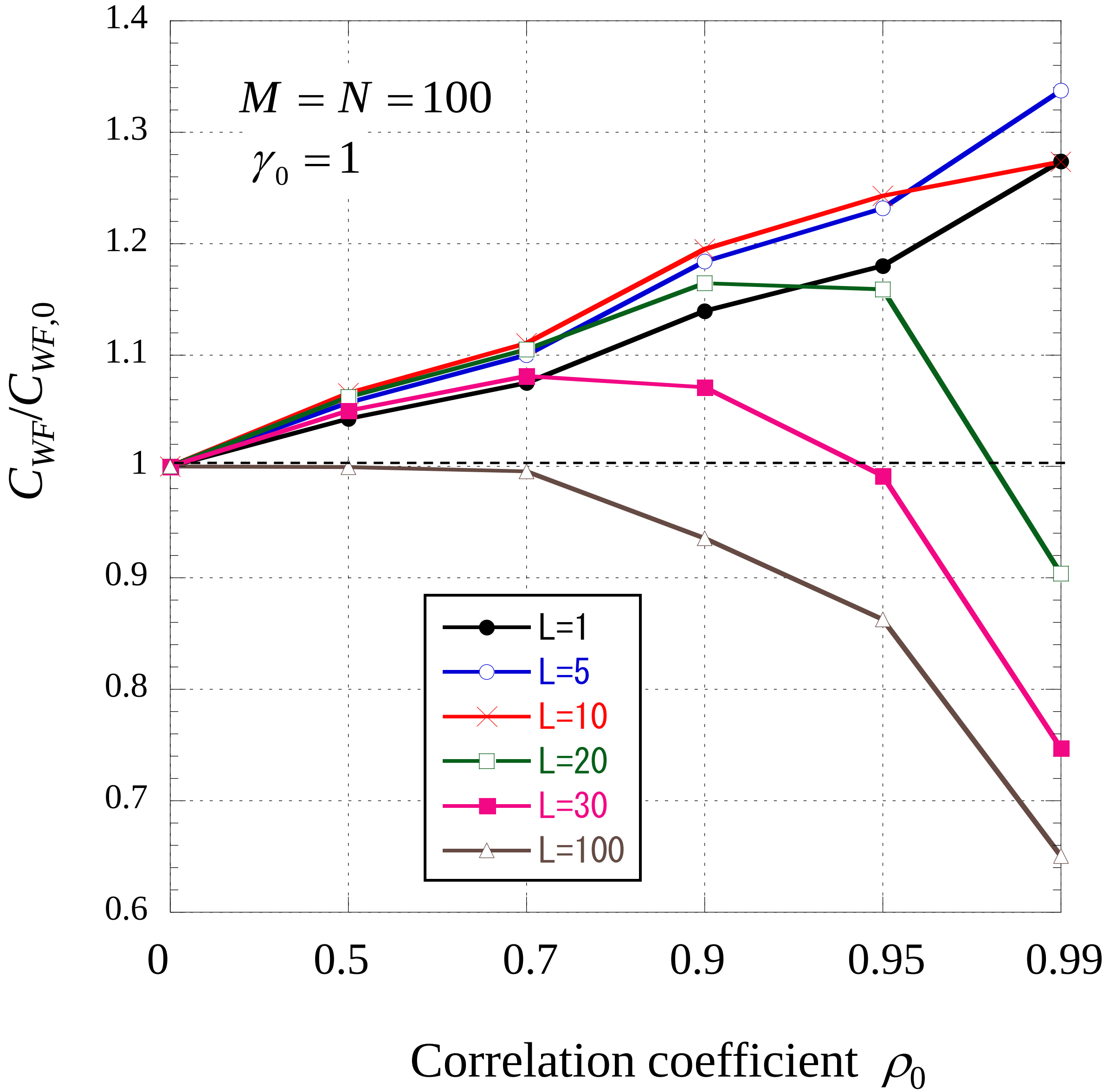
無相関レイリーフェージング環境での通信路容量シミュレーション値と理論値の比較



有相関レイリーフェージングでの通信路容量（SN比=1の場合）

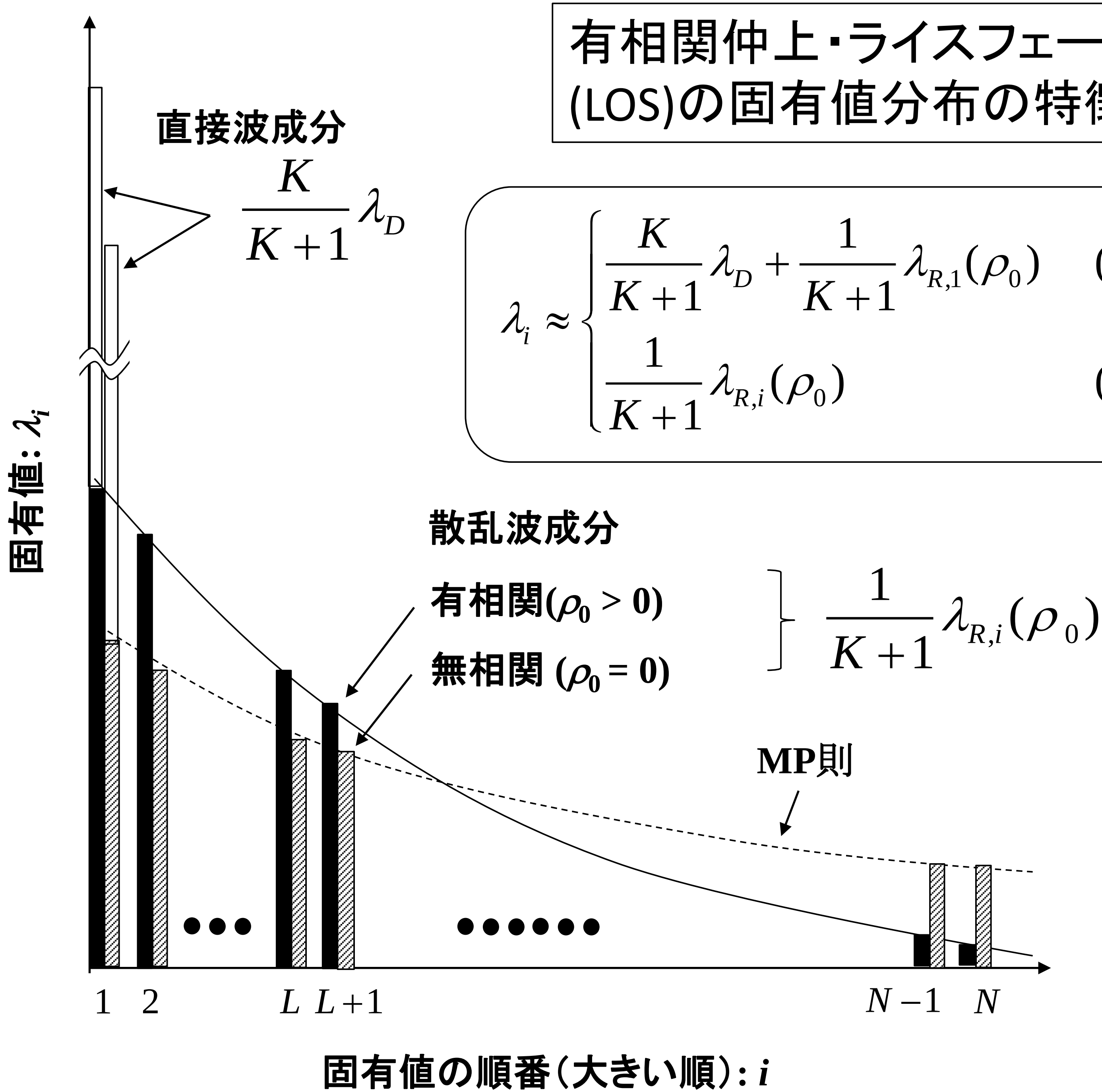


