Technical Report YK-017
Nov. 26, 2018
Y. Karasawa

アナログ変調：　その理解の落とし穴

唐沢 好男

１．はじめに

筆者は大学の教員時代、授業科目の一つとして電子回路を担当した。電子回路は、電気回路や電磁気学と共に、電子工学科の中での基本科目になる。電気回路は、電圧と電流を関係付ける回路理論によって一本筋が通っている。一方、電子回路は、それに比べて、若干、万屋さん的なところがある。その中で、変復調回路を学ぶ。アナログ変調方式として、振幅変調(AM)、周波数変調(FM)、位相変調(PM)が出てくる。振幅変調と位相変調は、その理解に特段難しいところはないが、周波数変調に対しては、入り口のところで落とし穴にはまりやすい部分がある。原因は、大概の教科書において、「振幅・周波数・位相の一定な搬送波信号があり、振幅変調はその振幅に、周波数変調はその周波数に、位相変調はその位相に、送りたい情報信号を乗せる」とあるからである。この説明は危ないのである（間違っているわけではない）。この資料では、アナログ変調を学ぶ過程において、迷子になりやすい周波数変調の考え方に焦点を当てる。

アナログ変復調方式の詳細や具体的な回路構成については、電子回路等の教科書で学んでほしい。

２．周波数変調：その理解で大丈夫？

変調とは送りたい情報信号（ベースバンド信号）を電波に乗せる働きを言い、復調とは受信側で受け取った電波から情報信号を取り出す働きを言う。情報信号を運ぶ電波は正弦波の高周波信号で、搬送波（キャリア）と呼ばれる。搬送波信号は、一定値を取る振幅 r_c、角周波数ω_c（以下、周波数と呼ぶ）、位相ϕ_cにより、

$$s_c(t) = r_c \cos\left(\omega_c t + \phi_c\right) \tag{1}$$

で表される。この信号に対して、振幅 r_c、周波数ω_c、位相ϕ_cのどれかを情報信号で変化させることにより、搬送波に情報を乗せることができる。ベースバンドで表される情報信号$s_{BB}(t)$によって、振幅を変化させるのが振幅変調（AM）、周波数を変化させるのが周波数変調（FM）、位相を変化させるのが位相変調（PM）である、としておく。

その情報信号（ベースバンド信号）を以下の正弦波としよう。（実際に送りたい信号はもっと複雑な形をもつ帯域幅のある信号であるが、変調は入力信号に対して線形に動作するので、その一つの周波数成分に着目した説明で問題がない）。

$$s_{BB}(t) = \cos\left(\omega_s t\right) \tag{2}$$

振幅変調は、(1)式において、$r_c \rightarrow r_c+\Delta r \cos \omega_s t$ とすればよい。振幅変調では、高周波信号の包絡線上にベースバンド信号の形が現れるように$\Delta r/r_c \leq 1$ の条件が付くが、$\Delta r/r_c>1$（過変調と呼ばれる）でも受信側で適切な信号処理を行えば、情報信号を正しく取り出すことができる。位相変調でも、同様に、$\phi_c \rightarrow \phi_c+\Delta\phi \cos \omega_s t$ として、変調信号を作り出すことができる。

周波数変調に対して、振幅変調や位相変調と同様な考えから、(1)式において、$\omega_c \rightarrow \omega_c+\Delta\omega \cos \omega_s t$ と置くとどうなるであろうか。このようにして得られた信号 $r_c \cos \{(\omega_c+\Delta\omega \cos \omega_s t) t+ \phi_c\}$を図に描いてみると、$t$ の値が大きくなるにしたがって、振幅変動がどんどん急峻になり不合理な波形になることが分かるであろう。直感的に素直な対応付けと思われるのに、どうしてこれではだめなのであろうか？この不合理は、周波数とは何かという定義の問題にありそう。

