

WSSUS通信路

～Bello論文への温故知新～

唐沢 好男

線形時変通信路 (time-variant linear channel) を WSSUS (Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering, 広義定常無相関散乱) 確率過程でモデル化したのは Bello (1963) [1] であり、この思想が、今日の移動伝搬チャネルモデル (多重波伝搬理論) の基礎になっている。Bello はその論文の中で、このモデル化には、Zadeh (1950) [2] と Kailath (1959) [3] の研究を下敷きにしていることを述べている。また、独立に、Gersho (1963) [4] の研究があったことも述べている。

Bello の論文 [1] は、34 ページの大作で、取り扱われている通信路表現 (システム関数) も多岐に亘るため、読みこなすには骨が折れる。そのエッセンスは、Parsons の移動伝搬の専門書 [5] にまとめられていてこちらはわかりやすいが、簡潔すぎて物足りなさがある。

本資料は、Bello 論文 [1] (特にその前半部である I ~ IV 節) に提示されている WSSUS の通信路の考え方と関連諸量の数式導出を、できるだけ丁寧にまとめている。Bello 論文に行き詰まったとき、その理解の手助けになればと願う。Bello が編み出した通信路モデルは、マルチパス伝搬遅延やドップラー周波数偏移のばらつきによって生じる時間・周波数領域での二重選択性フェージング環境でのデジタル伝送特性把握に不可欠なものであり、現代に生きる古典理論と位置づけられる。

発表の内容

- 1) WSSUSとBello論文
- 2) 入出力信号を結ぶシステム関数(積分変換とカーネル関数)
- 3) 二つのシステム関数系
 - 遅延が先かドップラーが先か？
(通信路の相反定理が成立するか？)
- 4) 瞬時環境を表す四つのシステム関数と相互の関係
- 5) システム関数の統計的性質
 - 相関関数と相互の関係
 - WSS, US, WSSUS
- 6) 二重選択性フェージングのキーパラメータ: スプレッドファクタ

THE BEST *of* THE BEST

**Fifty Years of Communications and
Networking Research**

Edited by

WILLIAM H. TRANTER

DESMOND P. TAYLOR

RODGER E. ZIEMER

NICHOLAS F. MAXEMCHUK

JON W. MARK

 **IEEE
COMMUNICATIONS
SOCIETY**

通信システムやネットワーク分野で
時代を切り開いたIEEE Com Soc論文
(1953～2001年半世紀での57編)を
集めている

Bello論文もその一つ

先人が紡ぎ出した理論を読みといて、
それを次代の人に繋いで行くのが、
我々世代の役割

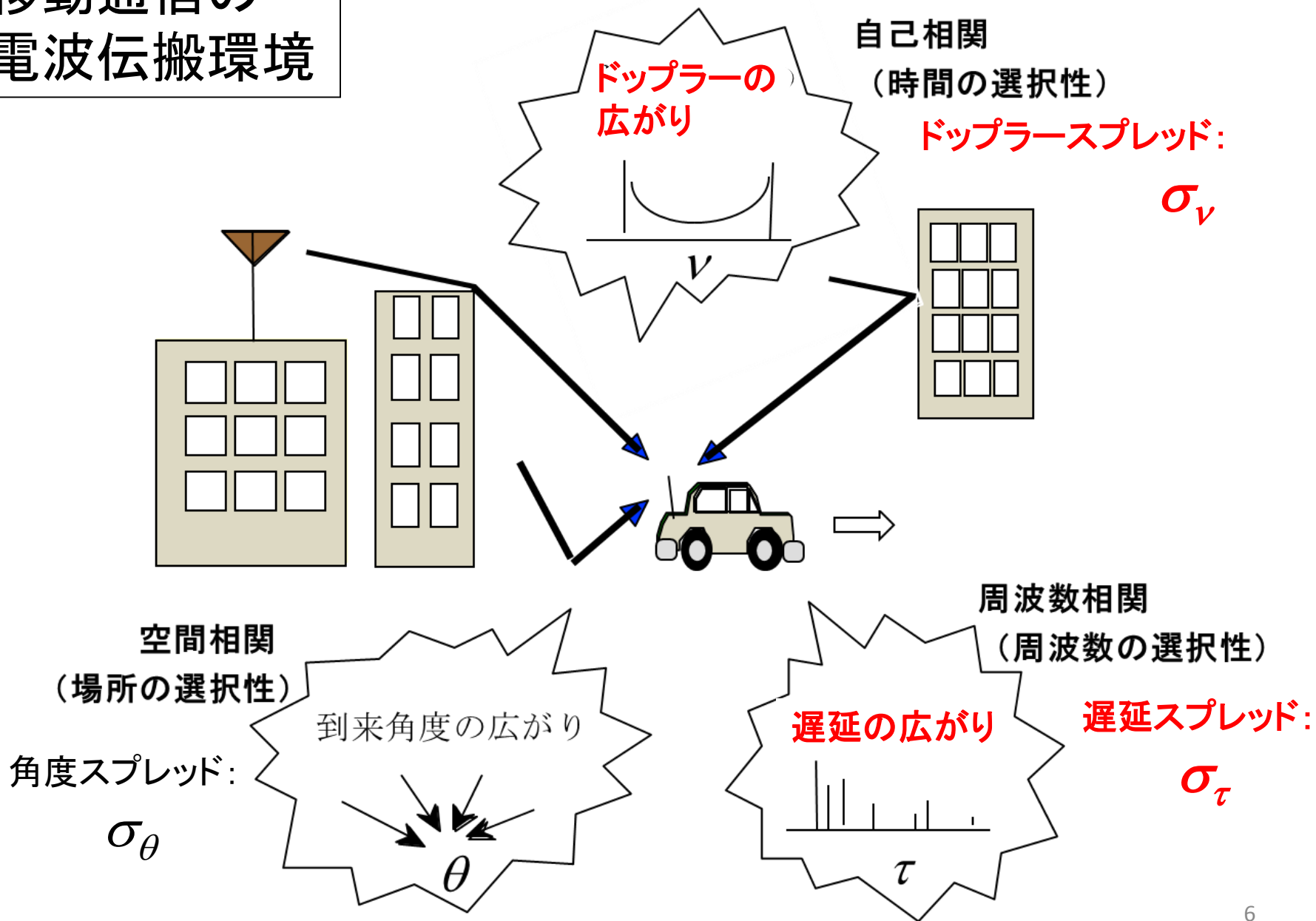
Bello論文

Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels

Philip A. Bello (ADCOM Inc.)