レイリーフェージングでの通信路容量比（有相関/無相関； SN比=1の場合）

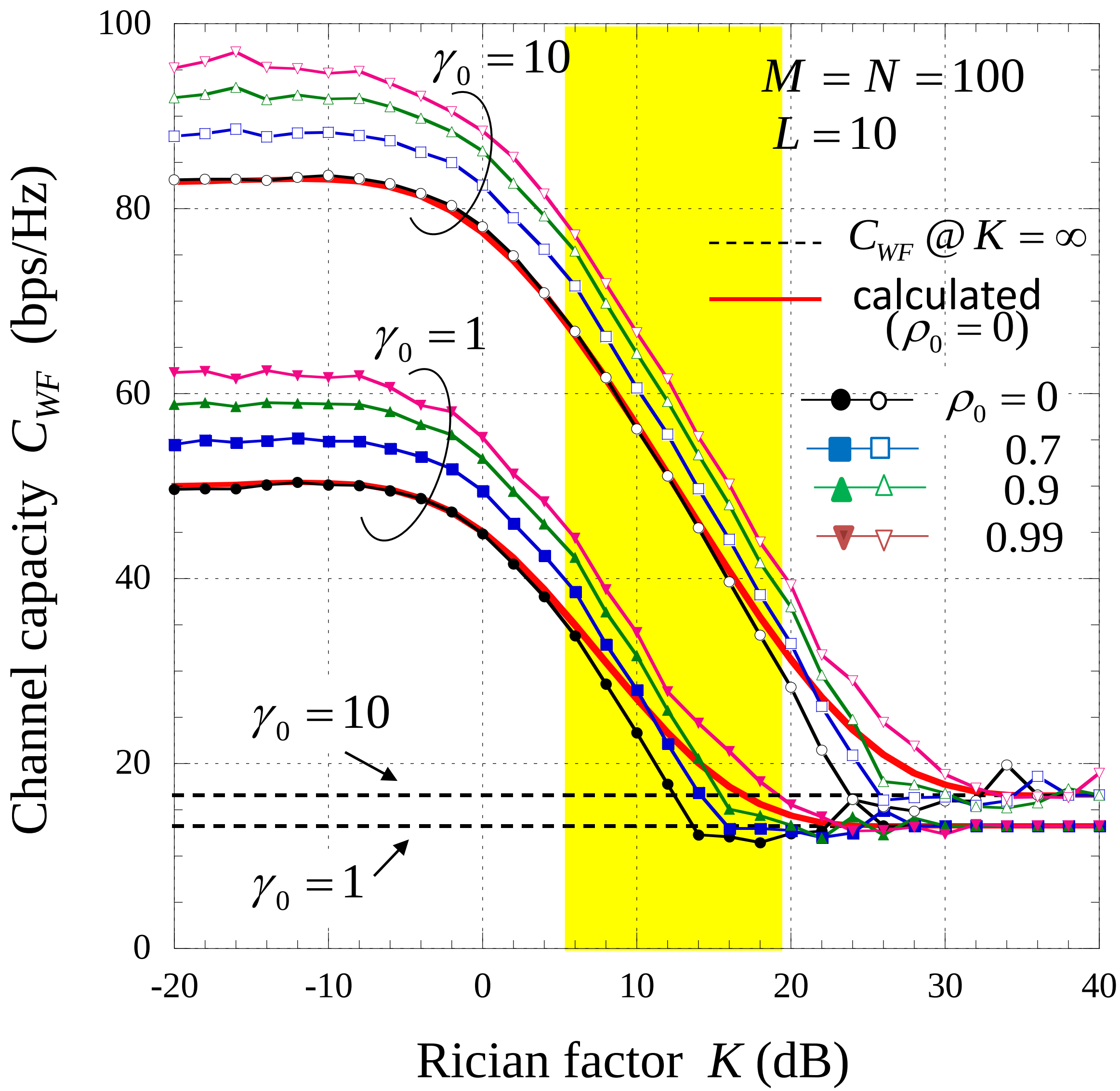


有相関仲上・ライスフェージング(LOS)の固有値分布の特徴

$$\lambda_i \approx \begin{cases} \dfrac{K}{K+1}\lambda_D + \dfrac{1}{K+1}\lambda_{R,1}(\rho_0) & (i=1) \\ \dfrac{1}{K+1}\lambda_{R,i}(\rho_0) & (i \neq 1) \end{cases}$$