３．周波数変調の考え方

周波数は位相の時間変化率で定義され、時間と共に変化する位相$\Phi(t)$に対して、$\omega=d\Phi/dt$ である。これより、位相は$\Phi(t)=\int_0^t \omega(t)dt$ となる。この段階での周波数 ω に対して、$\omega= \omega_c+\Delta\omega \cos \omega_s t$ とすると、$\Phi(t)= \omega_c t+(\Delta\omega/\omega_s) \sin \omega_s t$ となる。これを(1)式の cos 内の全体としての位相項$\omega_c(t)+\phi_c$ に入れ、周波数変調の波形は、

$$
\begin{aligned}
s_{FM}(t) &= r_c \cos\Phi(t) \\
&= r_c \cos\left(\omega_c t + \Delta\omega\int_0^t s_{BB}(t)dt\right) \qquad \text{(3a)} \\
&= r_c \cos\left(\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_s}\sin\omega_s t\right) \qquad \text{(3b)}
\end{aligned}
$$

が正しい形である。上式より、周波数変調とは、ベースバンド信号を積分した信号の位相変調であると解釈される。このため、周波数変調と位相変調はまとめて角度変調と呼ばれる。図１は三つの変調方式の仕組みを、図２は周波数変調と位相変調の関係をまとめている。

上記のことを踏まえた上であるならば、「搬送波信号に対して、振幅を変化させるのが振幅変調（AM）、周波数を変化させるのが周波数変調（FM）、位相を変化させるのが位相変調（PM）」との理解で間違いはない。

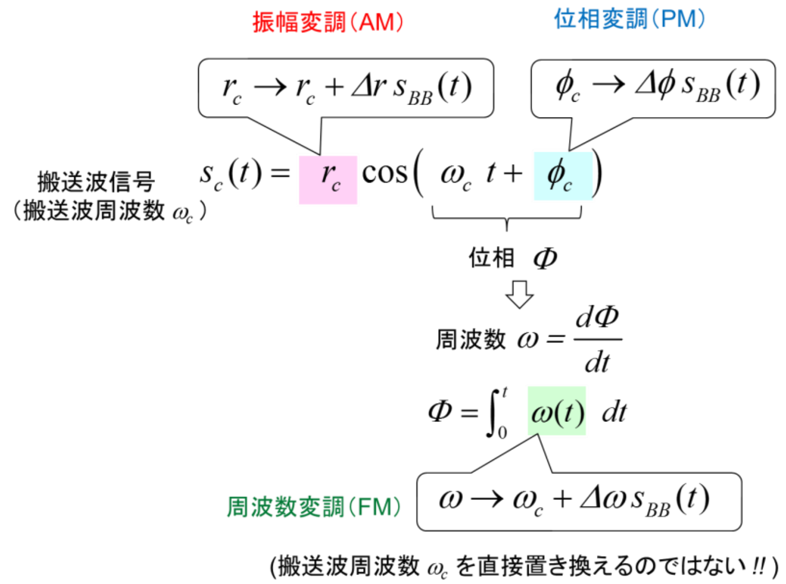

図１　三つのアナログ変調の仕組み

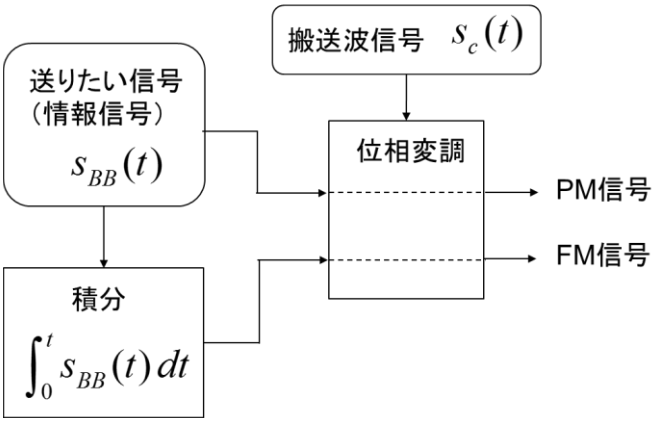

図２　周波数変調と位相変調の関係

４．ディジタル変調 FSK について

ディジタル変調は、アナログ変調と同じように、搬送波の振幅・位相・周波数のどれか、あるいは、それらを組み合わせたものに情報を乗せると言うことに変わりがないが、アナログ信号の部分がディジタル符号になる点で変調の捉え方が異なってくる。アナログ変調では、ベースバンド信号を電波に乗せるというイメージにぴったり合うが、ディジタル変調では、伝送したいディジタル信号（符号：シンボル）を振幅と位相で規定される複素平面（IQ面）へマッピングする方法に主体が移る。その場合は、マッピングされたベースバンド信号 $x(t)$ $(=x_I(t)+jx_Q(t))$の電波信号 $s(t)$への変換は次式となり、単に周波数変換（アップコンバージョン）と捉えられることになる。