IEEE Trans. Commun. Sys., CS-11, pp. 360-393, 1963.

移動通信の 電波伝搬環境



伝搬現象に現れる二つの要因と それに伴う時間変動と周波数変動

2つの独立な
伝搬要因

端末の
動き

通路長の
差

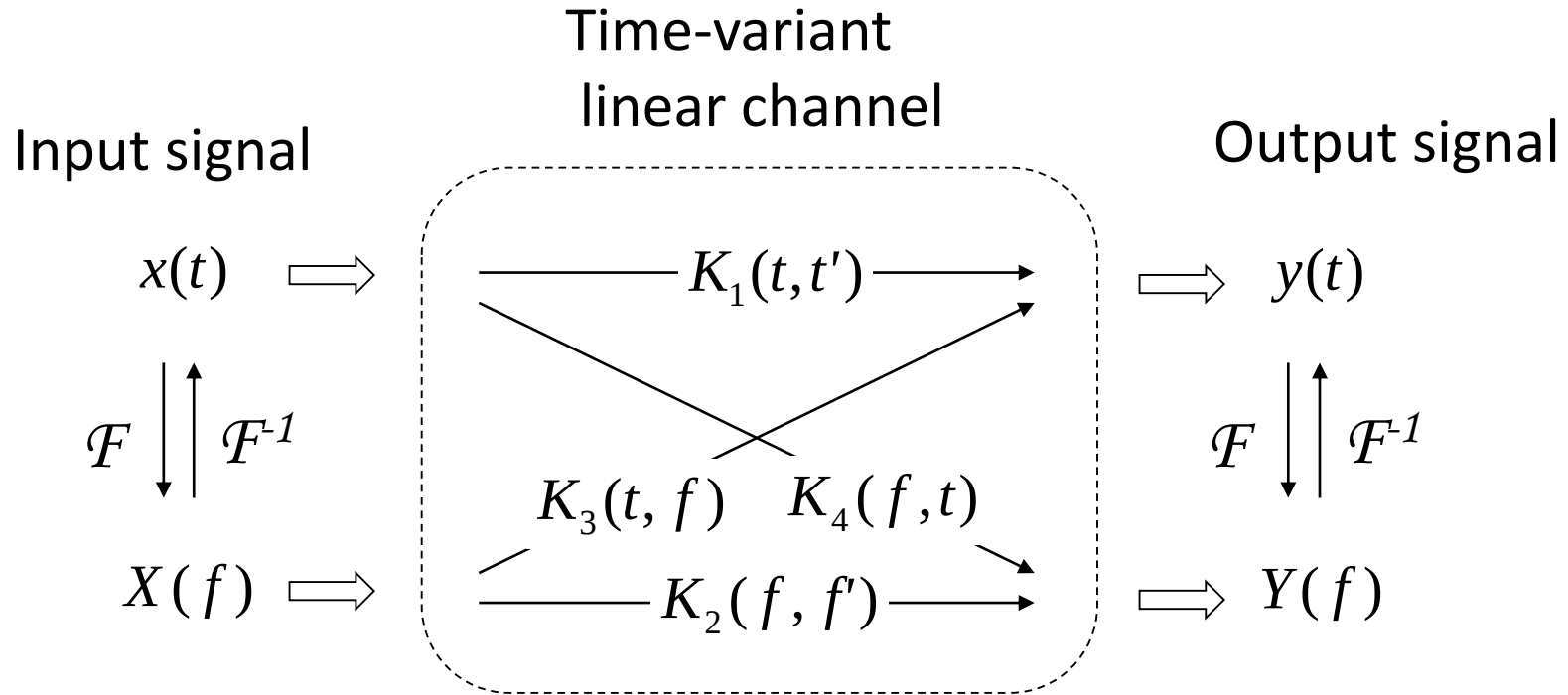
変数	記号	単位
時間	t	秒
周波数	f	Hz
遅延	τ	秒
ドップラー偏移	ν	Hz

時間領域の現象
(独立な扱い)

周波数領域の現象
(独立な扱い)

受信信号と送信信号の関係を結びつける積分変換(カーネル関数)

Kernel system functions



積分変換

$$y(t) = \int x(t') K_1(t, t') dt'$$

$$Y(f) = \int X(f') K_2(f, f') df'$$

$$y(t) = \int X(f) K_3(t, f) df$$

$$Y(f) = \int x(t) K_4(f, t) dt$$

信号表現

$$s(t) = \text{Re} \left[\underbrace{x(t)}_{\substack{\text{等価低域通過信号 (複素数)} \\ \text{(baseband signal)}}} \underbrace{e^{j2\pi f_c t}}_{\substack{\text{解析信号 (複素数)} \\ \text{(analytic signal)}}} \right]$$

↑

帯域通過信号 (実数)
(band-pass signal)