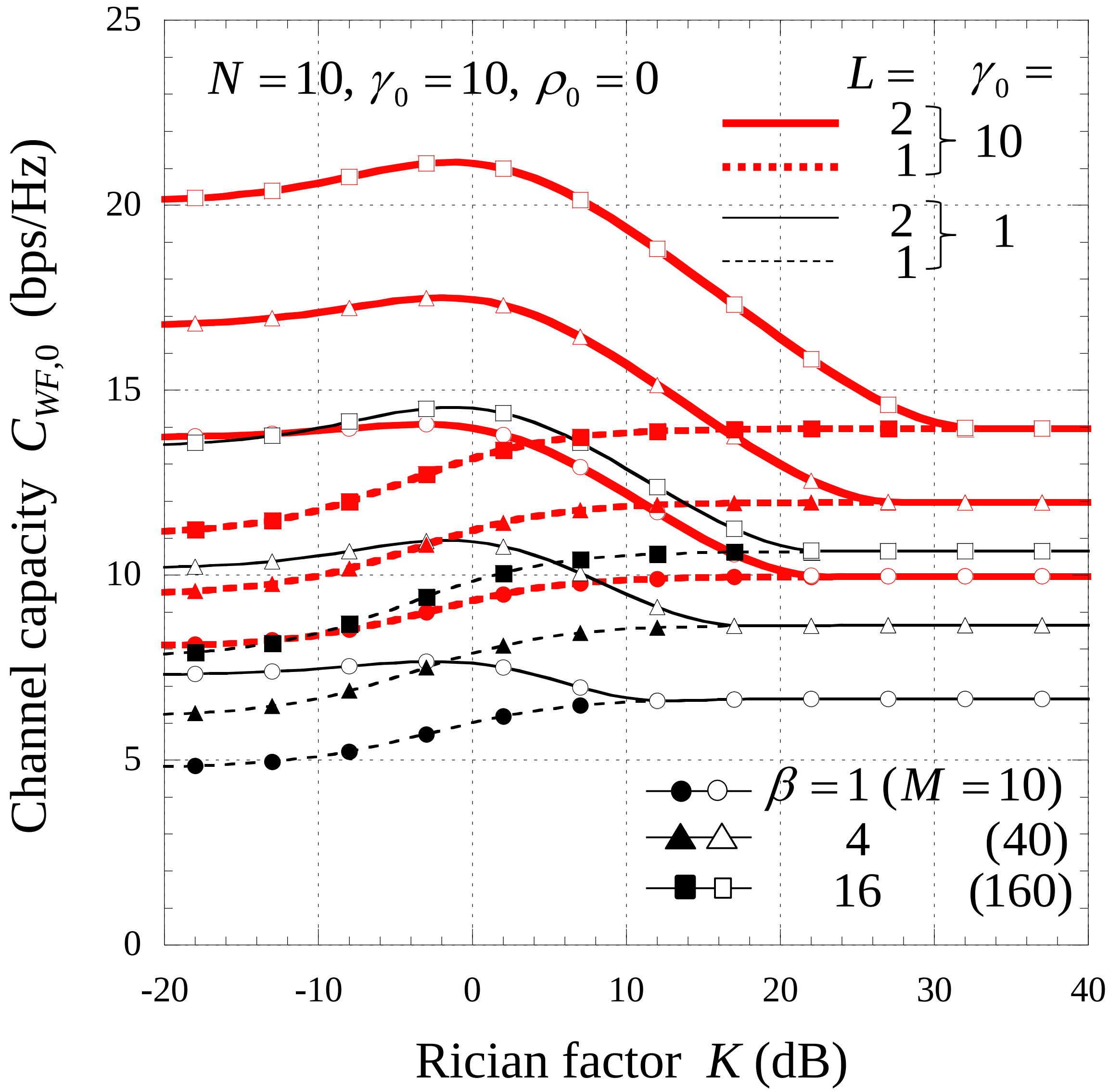


有相関仲上・ライスフェージング環境での通信路容量（M=N=100, L=10の場合）



LOS環境でも、通常生起するK=5dB～20dB程度では、マルチストリーム伝送の効果が大きい

無相関仲上・ライスフェージング環境での通信路容量
（N=10, M=10, 40, 160, L=1, 2 の場合）



まとめ

１）ストリーム数が20%以下では空間相関は通信路容量を増加させる

２）空間相関が有ってもよいのでアレーアンテナを小型サイズで実現できる

３）空間相関が無い場合の通信路容量（計算で求められる）は、ストリーム数20%程度のマルチストリーム伝送において、通信路容量の下限値を与える。

４）LOS環境においてもKが5～20dB程度では、マルチストリーム伝送の効果が大きい

本発表内容の詳細は技術レポート: YK-016_rev
http://www.radio3.ee.uec.ac.jp/ronbun/Massive_MIMO_TR-YK-016_rev.pdf
にまとめている

Open Question

大規模ランダム行列 $\boldsymbol{A}$ において

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_0 \sqrt{\boldsymbol{\Pi}_M}$$

【$\boldsymbol{A}_0$: 要素がi.i.d.のランダム行列

$\boldsymbol{\Pi}_M$: 相関行列（実数のテプリッツ形対称行列）】

１次元等間隔アレー(θ_m=0)

$\boldsymbol{A}_0 \boldsymbol{A}_0^{\mathrm{H}}$ の 漸近固有値分布 → マルチェンコ・パスツール則

$\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} = \boldsymbol{A}_0 \boldsymbol{\Pi}_M \boldsymbol{A}_0^{\mathrm{H}}$ → ？