$$x(t) = r(t)\exp\{j\phi(t)\}$$
$$= x_I(t) + jx_Q(t) \tag{4}$$

$$s(t) = r(t)\cos\{\omega_c t + \phi(t)\}$$
$$= r(t)\cos\phi(t)\cos(\omega_c t) - r(t)\sin\phi(t)\sin(\omega_c t)$$
$$= x_I(t)\cos(\omega_c t) - x_Q(t)\sin(\omega_c t) \tag{5}$$

ディジタル変調では、シンボル周期 T_s 毎に、シンボル点を変えてゆく方式になる。代表的な変調方式は位相変調に分類される PSK (phase shift keying)で、n ビットを、2πを N=2^n 分割した位相に対応させてシンボル点を変えてゆく。n=1 および 2 に対しては BPSK, QPSK と呼ばれる。振幅と位相の両方を使って、シンボル点を格子状に配する方式は QAM (quadrature amplitude modulation) であり、例えば、16 のシンボル点に 4 ビットを割り振る QAM は 16QAM と呼ばれる。

周波数変調（FM）に対応するディジタル変調が FSK (frequency shift keying) である。２値の FSK の場合、例えば、0，１のビットに対して、ω_0, ω_1 と周波数を変えると説明されることが多いと思う。それで何も問題はないが、連続するビット列に対応する矩形波信号があって、それを積分すると、三角波形の連続信号になり、これで、位相変調するのが FSK と考えると、アナログ信号に対する周波数変調の説明と整合がとれる（図３）。

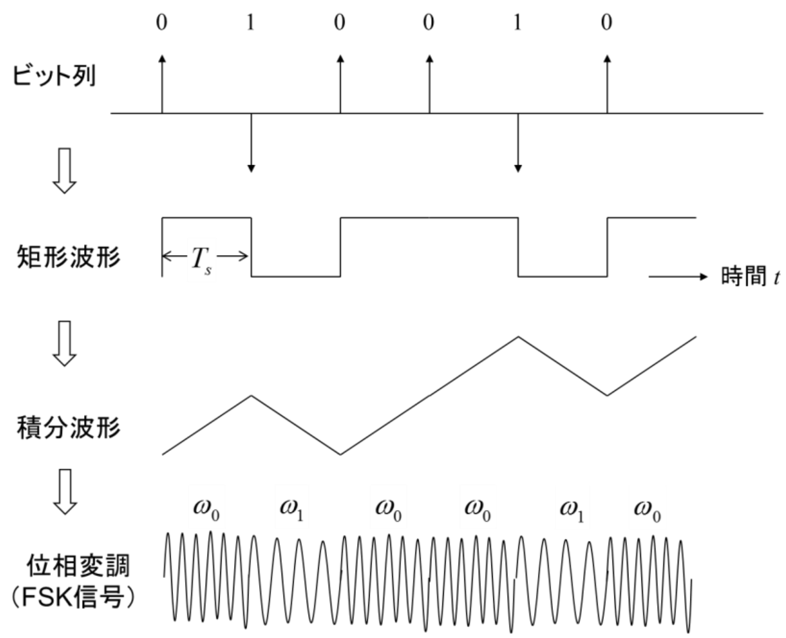

図３　周波数変調（FM）の考え方にあわせた FSK の説明

５．もう少し

大学の２, ３年次に学ぶ電子回路、あるいは、社会に出て変復調回路を学び直すとき、出会うかもしれない入り口側でのちょっとした迷路についてまとめた。３節（図１）の説明で、学生も「なるほどそうかも」と言う感じで納得してくれる。授業としてはこれでよいと思うが、まだ少しもやもや感が残る。もう少しそこに分け入ってみたい。