以下では、等価低域通過系 (ベースバンド系) 表現を用いる

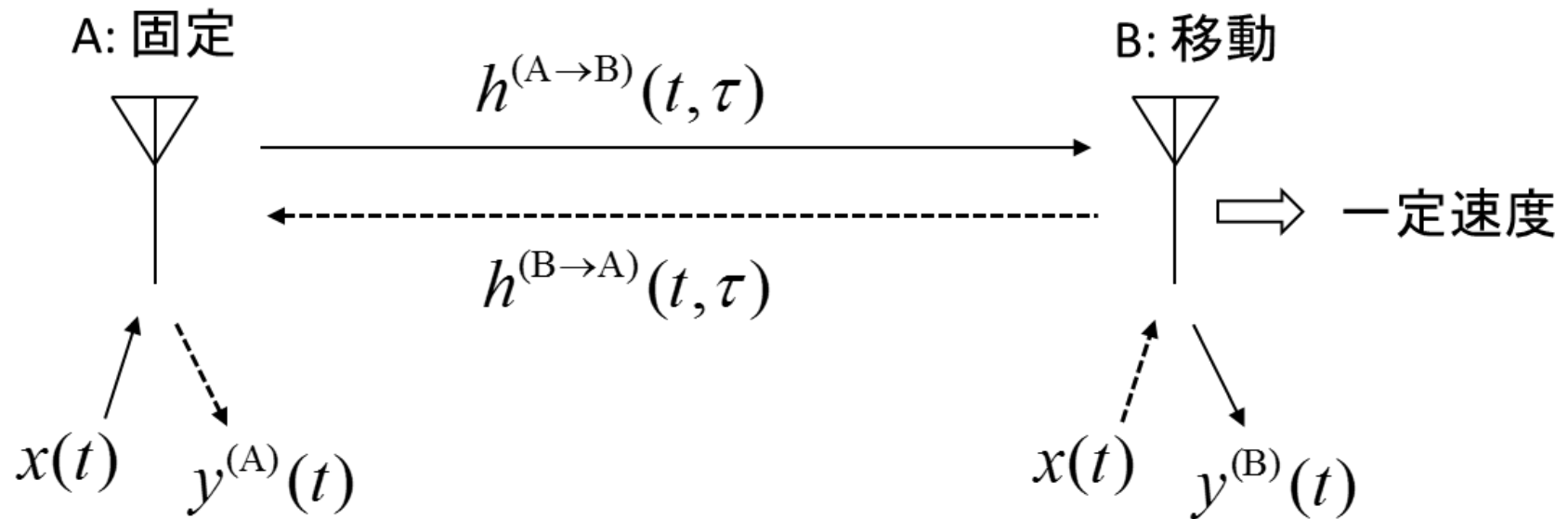
通信路: その二つの捉え方

通信路特性の相反定理(伝送方向の可逆性)は成立するか？

遅延とドップラー発生 の前後関係

送信機固定・受信機移動 → 遅延が先、ドップラーが後

受信機固定・送信機移動 → ドップラーが先、遅延が後



$$y^{(A)}(t) = \int x(t - \tau) h^{(B \rightarrow A)}(t, \tau) d\tau$$

$$y^{(B)}(t) = \int x(t - \tau) h^{(A \rightarrow B)}(t, \tau) d\tau$$

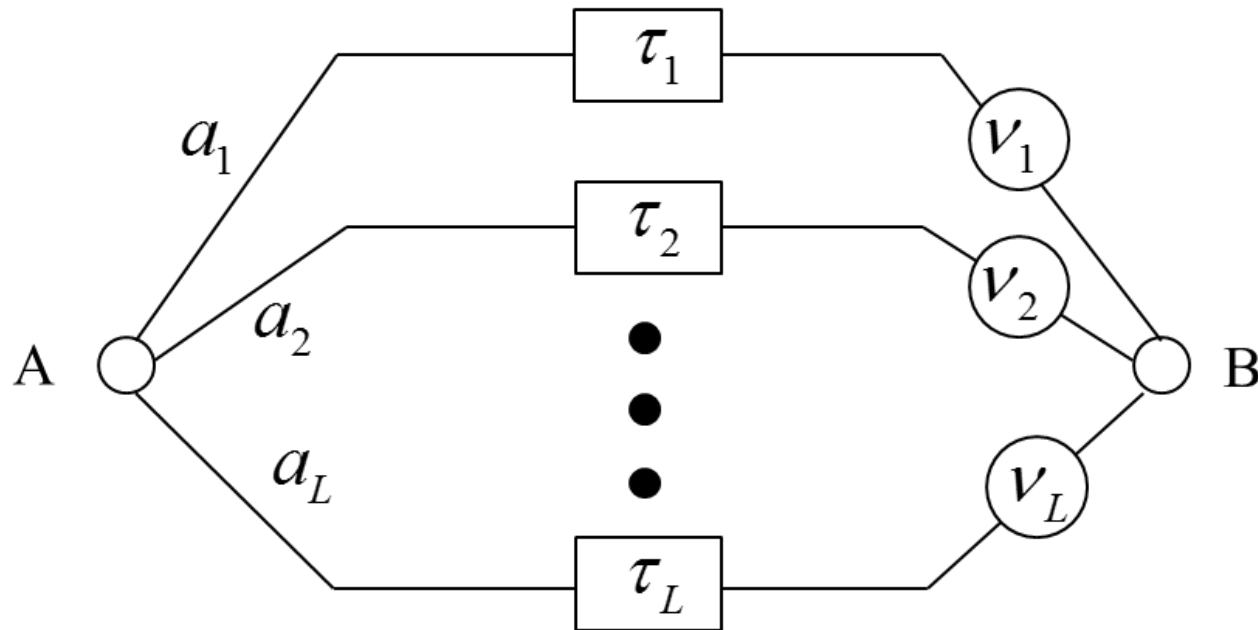
単一パスでは



$$h^{(A \rightarrow B)}(t, \tau) = a(t) \exp(j2\pi f_d t) \delta\{\tau - \Delta\tau(t)\}$$

$$\begin{aligned} h^{(B \rightarrow A)}(t, \tau) &= a(t) \exp[j2\pi f_d \{t - \Delta\tau(t)\}] \delta\{\tau - \Delta\tau(t)\} \\ &= \exp\{-j2\pi f_d \Delta\tau(t)\} h^{(A \rightarrow B)}(t, \tau) \\ &= h^{(A \rightarrow B)}(t - \Delta\tau, \tau) \end{aligned}$$

マルチパスでは



$$h^{(A \rightarrow B)}(t, \tau) = \sum_{i=1}^L a_i(t) \exp(j2\pi f_{di}t) \delta(\tau - \tau_i)$$

$$h^{(B \rightarrow A)}(t, \tau) = \sum_{i=1}^L a_i(t) \exp\{j2\pi f_{di}(t - \tau_i)\} \delta(\tau - \tau_i) = h^{(A \rightarrow B)}(t - \tau, \tau)$$

相反定理が近似的に成立する条件とは？

$$h^{(A \rightarrow B)}(t, \tau) \simeq h^{(B \rightarrow A)}(t, \tau)$$

$$\left\langle (f_{di} \tau_i)^2 \right\rangle \ll 1 \rightarrow \left\langle \{ (f_{di} - f_m)(\tau_i - \tau_m) \}^2 \right\rangle = \sigma_v^2 \sigma_\tau^2 \ll 1$$

$$\rightarrow \sigma_v \sigma_\tau \ll 1 \rightarrow \sigma_v \sigma_\tau \leq 0.01$$

2つのシステム関数に対応するカーネル関数

① 遅延が先: $h^{(A \rightarrow B)}(t, \tau) = K_1(t, t - \tau)$

② ドップラーが先 $h^{(B \rightarrow A)}(t, \tau) = K_1(t + \tau, \tau)$

Bello論文では、上記二つの系列でのシステム関数を対比する形でまとめられている。

本発表では

一つの系のシステム関数(具体的には、遅延が先)のみで整理する

理由)

- ① 対比の複雑さを避ける
- ② 現実の無線システムでは、その大部分が $\sigma_v \sigma_\tau < 0.01$ となり、
相反定理が成立している
- ③ WSSUSの環境下では、二つの系の相関特性は同じになる

瞬時環境を表現する四つのシステム関数

時変インパルス応答

(Time-variant impulse response: Input Delay-Spread Function)

$$h(t, \tau) = \int S(\tau, \nu) \exp(j2\pi \nu t) d\nu \quad (\nu \rightarrow t)$$

時変伝達関数 (Time-variant transfer function)

$$T(f, t) = \int h(t, \tau) \exp(-j2\pi f \tau) d\tau \quad (\tau \rightarrow f)$$

周波数領域関数

(Frequency-domain function: Output Doppler-Spread Function)

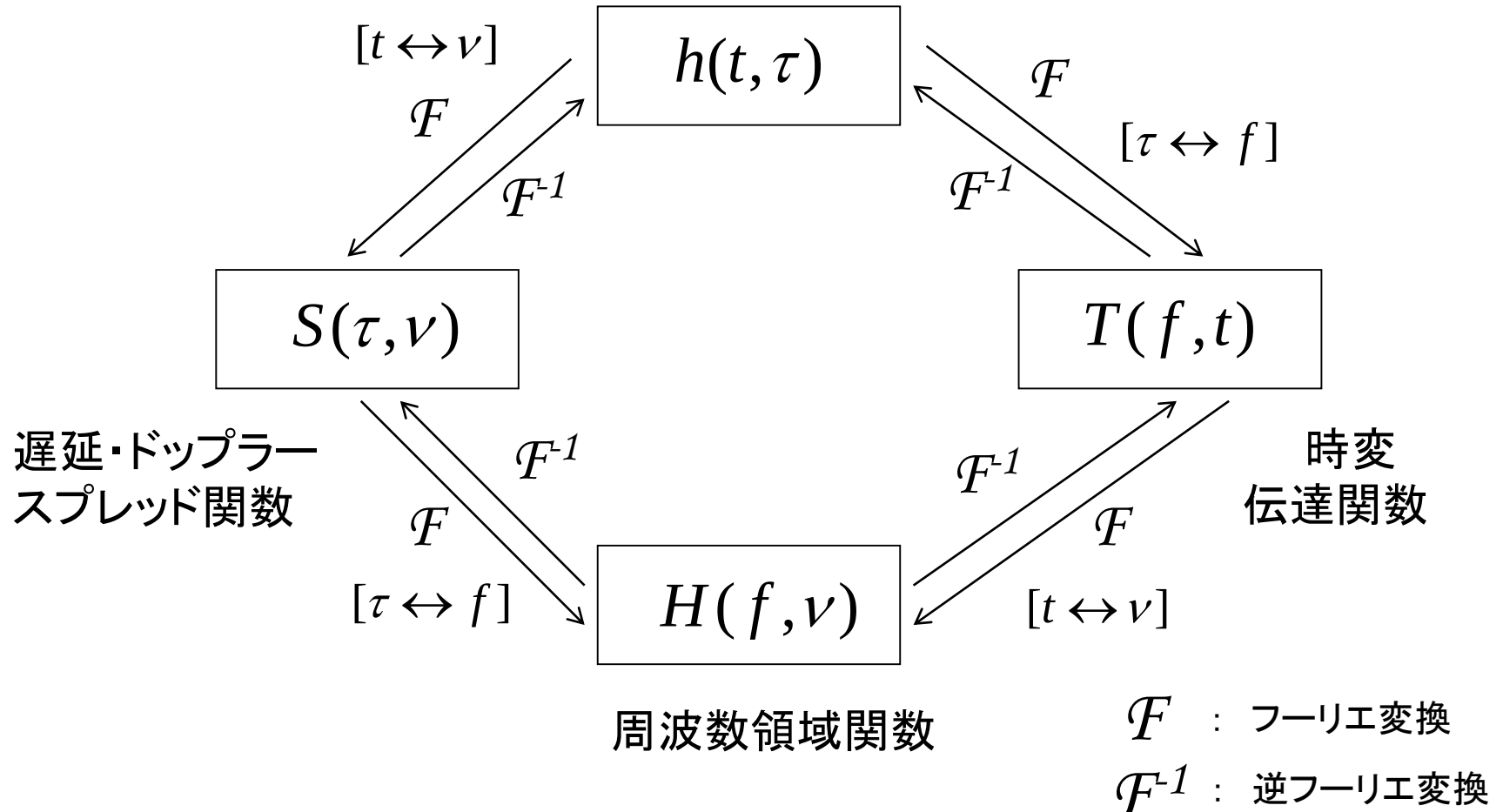
$$H(f, \nu) = \int T(f, t) \exp(-j2\pi \nu t) dt \quad (t \rightarrow \nu)$$

遅延・ドップラースプレッド関数 (Delay Doppler-Spread Function)

$$S(\tau, \nu) = \int H(f, \nu) \exp(j2\pi f \tau) df \quad (f \rightarrow \tau)$$

四つのシステム関数の関係

時変インパルス応答



システム関数とカーネル関数の関係

$$y(t) = \int x(t - \tau) h(t, \tau) d\tau \quad \leftarrow \text{時間領域の畳み込み積分}$$

$$y(t) = \int x(t') K_1(t, t') dt'$$

$$t' = t - \tau \rightarrow h(t, \tau) = K_1(t, t - \tau)$$

$$Y(f) = \int X(f - \nu) H(f, \nu) d\nu \quad \leftarrow \text{周波数領域の畳み込み積分}$$

$$Y(f) = \int X(f') K_2(f, f') df'$$

$$f' = f - \nu \rightarrow H(f, \nu) = K_2(f, f - \nu)$$

$$y(t) = \int X(f) T(f, t) e^{j2\pi ft} df$$

$$y(t) = \int X(f) K_3(t, f) df \quad \rightarrow T(f, t) = K_3(t, f) e^{-j2\pi ft}$$

通信路相関関数 (Channel Correlation functions)

四つのシステム関数に対応

$$R_h(t, t'; \tau, \tau') \equiv \langle h^*(t, \tau) h(t', \tau') \rangle$$

$$R_T(f, f'; t, t') \equiv \langle T^*(f, t) T(f', t') \rangle$$

$$R_H(f, f'; \nu, \nu') \equiv \langle H^*(f, \nu) H(f', \nu') \rangle$$

$$R_S(\tau, \tau'; \nu, \nu') \equiv \langle S^*(\tau, \nu) S(\tau', \nu') \rangle$$