２節では、周波数変調(FM)を(1)式で表される搬送波周波数ω_c に対して、$\omega_c+\Delta\omega s_{BB}(t)$と直接置き換えるのはだめと言い、４節では FSK に対して、ω_c を$\omega_c\pm\Delta\omega_s$ と置き換えて問題ないと言っている。<u>アナログ変調（FM）ではだめのものが、ディジタル変調（FSK）ではなぜ良くなってしまったのか？</u>このもやもや感である。

両方式を比較して検討するため、情報信号としてアナログ信号 $s_{BB}^{(A)}(t)$に対しては周期 $2T_s$ の正弦波、ディジタル信号 $s_{BB}^{(D)}(t)$に対しては周期 T_s の矩形波（符号 1、0 が交互に現れる繰り返し符号）とする。それらは、以下で表される。

$$s_{BB}^{(\mathrm{A})}(t) = \cos(\pi t / T_s) \tag{6a}$$

$$s_{BB}^{(\mathrm{D})}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i u(t - iT_s) \tag{6b}$$

$$u(t) \equiv \begin{cases} 1 & (0 \le t < T_s) \\ 0 & (\text{others}) \end{cases}$$

この信号を、FM では間違いだと説明した(1)式のω_c を直接置き換える次式にしたらどうなるだろうか？

$$s(t) = \cos\left\{\left(\omega_c + \Delta\omega s_{BB}(t)\right)t\right\} \tag{7}$$

図４にその全体位相（Φ）の時間変化を示す。黒線の連続変化は $s_{BB}^{(A)}$に対して、赤線の不連続変化は $s_{BB}^{(D)}$に対してである。黒線では時間が進む毎に位相変化速度が大きくなり、FM として不合理である。それに対して赤線ではシンボル時間内では位相の変化速度は一定であり、周波数変移ω_0, ω_1 を実現している。ゆえに FSK ではこのやりかたで問題ない。FM に対して不合理であった部分は、FSK ではシンボルの切り替わり部分に集約され、かつ、どんなに位相変化量が大きくても 0 ~2πの範囲に折り返され大きな問題は起こらない。さらに、符号切り替わり部分が連続位相になるように設計すれば、図の青点線のようになって、まさに図３に示した通常の FSK である。

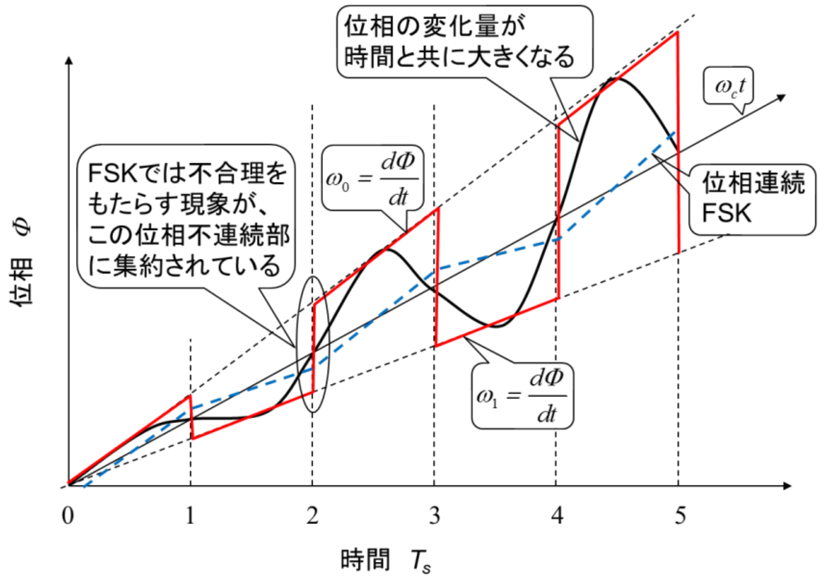

図４　FSK ではなぜ不合理が消えるのか？