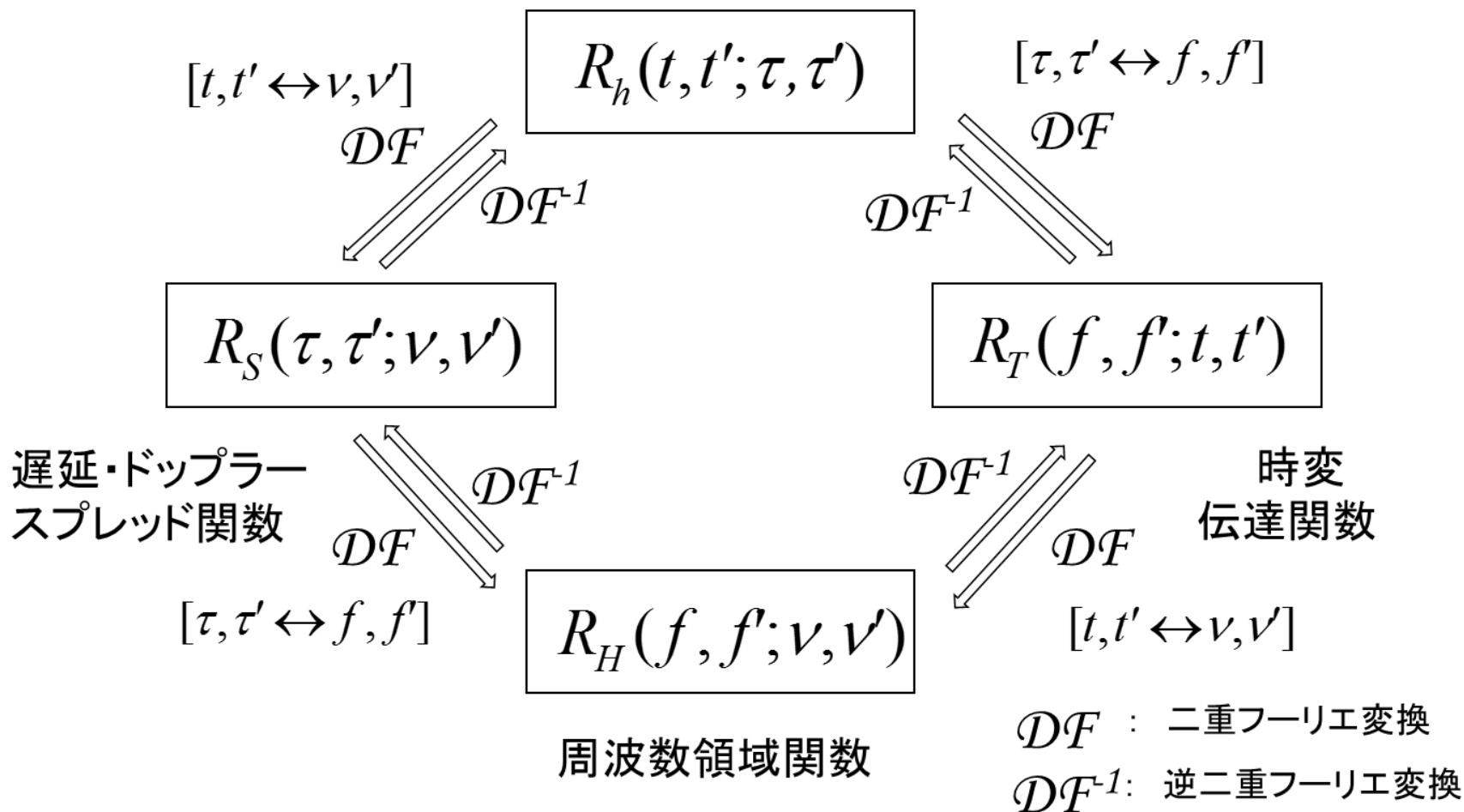
相互の関係 (例えば、 R_T と R_h)

$$R_T(f, f'; t, t') = \iint R_h(t, t'; \tau, \tau') e^{j2\pi(\tau f - \tau' f')} d\tau d\tau'$$

$$R_h(t, t'; \tau, \tau') = \iint R_T(f, f'; t, t') e^{-j2\pi(\tau f - \tau' f')} df df'$$

四つの通信路相関関数の関係

時変インパルス応答



WSS (Wide-Sense Stationary) 確率過程

定常過程: 統計的性質が統計開始の時間によらない確率過程

NSS (狭義定常): 全てのモーメントが時間によらない

WSS (広義定常、弱い定常):

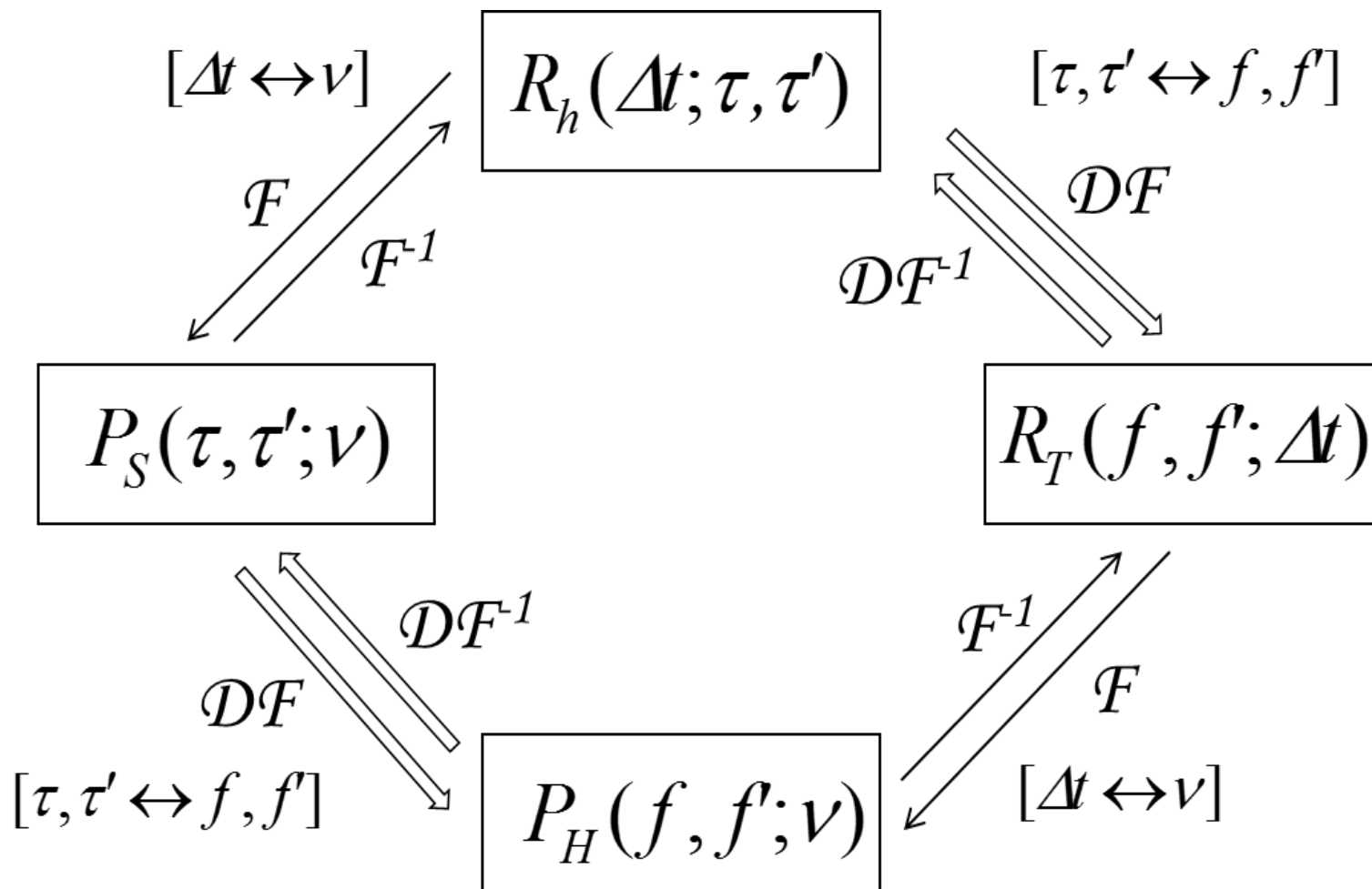
2次までのモーメント(平均・分散など)が時間によらない

$$(t, t') \rightarrow (t, t + \Delta t) \rightarrow (\Delta t)$$

$$R_h(t, t'; \tau, \tau') \rightarrow R_h(t, t + \Delta t; \tau, \tau') \rightarrow R_h(\Delta t; \tau, \tau')$$

$$R_T(f, f'; t, t') \rightarrow R_T(f, f'; t, t + \Delta t) \rightarrow R_T(f, f'; \Delta t)$$

WSS確率過程における通信路相関関数の関係



US (無相関散乱) の考え方

マルチパス波を構成する素波の振幅・位相変動は素波ごとに伝搬劣化を受ける場所が異なるのであるから、お互いに無相関。

→ どんなに到来角度が近くても、遅延の値が近くても無相関

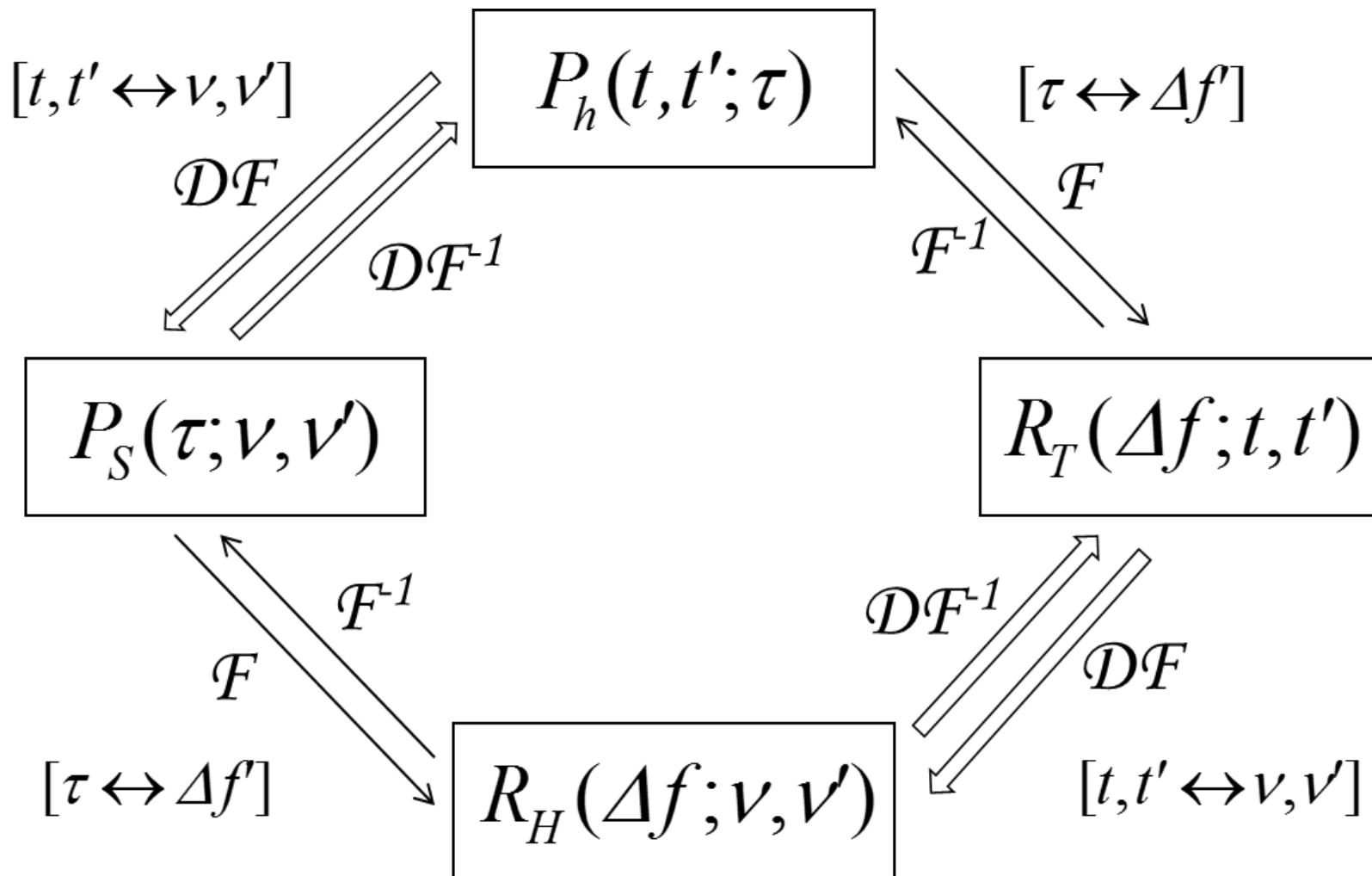
$$R_h(t, t'; \tau, \tau') = P_h(t, t'; \tau) \delta(\tau' - \tau)$$

$$R_s(\tau, \tau'; \nu, \nu') = P_s(\tau; \nu, \nu') \delta(\tau' - \tau)$$

$$\begin{aligned} R_T(\Delta f; t, t') &\equiv R_T(f, f + \Delta f; t, t') \\ &= \int P_h(t, t'; \tau) e^{-j2\pi\tau\Delta f} d\tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_H(\Delta f; \nu, \nu') &\equiv R_H(f, f + \Delta f; \nu, \nu') \\ &= \int P_s(\tau; \nu, \nu') e^{-j2\pi\Delta f\tau} d\tau \end{aligned}$$

US確率過程における通信路相関関数の関係



WSSUS確率過程

$$R_h(t, t + \Delta t; \tau, \tau') = P_h(\Delta t, \tau) \delta(\tau' - \tau)$$

遅延プロファイル $p(\tau) \equiv P_h(0, \tau)$

$$R_T(f, f + \Delta f; t, t + \Delta t) \equiv R_T(\Delta f, \Delta t) = \langle T^*(f, t) T(f + \Delta f, t + \Delta t) \rangle$$

周波数相関特性 $\rho_f(\Delta f) \equiv R_T(\Delta f, 0)$

自己相関特性 $\rho_t(\Delta t) \equiv R_T(0, \Delta t)$

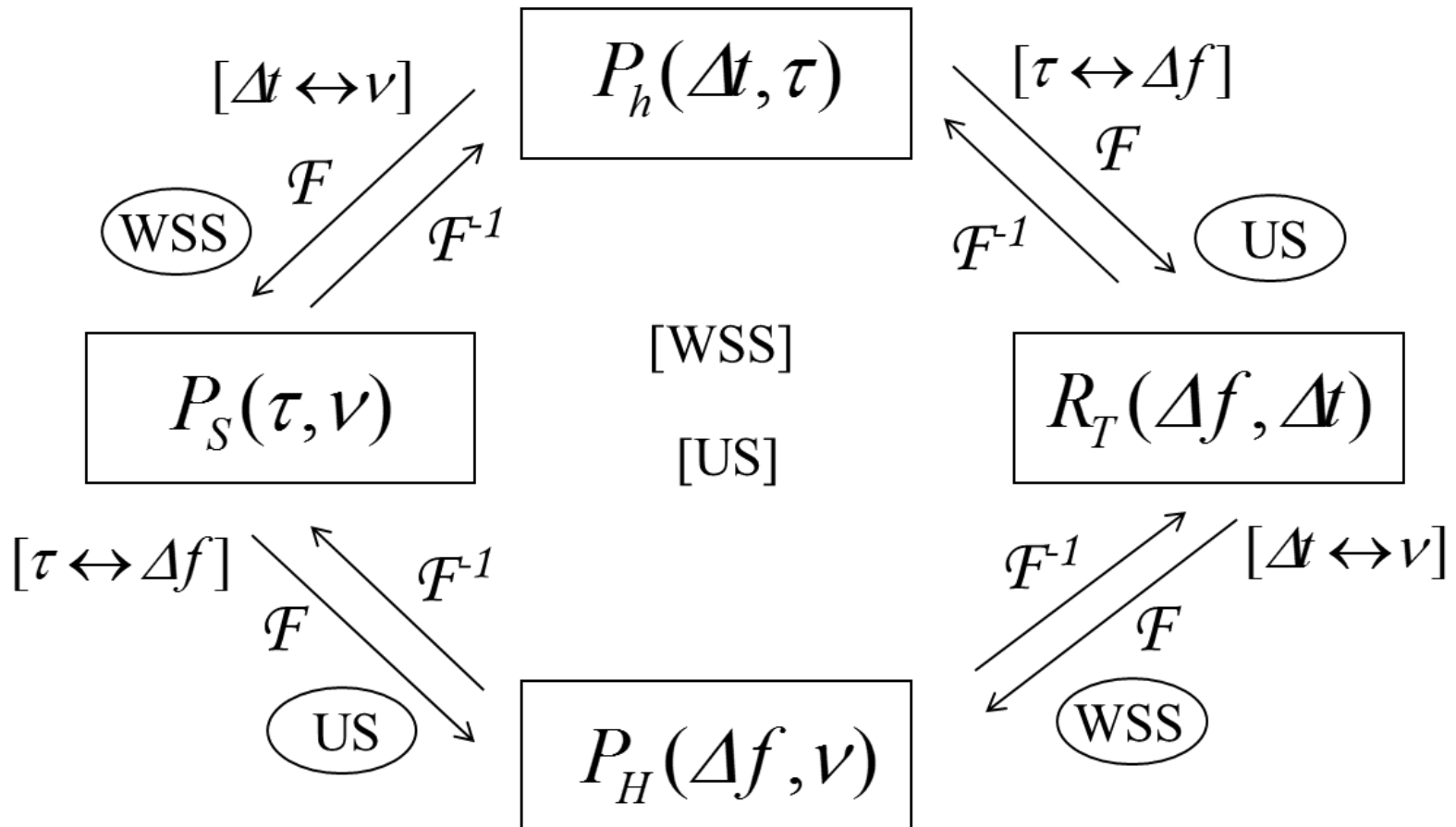
$$R_H(f, f + \Delta f; \nu, \nu') = P_H(\Delta f, \nu) \delta(\nu' - \nu)$$

ドップラーパワースペクトル $P(\nu) \equiv P_H(0, \nu)$

$$R_S(\tau, \tau'; \nu, \nu') = P_S(\tau, \nu) \delta(\nu' - \nu) \delta(\tau' - \tau)$$

A→B と B→A の二つの系におけるシステム関数の相関特性は
WSSUSの下では同じになる

WSSUS確率過程における通信路相関関数の関係

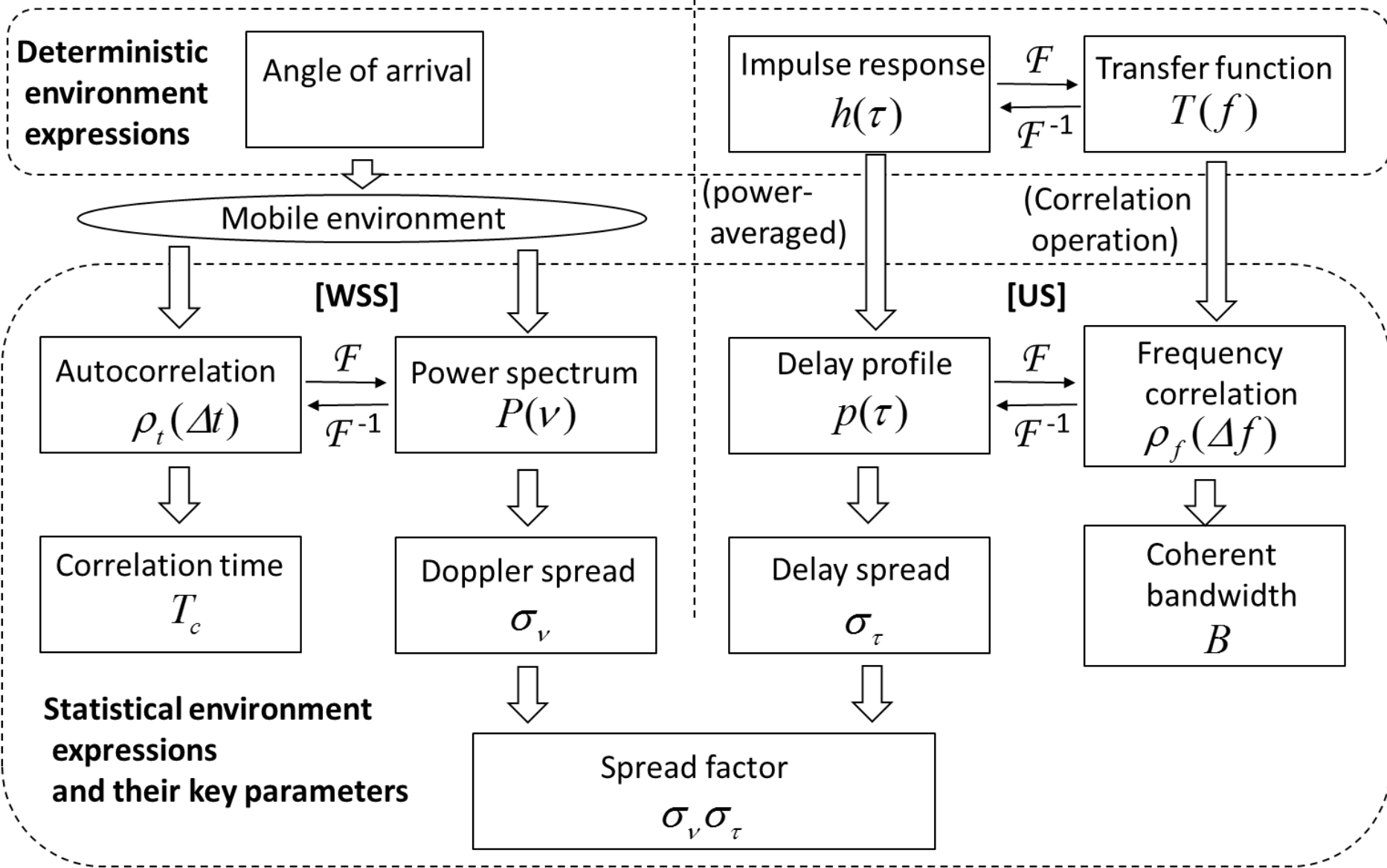


WSSとUSの概念は、時間(t)と周波数(f)に関して双対(dual)

まとめ

Time-variant channel
(time-selective fading)

Frequency-variant channel
(frequency-selective fading)



(double-selective fading)

二重選択性フェージングのキーパラメータ: スプレッドファクタ

スプレッドファクタ (spread factor) :

「遅延時間の広がり」と「ドップラー周波数広がり」の積

定義

$$\alpha_1 \equiv (\nu_{\max} - \nu_{\min})(\tau_{\max} - \tau_{\min})$$

$$\alpha_2 \equiv \sigma_\nu \sigma_\tau$$

通信成立条件

$$\sigma_\tau \ll T_e \ll 1 / \sigma_\nu \quad (T_e: \text{実効シンボル長})$$

通信成立に課せられる伝搬環境条件

$$\sigma_\nu \sigma_\tau \ll 1$$

(現実の無線通信環境では、 $\sigma_\nu \sigma_\tau < 0.01$)

無線伝送特性にスプレッドファクタが見えてくるケース

ドップラーと遅延の広がりと共に存在する環境において

1) 情報伝送の容量限界：通信路容量

- ・ 情報理論的アプローチ (Durisi, 2010 [9])、 α_1 を用いて定式化
- ・ 統計モデル的アプローチ (Karasawa, 2018 [10])

$$C \simeq W_s \log_2 \left(1 + \frac{1}{\frac{1}{\Gamma_0} + 8\pi^2 \alpha_2} \right)$$

2) 軽減困難なビット伝送誤り (BERのフロア値)

BERフロアの最小値 (限界値) [12]

$$P_{e, floor, min} \approx 2\sqrt{k_v k_\tau} \alpha_2$$

3) 受信再生クロックのサイクルスリップ

レイリーフェージング環境下での発生頻度(回/s) [15]

$$N_s = 2\pi\alpha_2 / T_s$$

4) 遅延・ドップラー同時測定の可能範囲

レーダなどで、ターゲットのレンジングと移動速度を同時に測りたい場合の条件として、 $\alpha_1 < 1$ があり[8]、レーダ信号の設計(周波数や符号化)に指針を与えている。

5) 通信路の相反定理の成立条件

本発表でも述べたように、遅延発生とドップラー発生が縦列に接続される通信路(発生に前後関係がある通信路)では、厳密な意味で、通信路の相反定理が成立しない。近似的に成立する条件が $\alpha_2 \ll 1$ である。

むすび

- WSSUS概念はマルチパス通信路のモデル化の基本
(現代に生きる古典理論; 肌感覚に合う理論)
- WSSUS概念により、通信路特性の統計的諸特性がフーリエ変換を通じて結び付けられる
- WSSUSは伝送特性の理解や評価に都合が良い(実用的な簡易計算式が得られている)が、現実には、non-WSSUS (non-WSSあるいはnon-US)の報告もあり、基本の上に立っての現実を見る目も必要
 - non-WSS: 異なる伝搬環境を渡り歩く通信(不規則構造が統計的に均一でない環境)
 - non-US: 同一構造物の複数点からの反射では有相関散乱になる場合も